ESTIMASI: Journal of Statistics and Its Application
Vol. 4, No. 2, Juli, 2023, Hal. 153-164
DOI: https://doi.org/10.20956/ejsa.v4i2.27573

Analisis Data Produk Domestik Regional Bruto Pulau Jawa Menggunakan Pendekatan Regresi Kuantil Spasial

Lismayani Usman[1], Asep Saefuddin[2], Anik Djuraidah[3]
[1,2,3]Departemen Statistika, Fakultas MIPA, IPB University, Bogor, 16680, Indonesia
***Corresponding author, email: lismayani_stt@apps.ipb.ac.id**

Abstract

Gross Regional Domestic Product (GRDP) often shows spatial patterns. In a spatial perspective, spatial effects consist of of spatial dependence and spatial heterogeneity. To address the problems, this study uses spatial autoregressive quantile regression/SARQR model. SARQR is a method that combines Spatial Autoregressive (SAR) modeling with quantile regression. There are two methods that can be used to estimate the parameters of the SARQR model, namely Two Stage Quantile Regression (2SQR) and Instrumental Variable Quantile Regression (IVQR). The simulation results showed that IVQR method is better than 2SQR method. IVQR provides a smaller value and variance of bias. Furthermore, IVQR method is applied to Java's GRDP data on 2019. The results showed that the number of workers significantly influences Java's GRDP. The highest quantile verification skill score (QVSS) value is 0.713 when τ =0.75. It means that in the 75% quantile modeling, the model can describe the GRDP diversity of 71.3%.

***Keywords**: Gross Regional Domestic Product, Instrumental Variable Quantile Regression, Spatial Autoregressive Quantile Regression, Two Stage Quantile Regression*

Abstrak

Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) seringkali menunjukkan pola spasial. Dalam perspektif spasial, efek spasial terdiri dari ketergantungan spasial dan heterogenitas spasial. Untuk menjawab permasalahan tersebut, penelitian ini menggunakan model *spatial autoregressive quantile regression*/SARQR. SARQR adalah metode yang menggabungkan pemodelan *Spatial Autoregressive* (SAR) dengan regresi kuantil. Terdapat dua metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter model SARQR, yaitu *Two Stage Quantile Regression* (2SQR) dan *Instrumental Quantile Regression* (IVQR). Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode IVQR lebih baik daripada metode 2SQR. IVQR memberikan nilai dan varian bias yang lebih kecil. Selanjutnya, metode IVQR diterapkan pada data PDRB Jawa tahun 2019. Hasil penelitian menunjukkan bahwa jumlah tenaga kerja berpengaruh signifikan terhadap PDRB Jawa. Nilai *quantile verification skill score* (QVSS) tertinggi adalah 0,713 ketika τ =0,75. Artinya dalam pemodelan kuantil 75%, model tersebut dapat menggambarkan keragaman PDRB sebesar 71,3%.

Kata Kunci: Produk Domestik Regional Bruto, *Instrumental Variable Quantile Regression, Spatial Autoregressive Quantile Regression, Two Stage Quantile Regression*.

1. Pendahuluan

Salah satu analisis statistik yang dapat digunakan untuk menguji hubungan antara suatu variabel dengan variabel lainnya adalah analisis regresi. Namun seringkali asumsi dalam analisis regresi klasik tidak terpenuhi. Adanya data outlier dapat menyebabkan varian dari residual menjadi tidak konstan atau terjadi heteroskedastisitas. Koenker dan

Bassett [1] mengembangkan analisis regresi kuantil untuk mengatasi keterbatasan regresi klasik dalam menghadapi masalah heteroskedastisitas.

Penerapan regresi kuantil telah tersebar luas di bidang ekonomi. Berbagai data ekonomi dapat dianalisis dengan menggunakan pendekatan regresi kuantil. Salah satunya adalah data Produk Domestik Regional Bruto (PDRB). PDRB merupakan salah satu indikator penting untuk mengetahui kondisi perekonomian suatu daerah pada periode tertentu. Data ekonomi seperti PDRB yang bervariasi antar daerah seringkali menunjukkan pola spasial [2].

Dalam perspektif spasial dapat ditemukan efek spasial yang terdiri dari ketergantungan spasial dan heterogenitas spasial. Ketergantungan spasial terjadi ketika suatu wilayah di suatu wilayah bergantung pada wilayah lain, sedangkan heterogenitas spasial terjadi ketika ada keragaman dalam hubungan antar wilayah tersebut. Pada umumnya pemodelan regresi spasial hanya memperhatikan satu efek spasial. Untuk menjawab kedua permasalahan tersebut, penelitian ini menggunakan model kuantil spasial autoregresif/SARQR. SARQR adalah metode yang menggabungkan pemodelan SAR dengan regresi kuantil. Model ini mampu mengatasi masalah efek spasial pada data dan juga kuat terhadap keberadaan data outlier. Metode ini *robust* terhadap pelanggaran asumsi regresi klasik tentang distribusi multidimensi dari galat [3].

