JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI e-ISSN: 2614-8811
Published by Departement of Mathematics, Hasanuddin University, Indonesia
https://journal.unhas.ac.id/index.php/jmsk/index
Vol. 19, No. 1, September 2022, pp. 172 - 182
DOI: 10.20956/j.v19i1.21534

Nonparametric Regression Modeling Based on Spline Truncated Estimator on Simulation Data

Pemodelan Regresi Nonparametrik Berdasarkan Estimator *Spline Truncated* pada Data Simulasi

Ghony Nurhuda[1], Wasono[2], Darnah Andi Nohe

[1,2,3] *Laboratorium Matematika Komputasi dan Laboratorium Statistika Terapan, Fakultas MIPA, Universitas Mulawarman*
Email address*: ghonynurhuda8@gmail.com[1], wason.khayla32@gmail.com[2], darnah.98@gmail.com[3]*

Abstract
Regression analysis is one of the statistical analysis used to estimate the pattern of the relationship between predictor variables and response variables . In general, the approach to estimating the regression function is the parametric regression, the nonparametric regression and the semiparametric regression. The approach with parametric regression is used if the shape of the regression curve is assumed to follow a certain pattern such as linear, quadratic, cubic and so on, but in fact there is an unknown pattern of relationship between predictor variables and response variables, so nonparametric regression is used. Then the combination of parametric and nonparametric regression is semiparametric regression. One of the well-known nonparametric regression estimators is the spline truncated. This study was conducted by simulating the relationship pattern of the response variable and the predictor variable that not have specific pattern by following a trigonometric function that formed a regression curve with a standard deviation of 0,05 and 0,25 which formed a different distribution of data, then will be approached with parametric regression (linear, quadratic, cubic) and nonparametric regression (spline truncated linear). Based on the coefficient of determination of each standard deviation, it will shows that the nonparametric regression approach has high flexibility so that it is able to adjust the form of regression curve estimation by itself.

Keywords: Parametric Regression, Nonparametric Regression, Spline Truncated, Simulation

Abstrak
Analisis regresi merupakan salah satu metode analisis dalam statistika yang digunakan untuk mengestimasi pola hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon. Secara umum, terdapat tiga pendekatan dalam analisis regresi yaitu regresi parametrik, nonparametrik dan semiparametrik. Pendekatan dengan regresi parametrik dilakukan jika bentuk dari kurva regresi diasumsikan mengikuti pola tertentu seperti linier, kuadratik, kubik dan lain sebagainya, namun nyatanya terdapat pola hubungan variabel prediktor dan variabel respon yang tidak diketahui sehingga digunakan regresi nonparametrik. Kemudian gabungan antara regresi parametrik dan nonparametrik adalah regresi semiparametrik. Salah satu estimator regresi

nonparametrik yang terkenal adalah *spline truncated*. Pada penelitian ini, regresi nonparametrik dengan estimator *spline truncated* akan disimulasikan pada hubungan variabel respon dan prediktor yang tidak memiliki pola tertentu dengan mengikuti suatu fungsi trigonometri tertentu yang membentuk kurva regresi dengan standar deviasi 0,05; dan 0,25 yang membentuk persebaran data yang berbeda, kemudian akan didekati dengan regresi parametrik (linier, kuadratik, kubik) dan regresi nonparametrik (*spline truncated* linier dengan 1, 2, dan 3 titik knot). Berdasarkan hasil analisis, diperoleh estimasi kurva regresi terbaik terdapat pada regresi nonparametrik *spline truncated* 3 titik knot pada standar deviasi 0,05 dengan nilai koefisien determinasi 96,54%. Koefisien determinasi dari setiap standar deviasi yang diperoleh dari pendekatan regresi nonparametrik lebih tinggi daripada pendekatan regresi parametrik. Hal ini dikarenakan pendekatan regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi sehingga mampu menyesuaikan sendiri bentuk estimasi kurva regresi.

Kata kunci: Regresi Nonparametrik, Regresi Parametrik, *Spline Truncated*, Simulasi.