Terdapat dua metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter model SARQR, yaitu *Two Stage Quantile Regression* (2SQR) dan *Instrumental Variable Quantile Regression* (IVQR). Trzpiot dan Orwat [3] menggunakan 2SQR dalam menganalisis mortalitas dan Yu, T.; Gao, F.; Liu, X.; Tang [4] dalam uji efek kuantil dari faktor regional terhadap tingkat kecelakaan. Adapun Febriyanti [5] menggunakan IVQR dalam penerapan SARQR pada data PDRB Pulau Jawa. Studi ini menunjukkan keunggulan pendekatan regresi kuantil yang memperhitungkan diferensiasi regional dari variabel yang diteliti. Penelitian Ramadhini [6] menyatakan bahwa data PDRB Pulau Jawa mengandung korelasi spasial dan heteroskedastisitas. Oleh karena itu, penelitian ini akan mengevaluasi penduga parameter model SARQR dengan menggunakan data simulasi dan menerapkan model tersebut pada data PDRB Pulau Jawa tahun 2019.

2. Material dan Metode

2.1 Regresi Kuantil

Regresi kuantil merupakan pengembangan dari metode regresi median yang memberikan gambaran tentang hubungan antara satu variabel penjelas dengan persentil (kuantil) tertentu dari variabel respon. Metode ini pertama kali dikembangkan oleh Koenker dan Bassett [1] dengan pendekatan membagi atau memisahkan data yang mungkin memiliki nilai estimasi yang berbeda pada kuantil tertentu. Metode regresi kuantitatif dapat digunakan untuk mengukur pengaruh variabel penjelas baik di pusat distribusi maupun di bagian atas dan bawah ekor distribusi data[7].

Hal yang mendasar pada regresi kuantil adalah fungsi kuantil bersyarat. Jika peubah acak Y kontinu dan x adalah salah satu vektor peubah penjelas $X,$ maka fungsi kuantil bersyarat ke $-\tau$ didefenisikan $Q_\tau(Y|X) = \inf\{y: F_Y(y|X) \geq \tau\}$ dengan $\tau \in [0,1]$ dan $F_Y(y|X)$ adalah fungsi sebaran dari Y dengan syarat X dan fungsi kepekatan bersyaratnya $f_Y(y|X)$. Model regresi kuantil dapat dinyatakan berikut ini [3]:

$$Y_i = X_i{}'\beta^{(\tau)} + \varepsilon_i{}^{(\tau)} \tag{1}$$

dengan $Y_i \equiv Q_{(\tau)}(Y_i|X_i)$, $\beta^{(\tau)} = (\beta_1^{(\tau)}, \beta_2^{(\tau)}, \dots, \beta_p^{(\tau)})'$ adalah adalah vektor koefisien kuantil bersyarat pada perubahan nilai kovariat, dan $\varepsilon_i^{(\tau)}$ adalah galat dengan $Q_\tau\left(\varepsilon_i^{(\tau)}\middle|X_i\right) = 0$.

Penduga regresi kuantil ke-τ, $b^{(\tau)} = (b_1^{(\tau)}, b_2^{(\tau)}, \dots, b_k^{(\tau)})'$, merupakan penyelesaian dari masalah minimalisasi fungsi berikut [1]:

$$min_{b\epsilon R}\left[\sum_{i\epsilon\{i|Y_i \geq x_i' b^{(\tau)}\}}^{n} \tau\left|y_i - x_i' b^{(\tau)}\right| + \sum_{i\epsilon\{i|Y_i < x_i' b^{(\tau)}\}}^{n} (1-\tau)\left|y_i - x_i' b^{(\tau)}\right|\right] \tag{2}$$

Solusi dari persamaan (2) akan bersifat unik untuk distribusi data yang kontinu dan selalu dapat diperoleh [3].

2.2 *Spatial Autoregressive Model*

Spatial Autoregressive Model atau yang biasa disingkat dengan SAR merupakan model regresi linear dengan penambahan *lag* spasial pada peubah respon. Pada model ini, terdapat korelasi spasial pada peubah responnya. Model SAR dapat dituliskan sebagai berikut [8]:

$$Y = \rho WY + X\beta + \varepsilon\,;\ \varepsilon \sim N(0, \sigma I) \tag{3}$$

dengan

Y : vektor peubah respon berukuran $(n \times 1)$
ρ : koefisien spasial autoregresif
W : matriks pembobot spasial berukuran $(n \times n)$
X : matriks peubah penjelas berukuran $(n \times k)$
β : vektor koefisien parameter yang berukuran $(k \times 1)$
ε : vektor galat model berukuran $(n \times 1)$