1. PENDAHULUAN

Statistika merupakan bagian dari matematika yang dikembangkan di atas teori peluang dengan tujuan untuk membantu manusia memecahkan berbagai persoalan kehidupan. Ilmu statistik adalah ilmu yang mempelajari bagaimana merencanakan, mengumpulkan, menyajikan, menginterpretasikan data, menganalisis dan menarik kesimpulan dari hasil analisis [13]. Salah satu metode analisis dalam statistika yang digunakan untuk menaksir pola hubungan antara variabel prediktor atau variabel bebas dengan variabel respon atau variabel terikat adalah analisis regresi [9].

Bentuk dari model regresi sangat tergantung pada kurva regresi untuk mengetahui pola hubungan dari variabel prediktor dan variabel respon. Secara umum terdapat dua pendekatan untuk mengestimasi fungsi regresi yaitu pendekatan regresi parametrik dan pendekatan regresi nonparametrik, Regresi parametrik merupakan pendekatan regesi yang digunakan untuk mengetahui bentuk hubungan antara variabel prediktor dan variabel respon dengan kurva regresi yang dikatehui dan diasumsikan mengikuti pola data tertentu [14]. Pendekatan regresi nonparametrik merupakan pendekatan yang digunakan ketika bentuk hubungannya tidak diketahui polanya yang selanjutnya kurva regresinya diasumsikan mulus [7]. Gabungan antara metode parametrik dan nonparametrik disebut metode semi-parametrik [15].

Regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi, karena data diharapkan mencari sendiri bentuk estimasi kurva regresinya tanpa dipengaruhi oleh faktor subyektifitas peneliti [6]. Pada pendekatan menggunakan model regresi nonparametrik yang tidak memiliki spesifikasi pola fungsi regresi tertentu, dapat digunakan estimator-estimator untuk memperkirakan fungsi regresi dalam model, estimator-estimator yang biasa digunakan tersebut misalnya *spline*, *kernel*, linier lokal, dan lain sebagainya [12]. Estimator-estimator pada analisis regresi nonparametrik juga membuat hasil pendekatan dan interpretasi regresi nonparametrik lebih baik. Salah satu estimator yang paling banyak digunakan dalam pemodelan dengan pendekatan regresi nonparametrik adalah estimator *spline truncated*.

Pendekatan regresi nonparametrik dengan estimator *spline* memiliki titik-titik knot yang merupakan titik perpaduan yang menunjukkan perubahan perilaku dalam kurva pada selang yang berbeda [10]. Kelebihan dari estimator *spline truncated* sendiri yaitu memberikan perhitungan matematis yang lebih mudah dan sederhana [4].

Berdasarkan uraian yang telah dipaparkan sebelumnya, maka peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan tujuan mengkaji fleksibilitas pendekatan regresi nonparametrik khususnya estimator *spline truncated*. Pada penelitian ini, akan dibangkitkan fungsi trigonometri dengan standar deviasi yang berbeda yang selanjutnya akan dimodelkan dengan pendekatan regresi parametrik dan pendekatan regresi nonparametrik.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi

Analisis regresi adalah salah satu metode statistika yang memiliki fungsi untuk mengetahui hubungan antara variabel dependen (respon) dengan variabel independen (prediktor). Analisis regresi dilakukan dengan tujuan untuk mengestimasi dan/atau memprediksi rata-rata populasi atau nilai rata-rata variabel respon berdasarkan nilai variabel prediktor yang diketahui [8]. Hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor untuk *n* buah pengamatan yang dapat dituliskan dengan (x_i, y_i) dengan $i = 1,2,\dots,n$ dimodelkan sebagai:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, i = 1,2,\dots,n \tag{2.1}$$

dimana y_i adalah variabel respon *y* pada pengamatan ke-*i*, x_i adalah variabel prediktor *x* pada pengamatan ke-*i*, ε_i adalah nilai *error* atau residual pada pengamatan ke-*i* yang merupakan variabel random prediktor dengan *mean* 0 dan varians konstan σ^2 dan $f(x_i)$ adalah kurva regresi pada titik x_i [7].

2.2 Regresi Nonparametrik

Spline merupakan potongan (*truncated*) polinomial tersegmen yang kontinu [3], sehingga mempunyai keunggulan dalam mengatasi pola data yang menunjukkan naik atau turun yang tajam dengan bantuan titik-titik knot, serta kurva yang dihasilkan relatif mulus [10]. *Spline* dalam regresi nonparametrik mempunyai sifat fleksibel dan mempunyai kemampuan mengestimasi perilaku data yang cenderung berbeda pada interval yang berlainan [7].

Analisis regresi *spline* memiliki titik – titik knot yang merupakan titik perpaduan yang menunjukkan perubahan perilaku dalam kurva pada selang yang berbeda [10]. Fungsi dari *spline* $f(x_i)$ dengan orde m dan titik-titik knot $K_1, K_2, \dots, K_k$ secara umum dapat dinyatakan sebagai berikut

$$f(x_i) = \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j + \sum_{k=1}^{r} \beta_{m+k} (x_i - K_k)_+^m, \tag{2.2}$$

dengan β_j merupakan parameter-parameter model dan *m* merupakan orde *spline* [1]. Apabila $f(x_i)$ pada Persamaan (2.2) disubstitusikan ke dalam Persamaan (2.1) maka akan diperoleh persamaan regresi nonparametrik *Spline Truncated* berorde m dan titik-titik knot $K_1, K_2, \dots, K_k$ sebagai berikut:

$$y_i = \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j + \sum_{k=1}^{r} \beta_{m+k} (x_i - K_k)_+^m + \varepsilon_i \tag{2.3}$$

dengan $i = 1,2,\dots,n$ dan fungsi *truncated*

$$(x_i - K_k)_+^m = \begin{cases} (x_i - K_k)^m & , x_i \geq K_k \\ 0 & , x_i < K_k \end{cases} \tag{2.4}$$

2.3 Pemilihan Titik Knot Optimal

Pada regresi nonparametrik *spline*, menentukan titik knot optimal merupakan hal yang sangat penting, Pemilihan titik knot yang paling optimal akan sangat mempengaruhi kurva regresi yang akan terbentuk [5]. Titik knot merupakan perpaduan bersama dimana terdapat perubahan perilaku pola pada interval yang berlainan. Pada penelitian ini, metode yang akan digunakan untuk menentukan titik knot optimal adalah metode *Generalized Cross Validation* (GCV).

Metode GCV menjadi metode yang sangat sering digunakan untuk memilih titik knot yang paling optimal. Metode GCV merupakan bentuk modifikasi dari metode *Cross Validation* (CV).

Model *spline* terbaik dengan titik knot optimal didapatkan dari nilai GCV yang paling kecil [2]. Fungsi dari metode GCV diberikan oleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} GCV(\tilde{k}) &= \frac{MSE}{[n^{-1}\text{trace}[\text{I - A}(\tilde{k})]]^2} \\ &= n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\frac{(y_i - \hat{f}(x))^2}{[n^{-1}\text{trace}[\text{I - A}(\tilde{k})]]^2} \\ &= n^{-1}\frac{\tilde{Y}^T(\mathbf{I}-\text{A}(\tilde{k}))^T(\mathbf{I}-\text{A}(\tilde{k}))\tilde{Y}}{[n^{-1}\text{trace}[\text{I - A}(\tilde{k})]]^2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

dengan:

$\hat{f}(x) = \text{A}(\tilde{k})\tilde{\boldsymbol{Y}} = \mathbf{X}^*[(\mathbf{X}^{*T}\mathbf{X}^*)^{-1}\mathbf{X}^{*T}]\tilde{\boldsymbol{Y}}$

$\text{A}(\tilde{k})\tilde{\boldsymbol{Y}} = \mathbf{X}^*(\mathbf{X}^{*T}\mathbf{X}^*)^{-1}\mathbf{X}^{*T}$