2.3 *Spatial Autoregressive Quantile Regression*

Spatial Autoregressive Quantile Regression (SARQR) merupakan model yang menggabungkan dua pendekatan yaitu regresi kuantil dan pemodelan SAR. Selain mampu mengatasi ketergantungan spasial, model ini juga mampu mengatasi keheterogenan ragam yang terjadi [5]. Model SARQR dapat dituliskan sebagai berikut [9]:

$$Y = \rho^{(\tau)} WY + X\beta^{(\tau)} + \varepsilon^{(\tau)} \tag{4}$$

dengan

Y : $\equiv Q_{(\tau)}(Y_i|X_i)$
$\rho^{(\tau)}$: parameter kuantil spasial autoregresif dari urutan τ

$\beta^{(\tau)}$: vektor dari parameter regresi ($\boldsymbol{\beta}$) yang bergantung pada nilai kuantil tertentu
$\varepsilon^{(\tau)}$: vektor galat yang memuat peubah acak *i.i.d* yang distribusinya tidak ditentukan

Pendugaan parameter model SARQR dapat dilakukan dengan metode 2SQR dan IVQR. berikut tahapan metode 2SQR yang diperkenalkan oleh Kim dan Muller (2004) [10]:

1. Menduga model regresi kuantil biasa orde τ untuk WY:
$$WY = X\beta^{*(\tau)} + WX_{\gamma}^{*(\tau)} + \varepsilon^{*(\tau)} \tag{5}$$
2. Menghitung nilai dugaan dari persamaan (5)
$$\widehat{WY} = X\hat{\beta}^{*(\tau)} + WX\hat{\gamma}^{*(\tau)}$$
3. Menggunakan nilai yang diduga sebagai variabel penjelas dalam model asli
$$Y = \rho^{(\tau)}\,\widehat{WY} + X\beta^{(\tau)} + \varepsilon^{(\tau)}$$

dan menduga parameternya menggunakan regresi kuantil biasa dengan menyelesaikan masalah optimisasi persamaan (2).

Adapun tahapan metode IVQR yang diperkenalkan oleh Chernozhukov dan Hansen (2006) [11] dalam menduga parameter model SARQR adalah sebagai berikut:

1. Membentuk sebuah model untuk W^*Y dengan peubah penjelas X dan WX, sehingga didapatkan nilai dugaan $\widehat{W^*Y}$ dengan menggunakan metode kuadrat terkecil.
2. Pada nilai ρ tertentu, akan dilakukan pemodelan regresi kuantil Y dan W^*Y dengan peubah penjelas X dan WX, yaitu :
$$y_i - \rho_0\widehat{y_i} = x_i'\beta + z_i'\gamma \tag{6}$$

   dengan $\widehat{y_i} = \sum_{j=1}^{n} W_{ij}^* Y_j$ dan γ merupakan parameter dari peubah instrumen. Model tersebut akan digunakan untuk menduga parameter dari $\beta_\tau(\rho)$ dan $\gamma_\tau(\rho)$:
$$\left(\widehat{\beta_\tau}(\rho), \widehat{\gamma_\tau}(\rho)\right) \equiv argmin_{(\beta,\gamma)}\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\rho_\tau\,(y_i - \rho\widehat{y_i} - x_i'\beta - z_i{}'\gamma\right\} \tag{7}$$
3. Meminimalkan norma vector dugaan peubah instrument $\gamma_\tau(\rho)$ terhadap ρ dengan menghitung nilai dugaan IVQR dari ρ_τ.
4. Membentuk fungsi kuantil
$$y_i - \rho_\tau\widehat{y_i} = x_i'\beta_\tau \tag{8}$$
   untuk menduga nilai IVQR dari parameter peubah penjelas β_τ. Proses ini akan diulangi untuk setiap kuantil (τ), sehingga didapatkan parameter yang berbeda untuk setiap kuantilnya [5].

2.4 Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas data simulasi dan data PDRB di 119 Kabupaten/Kota di Pulau Jawa tahun 2019. Data simulasi digunakan untuk evaluasi dari model yang digunakan sedangkan data PDRB digunakan untuk penerapan dari model. Data ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik. Adapun peubah yang digunakan pada penelitian ini ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Peubah yang digunakan dalam penelitian

Peubah	**Satuan**
Pendapatan asli daerah/PAD (X_1)	Juta rupiah
Jumlah tenaga kerja/JTK (X_2)	Ribu jiwa
Indeks Pembangunan Manusia/IPM (X_3)	Persen
Upah minimum kabupaten/UMK (X_4)	rupiah
PDRB berdasarkan harga konstan (Y)	Miliar rupiah

2.5 Prosedur Analisis

Analisis data dilakukan dengan menggunakan *software* RStudio 4.0.0. Berikut tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini:

a. Data simulasi
   1. Membangkitkan data simulasi dengan proses berikut:
      1. Model yang digunakan adalah model SARQR: $Y = \rho^{(\tau)}WY + X\beta^{(\tau)} + \varepsilon^{(\tau)}$ dengan banyak amatan $n = 15{,}60{,}120$ dan peubah penjelas sebanyak dua dan tanpa intersep, sehingga $X = (x_{1i}, x_{2i})$ dengan $i = 1{,}2{,}..{,}n$ dan $\beta = (\beta_1, \beta_2)'$ dengan koefisien $\beta = (1, 2)'$.
      2. Peubah penjelas x_1 dan x_2 merupakan vektor berukuran n×1 dan dibangkitkan dari sebaran normal yaitu N(0,1).
      3. Koefisien autoregresif ρ yang akan digunakan adalah $\rho = (0.2, 0.5, 0.8)$ untuk memberikan gambaran interaksi spasial.
      4. Membuat matriks pembobot W dengan metode *Circular World* [12].
      5. Galat dibangkitkan dari sebaran heteroskedastik normal berikut [13]:
      $$\varepsilon \sim N\left(0, \sqrt{0.01 \text{ x } (X\beta)^2}\right)$$
      6. Menghitung nilai peubah respon dengan
      $$Y = (I - \rho W)^{-1}(X\beta + \varepsilon) \tag{9}$$
      7. Melakukan uji keheterogenan spasial dengan uji *Breusch-Pagan* (BP) pada data yang dibangkitkan dari proses 1 sampai dengan 6. Jika $p - value < 0{,}5$ maka data bangkitan disimpan untuk digunakan dalam simulasi sedangkan jika $p - value >= 0{,}5$ maka data tidak digunakan.
      Hipotesis yang dibentuk dapat dituliskan sebagai berikut [8]:
      $H_0 : \sigma^2(u_i, v_i) = \cdots = \sigma^2(u_n, v_n) = \sigma$
      (keragaman antar wilayah sama)
      H_1 : minimal ada satu $\sigma^2(u_i, v_i) \neq \sigma^2(u_j, v_j)$ untuk $i \neq j$
      (terdapat keragaman antar wilayah)
      Statistik Uji: $BP = \left(\frac{1}{2}\right)\boldsymbol{f}^T\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{f}$, dengan f merupakan vektor berukuran n x 1 yang terdiri dari elemen $f_i = \left(\frac{\varepsilon_i^2}{\sigma^2} - 1\right)$, ε_i adalah galat

kuadrat terkecil amatan ke-i dan σ^2 merupakan ragam galat, dan X merupakan matriks peubah penjelas berukuran $n \times p$.

Tolak H_0 jika $BP > \chi^2(p)$ dengan p adalah banyaknya peubah penjelas

8. Ulangi proses 1 sampai dengan 7 sampai diperoleh 1000 kali data bangkitan yang mengandung keheterogenan spasial.

2. Pendugaan parameter dengan metode 2SQR, IVQR, SAR, Regresi Kuantil untuk $\tau = 0.5$
3. Mengevaluasi kebaikan pendugaan parameter berdasarkan nilai bias $(\widehat{\beta_i})$

b. Data PDRB Pulau Jawa
1. Melakukan eksplorasi data.
2. Melakukan pemilihan peubah penjelas yang tidak saling berkorelasi.
3. Menentukan matriks pembobot spasial (W)
4. Melakukan uji keheterogenan spasial dengan uji BP
5. Melakukan uji ketergantungan spasial dengan indeks moran [8]:

Berikut hipotesis yang digunakan:

$H_0 : I = I_0$ (tidak terdapat autokorelasi antar lokasi)

$H_1 : I \neq I_0$ (terdapat autokorelasi antar lokasi)

Statistik uji

$$z_{hitung} = \frac{(\hat{I} - I_o)}{\hat{\sigma}_I} \tag{10}$$

dengan :

$$\hat{I} = \frac{n \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} W_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} W_{ij} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}$$

Adapun I_o merupakan nilai harapan indeks moran sedangkan $\hat{\sigma}_I$ merupakan simpangan baku indeks moran yang diperoleh dengan rumus berikut:

$$\hat{\sigma}_I = \sqrt{\frac{n^2 S_1 - nS_2 + 3(w)^2}{(w)^2(n^2 - 1)}}$$

dengan

$w \quad = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{ij};$

$S_1 \quad = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} + c_{ji})^2}{2}$; c_{ij} adalah elemen matriks ketetanggaan,