$MSE = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{f}(x))^2$

I : matriks identitas

n : banyak pengamatan

2.4 Koefisien Determinasi

Koefisien determinasi yang dinotasikan dengan R^2 merupakan suatu ukuran yang penting dalam regresi, karena dapat mengestimasikan baik atau tidaknya model regresi yang mengestimasi kurva regresi. Nilai koefisien determinasi mencerminkan seberapa besar variasi dari variabel respon dapat diterangkan oleh variabel prediktornya. Dengan demikian baik atau buruknya suatu persamaan regresi ditentukan oleh nilai R^2 nya yang mempunyai nilai antara nol dan satu [11]. Persamaan untuk mendapatkan nilai R^2 adalah sebagai berikut:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad (2.6)$$

dengan:

SSE (*Sum of Summary Error*)= $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$

SST (*Sum of Summary Total*) = $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}_i)^2$

dimana :

y_i = Pengamatan variabel respon ke-*i*

$\hat{y}_i$ = Estimasi variabel respon ke-*i*

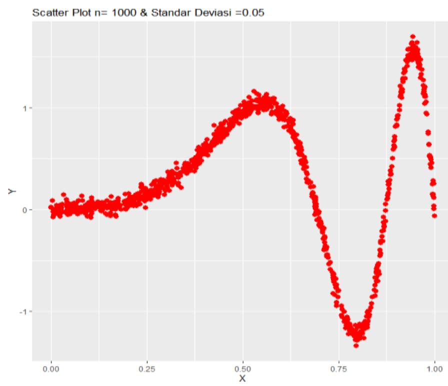
$\bar{y}$ = Rata-rata variabel respon

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada studi simulasi, akan dilakukan pendekatan regresi prametrik dan regresi nonparametrik *spline truncated* untuk mengetahui hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor, dimana variabel prediktor (x) berdistribusi *uniform* dan nilai *error* yang berdistribusi normal dengan μ=0 dan s= 0,05; 0,25. Data simulasi dibangkitkan berdasarkan fungsi trigonometri $f(x) = \frac{\sin(3\pi x^3)}{cos(x^2)}$ secara acak sebanyak 1000 kali. Penelitian ini dilakukan menggunakan bantuan *software* R.

3.1. Pemodelan Regresi Parametrik dan Nonparametrik dengan $n = 1000$ dan $s = 0,05$

Tahap awal yang dilakukan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor adalah membuat diagram pencar (*scatter plot*). Diagram pencar antara variabel respon dan variabel prediktor untuk jumlah sampel (n) adalah 1000 dengan standar deviasi s = 0,05 dapat dilihat pada Gambar 3.1.

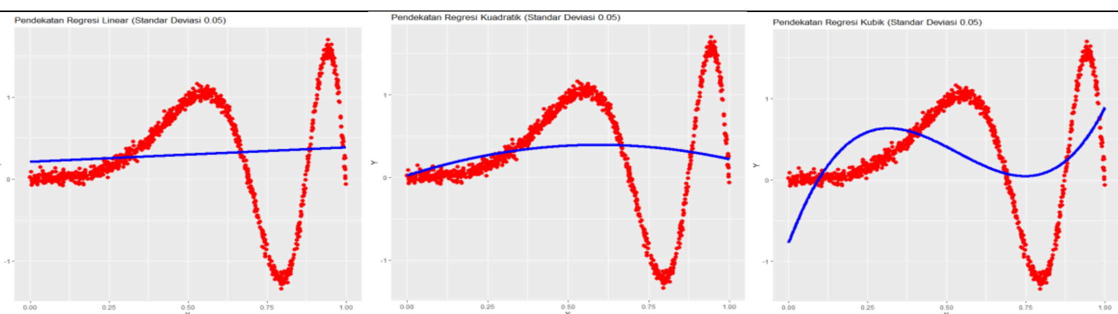


Gambar 3.1 Diagram Pencar Hubungan Variabel Prediktor dan Variabel Respon dengan $n = 1000$ dan $s = 0,05$

Berdasarkan Gambar 3.1, akan dilakukan estimasi kurva regresi menggunakan pendekatan regresi parametrik dan regresi nonparametrik.