$S_2 \quad = \sum_{i=1}^{n} (c_{i\cdot} + c_{\cdot i})^2.$

Kriteria keputusan yaitu tolak H_0 jika $|z_{hitung}| > z_{\alpha/2}$

6. Melakukan analisis data dengan metode SARQR
   1. Menentukan model SARQR pada data.
   2. Melakukan pendugaan parameter model SARQR

3. Menentukan peubah penjelas yang mepengaruhi peubah respon pada tiap kuantil tertentu dengan melakukan uji Wald.

$$Wald = \frac{(\hat{\beta})^2}{sb^2{}_{(\beta)}} \tag{11}$$

$\hat{\beta}$ = dugaan parameter ke-k
$sb_{(\beta)}$ = ragam dugaan parameter ke-k

4. Melakukan uji validasi model dengan menggunakan *quantile verification skill score* (QVSS) [14]:

$$QVSS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} \rho_\tau |y_i - \hat{\beta}_\tau^T x_i|}{\sum_{i=1}^{n} \rho_\tau |y_i - Q_\tau(y)|} \tag{12}$$

dengan $Q_\tau(y)$ merupakan kuantil ke-τ dari y

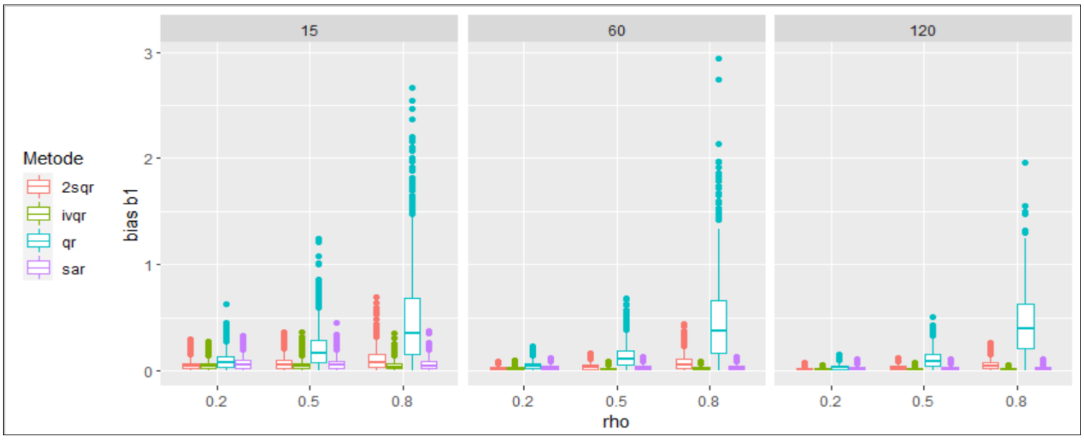
5. Menentukan model terbaik berdasarkan nilai QVSS

3. Hasil dan Diskusi

3.1 Data Simulasi

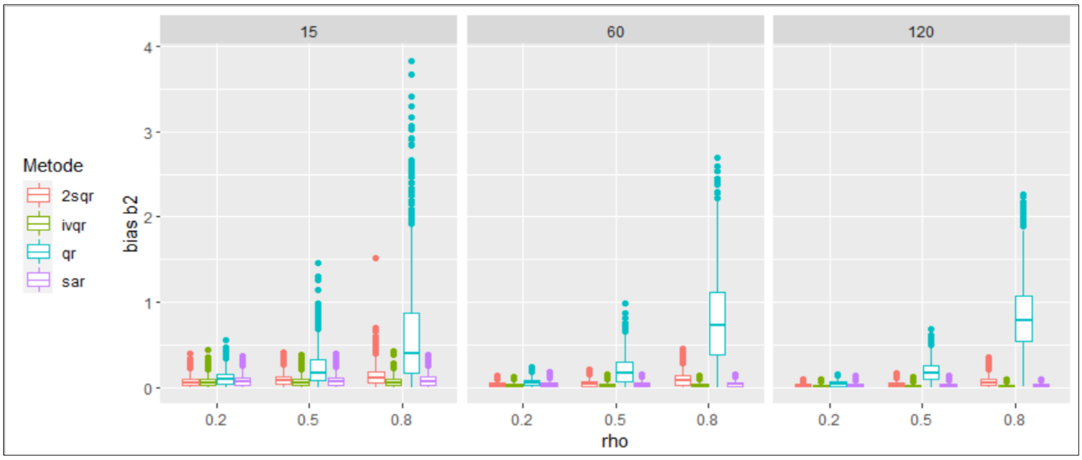
Metode 2SQR dan IVQR dievaluasi berdasarkan nilai bias penduga parameter dari data simulasi. Simulasi dilakukan dengan jumlah data yaitu n = 15, n = 60, dan n = 120. Pemilihan ketiga jumlah data untuk menggambarkan jumlah amatan (sampel) kecil, sedang, dan besar dengan 1000 kali ulangan. Selain kedua metode dari SARQR, evaluasi juga dilakukan dengan metode SAR dan Regresi Kuantil. Nilai bias masing-masing metode disajikan dalam bentuk diagram kotak garis. Semakin kecil nilai bias mengindikasikan dugaan parameter yang semakin baik dan semakin kecil keragaman bias mengindikasikan kekonsistenan dugaan parameter.

Gambar 1 menunjukkan hasil simulasi pada n = 15, n = 60 dan n = 120 untuk penduga β_1. Hasil simulasi metode IVQR memberikan nilai serta keragaman bias penduga β_1 lebih kecil dibandingkan dengan metode 2SQR, SAR maupun regresi kuantil pada semua variasi jumlah amatan. Untuk $n = 15$, nilai serta keragaman bias penduga β_1 pada metode IVQR lebih kecil dibandingkan dengan metode lain dan lebih menunjukkan kekonsistenan dugaan β_1 untuk setiap variasi nilai autokorelasi spasial. Hasil simulasi untuk $n = 60$ dan $n = 120$ juga menunjukkan hasil yang sama. Semakin besar jumlah amatan (sampel), nilai serta keragaman bias penduga β_1 pada metode IVQR juga semakin kecil dibandingkan metode lain.



Gambar 1. Perbandingan nilai bias metode 2SQR, IVQR, SAR dan Regresi Kuantil pada n=15, 60 dan 120 untuk penduga β_1

Hasil simulasi pada n = 15, n = 60 dan n = 120 untuk penduga β_2 ditunjukkan pada Gambar 2. Metode IVQR untuk setiap variasi jumlah amatan memberikan nilai bias yang lebih kecil dari metode lain. Nilai bias pada n = 120 ini juga semakin kecil dibandingkan dengan n = 15 ataupun n = 60. Hal ini menunjukkan bahwa metode IVQR lebih konsisten. Kekonsistenan metode IVQR juga dapat dilihat dari ragam yang lebih kecil dibandingkan dengan metode lain untuk setiap autokorelasi spasial dan juga variasi jumlah amatan.



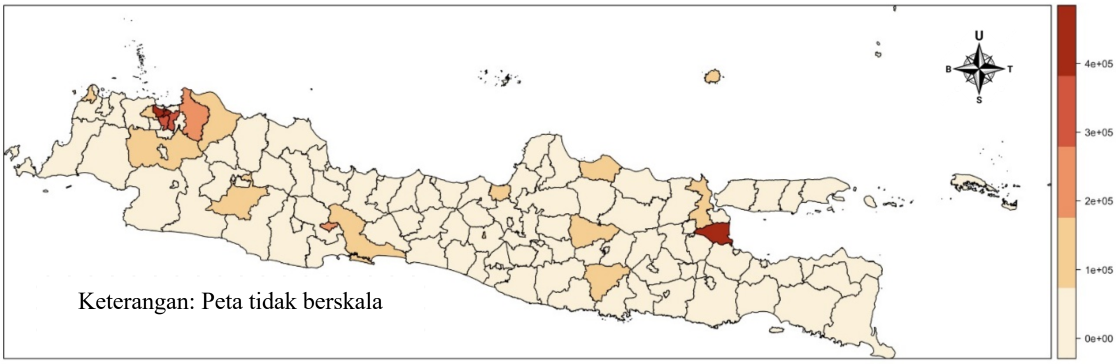
Gambar 2. Perbandingan nilai bias metode 2SQR, IVQR, SAR dan Regresi Kuantil pada n=15, 60 dan 120 untuk penduga β_2

Secara keseluruhan hasil simulasi menunjukkan bahwa semakin besar jumlah amatan maka nilai bias semakin kecil untuk setiap metode. IVQR memberikan nilai bias setiap dugaan parameter β_1 dan β_2 lebih kecil dibanding 2SQR, SAR maupun regresi kuantil. Selanjutnya, IVQR diterapkan pada data yang heterogen seperti pada data PDRB Kab/Kota di Pulau Jawa tahun 2019.

3.2 Data PDRB

3.2.1 Eksplorasi Data

Kabupaten/kota di Pulau Jawa memiliki nilai PDRB yang bervariasi. Sebaran Nilai PDRB Kabupaten/Kota di Indonesia tahun 2019 ditunjukkan pada Gambar 3. Penyebaran PDRB cenderung memiliki kesamaan dengan daerah di sekitarnya. Hal ini dapat dilihat dari daerah yang berwarna pekat (PDRB tinggi) berada di sekitar daerah yang memiliki PDRB tinggi atau sedang. Sedangkan daerah yang berwarna krem (PDRB rendah) cenderung berada di sekitar daerah yang memiliki warna yang sama. Hal ini mengindikasikan adanya hubungan spasial antar daerah.



Gambar 3. Sebaran Nilai PDRB Kabupaten/Kota di Pulau Jawa Tahun 2019

Penelitian ini menggunakan empat faktor sebagai peubah penjelas yang mempengaruhi nilai PDRB sebagai peubah respon. Untuk melihat indikasi adanya korelasi linier antar peubah penjelas maka dilakukan uji multikolinearitas. Masalah multikolinieritas dapat menyebabkan kesalahan pada pengambilan kesimpulan. Adanya korelasi linier yang mempunyai risiko cukup tinggi antar peubah prediktor dapat diindikasikan dengan nilai VIF yang lebih besar atau sama dengan 5 [15]. Nilai VIF yang diperoleh dari seluruh peubah prediktor ditunjukkan pada Tabel 2. Semua peubah memiliki nilai VIF kurang dari 5 yang artinya bahwa tidak adanya multikolinearitas pada peubah penjelas yang digunakan.

Tabel 2 Nilai VIF Setiap Peubah Penjelas

Peubah	VIF
PAD	1,357
JTK	1,113
IPM	1,214
UMK	1,506

3.2.2 Efek Spasial

Indeks Moran digunakan untuk mendeteksi ada atau tidaknya pengaruh spasial pada suatu amatan. Nilai Indeks Moran yang dihasilkan adalah sebesar 0,326 dengan nilai-p sebesar $1{,}942\text{x}10^{-9}$. Nilai $I > 0$ menunjukkan bahwa terdapat hubungan korelasi spasial positif, yang berarti bahwa terdapat kesamaan karakteristik pada PDRB kabupaten/kota yang berdekatan. Pengujian keragaman spasial dapat dilakukan dengan menggunakan uji statistik Breusch-Pagan (BP). Pengujian ini dilakukan secara simultan terhadap 119 kabupaten/kota di Pulau Jawa tahun 2019. Nilai BP diperoleh sebesar 38,467 dengan nilai-p sebesar $8{,}974 \times 10^{-8}$. Hasil tersebut memberikan kesimpulan adanya keragaman spasial terhadap pertumbuhan ekonomi yang diukur melalui nilai PDRB pada masing-masing kabupaten/kota di Pulau Jawa.

Uji LM dilakukan untuk menguji efek ketergantungan spasial dalam respons maupun galat dengan H_0 adalah tidak adanya efek ketergantungan spasial. Tabel 3 menunjukkan hasil uji ketergantungan spasial dengan uji LM. Uji ketergantungan spasial pada respons (SAR) menghasilkan nilai p yang kurang dari 0.05, sehingga menghasilkan kesimpulan tolak H_0. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa terdapat ketergantungan spasial pada respons pada taraf nyata 5%.

Tabel 3 Hasil statistik uji LM

Peubah	**Nilai**
LM Lag (SAR)	9,91*
LM Galat (SEM)	10,40*
SARMA (GSM)	11.67*
Robust LM Lag	1,27
Robust LM Galat	1,76

*nyata pada taraf 5%

3.2.3 Model Regresi Kuantil Spasial Autoregresif (SARQR)

Pendugaan parameter pada pemodelan SARQR dilakukan dengan menggunakan metode IVQR. Metode IVQR akan melakukan minimalisasi terhadap koefisien peubah instrumennya untuk setiap kelompok kuantil sehingga didapatkan parameter peubah penjelas dan spasial yang optimal. Hasil pendugaan parameter ditunjukkan pada Tabel 4 berikut:

Tabel 4 Dugaan parameter model SARQR dengan Metode IVQR

Parameter	τ **= 0,1**	τ **= 0,25**	τ **= 0,5**	τ **= 0,75**	τ **= 0,9**
intercept	-0,1408	-10.540	-37.250	-130.100	-99.020
β_{PAD}	-0,0234	0,0215	0,4158*	0,3540	0,7806
B_{JTK}	0,0289*	0,0320*	0.0514*	0.0553*	0.1322*
B_{IPM}	207,8	147,2	514,3	1.453	854,2
β_{UMK}	-0,0006	-0.0003	-0,00659	0,0072	0,0209
λ	0,05	0.05	0,35	0,70	0.000

*Nyata pada taraf 5%

Koefisien peubah penjelas jumlah tenaga kerja (JTK) yang tertera pada Tabel 4 menunjukkan nilai positif dan mengalami kenaikan pada setiap pertambahan nilai kuantil. Peubah ini merupakan peubah yang nyata pada setiap kelompok kuantil dengan taraf nyata 5%. Semakin meningkat jumlah tenaga kerja dapat mengakibatkan peningkatan nilai PDRB pada setiap Kab/Kota di Pulau Jawa sebesar satu satuan.

Validasi model dilakukan menggunakan *quantile verification skill score* (QVSS) untuk tiap kuantil. Nilai QVSS berada pada selang [0,1] dan sebanding dengan nilai R^2 pada analisis regresi linear. Semakin tinggi nilai QVSS maka semakin baik pula model yang digunakan. Adapun nilai QVSS yang diperoleh dari metode IVQR ditunjukkan pada Tabel 5 berikut ini:

Tabel 5. Nilai QVSS

Tau	**Nilai QVSS**
0,10	0,136
0,25	0,148
0,50	0,529
0,75	0,713
0,90	0,710

Nilai QVSS tertinggi sebesar 0,713 diperoleh dari metode IVQR dengan nilai tau 0,75. Artinya bahwa model dapat menggambarkan keragaman PDRB sebesar 71,3%, sisanya 28.7% dijelaskan oleh faktor lain di luar model. Nilai ini sudah cukup baik untuk menggambarkan PDRB.

4. Kesimpulan

Evaluasi pendugaan parameter pada IVQR memberikan nilai dan keragaman bias yang lebih kecil dibandingkan dengan 2SQR, SAR maupun regresi kuantil. Ini mengindikasikan kekonsistenan metode IVQR. Pemodelan SARQR dengan metode IVQR pada data PDRB Kab/Kota di Pulau Jawa Tahun 2019 menghasilkan model yang berbeda pada setiap kelompok kuantil. Nilai QVSS tertinggi sebesar 0,713 diperoleh dari metode IVQR dengan nilai tau 0,75 yang berarti bahwa pada pemodelan kuantil 75%, model dapat menggambarkan keragaman PDRB sebesar 71,3%, sisanya 28.7% dijelaskan oleh faktor lain di luar model. Dari model yang diketahui bahwa peubah jumlah tenaga kerja mempengaruhi PDRB Kab/Kota di Pulau Jawa tahun 2019 secara positif.

Daftar Pustaka

[1] Koenker, R., Basset, G. Regression Quantile. *Econometrica*, *46*(1):33-50, 1978.

[2] Bivand, R. S., Gómez-Rubio, V., & Rue, H. Approximate Bayesian inference for spatial econometrics models. *Spatial Statistics*, 9: 146–165, 2014.

[3] Trzpiot, G., Orwat-Acedańska, A. Spatial quantile regression in analysis of mortality. Acta Universitatis Lodziensis. *Folia Oeconomica*, 5(325):181-196, 2016.

[4] Yu, T., Gao, F., Liu, X., & Tang, J. A Spatial Autoregressive Quantile Regression

to Examine Quantile Effects of Regional Factors on Crash Rates. *Sensors* 22. 5. 2022.

[5] Febriyanti, A. *Penerapan Regresi Kuantil Spasial Otoregresif untuk Data Produk Domestik Regional Bruto (Studi Kasus: 113 Kabupaten/Kota di Pulau Jawa Tahun 2010).* Bogor: IPB University. 2015.

[6] Ramadhini, F. *Pemodelan Regresi Spasial Autoregresif dengan Heteroskedastik Menggunakan Pendekatan Bayes*. Bogor: IPB University. 2019.

[7] Wigena, A. H., Djuraidah, A. Quantile Regression in Statistical Downscaling to Estimate Extreme Monthly Rainfall. *Science Journal of Applied Mathematics and Statistics,* 2(3):66-70, 2014.

[8] Anselin, L., *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1988.

[9] Kostov, P. A. Spatial Quantile Regression Hedonic Model of Agricultural Land Prices. *Spatial Economic Analysis*, *4*(1): 53-72, 2009.

[10] Kim, T. H., Muller, C. Two-Stage Quantile Regression When The First Stage is Based on Quantile Regression. *Econometrics Journal*, 7: 218-231, 2004.

[11] Chernozhukov, V. & Hansen, C. Instrumental quantile regression inference for structural and treatment effect models. *Journal of Econometrics*. Vol. 132, issue 2, 491-525, 2006.

[12] Arraiz, I., Drukker, D. M., Kelejian, H. H., Prucha, I. R. A spatial cliff-ord-type model with heteroskedastic innovations: small and large sample results. *J Reg Sci*, 50(2):592–614, 2010.

[13] Yanuar, F., Hasnah, L., Devianto, D. The Simulation Study to Test The Performance of Quantile Regression Method with Heteroscedastic Error Variance. *CAUCHY-Jurnal Matematika Murni dan Aplikasi*, 5(1): 36-41, 2017.

[14] Friederichs, P., Hense, A. Statistical Downscaling of Extreme Precipitation Events Using Censored Quantile Regression. *American Meteorological Society Journal*, 135(6): 2365–2378, 2006.

[15] Berenson, M. L., Levine, D. M., & Krehbiel, T. C. *Basic Business Statistics Concept and Aplication 12 th Edition*. Pretince Hall. 2012.