3.2. Pendekatan Regresi Parametrik dengan $s = 0,05$

Berdasarkan pendekatan regresi parametrik (regresi linier sederhana, regresi kuadratrik dan regresi kubik), diperoleh kurva regresi pada Gambar 3.2.



(a) Regresi Linier Sederhana (b) Regresi Kuadratik (c) Regresi Kubik

Gambar 3.2 Pendekatan Regresi Parametrik (Standar Deviasi 0,05)

pendekatan menggunakan regresi parametrik menghasilkan nilai koefisien determinasi (R^2) adalah 0,005584 pada pendekatan regresi linier, 0,01931 pada pendekatan regresi kuadratik dan 0,1876 pada pendekatan regresi kubik.

3.3. Pendekatan Regresi Nonparametrik dengan $s = 0,05$

Pada pendekatan regresi nonparametrik berdasarkan estimator *spline truncated* linier, digunakan 1, 2, dan 3 titik knot. Hasil estimasi kurva dengan regresi nonparametrik *spline* *truncated* linier untuk 1 titik knot, diperoleh titik knot optimal pada $K_1 = 0{,}83$ dengan hasil GCV minimum adalah 0,369. Letak-letak titik knot dengan 5 nilai GCV terkecil dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Hasil Perhitungan 5 GCV Terkecil untuk 1 Titik Knot ($s = 0{,}05$)

No.	Letak Titik Knot	GCV
1	**0,83**	**0,369**
2	0,86	0,370
3	0,79	0,390
4	0,90	0,396
5	0,45	0,414

Hasil estimasi kurva dengan regresi nonparametrik *spline truncated* linier 2 titik knot, diperoleh titik knot optimal pada $K_1 = 0{,}62$ dan $K_2 = 0{,}76$ yang menghasilkan nilai GCV minimum yaitu 0,088 yang lebih lengkapnya dituliskan pada Tabel 3.2 dibawah ini

Tabel 3.2 Hasil Perhitungan 5 GCV Tekecil untuk 2 Titik Knot ($s = 0{,}05$)

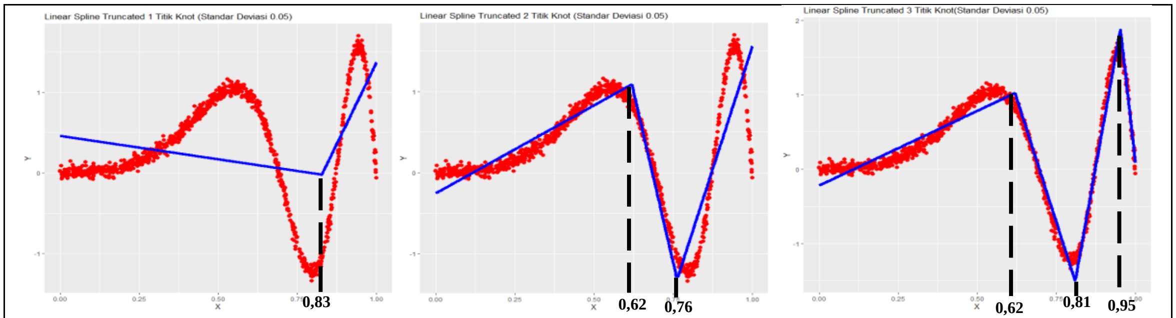
No.	Letak Titik Knot		GCV
	K_1	K_2	
1	**0,62**	**0,76**	**0,088**
2	0,57	0,81	0,094
3	0,62	0,81	0,096
4	0,67	0,76	0,103
5	0,57	0,76	0,107

Hasil estimasi kurva dengan regresi nonparametrik *spline truncated* linier 3 titik knot, diperoleh titik knot optimal pada $K_1 = 0{,}62$, $K_2 = 0{,}81$dan $K_3 = 0{,}95$ yang menghasilkan nilai GCV minimum yaitu 0,016 yang lebih lengkapnya dituliskan pada Tabel 3.3 dibawah ini:

Tabel 3.3 Hasil Perhitungan 5 GCV Terkecil untuk 3 Titik Knot ($s = 0{,}05$)

No.	Letak Titik Knot			GCV
	K_1	K_2	K_3	
1	**0,62**	**0,81**	**0,95**	**0,016**
2	0,57	0,81	0,95	0,021
3	0,62	0,81	0,90	0,036
4	0,62	0,76	0,95	0,044
5	0,57	0,81	0,90	0,045

Berdasarkan Tabel 3.1, Tabel 3.2 dan Tabel 3.3 diperoleh gambar estimasi kurva dengan regresi nonparametrik *spline truncated* yang dapat dilihat pada Gambar 3.3.



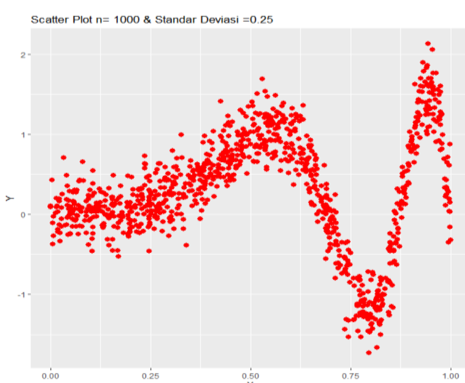
(a) 1 Titik Knot (b) 2 Titik Knot (c) 3 Titik Knot

Gambar 3.3 Pendekatan Regresi Nonparametrik (Standar Deviasi 0,05)

pendekatan menggunakan regresi nonparametrik *spline truncated* linier menghasilkan nilai koefisien determinasi (R^2) adalah 0,1829047 pada pendekatan dengan satu titik knot, 0,80530754 pada pendekatan dengan dua titik knot dan 0,9654187 pada pendekatan dengan 3 titik knot.

3.4. Pemodelan Regresi Parametrik dan Nonparametrik dengan $\boldsymbol{n = 1000}$ dan $\boldsymbol{s = 0,25}$

Tahap awal yang dilakukan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor sama seperti sebelumnya yaitu dengan membuat diagram pencar (*scatter plot*). Diagram pencar antara variabel respon dan variabel prediktor untuk jumlah sampel (n) adalah 1000 dengan standar deviasi s = 0,25 dapat dilihat pada Gambar 3.4.

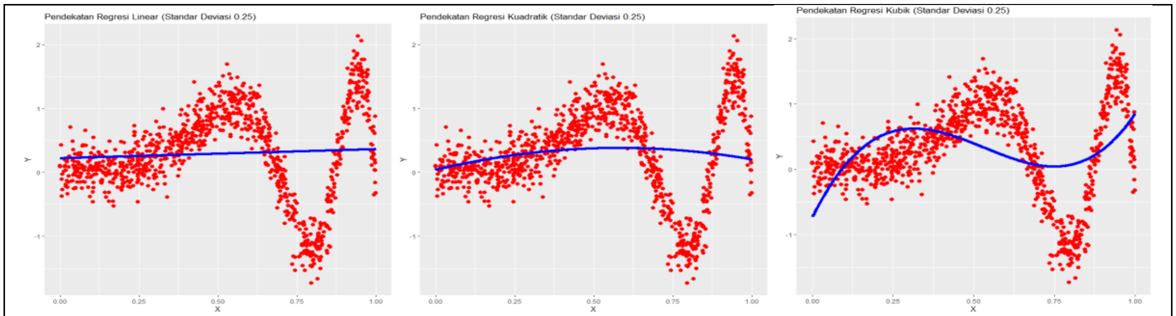


Gambar 3.4 Diagram Pencar Hubungan Variabel Prediktor dan Variabel Respon dengan n =1000 dan s = 0,25

Berdasarkan Gambar 3.4, akan dilakukan estimasi kurva regresi menggunakan pendekatan regresi parametrik dan regresi nonparametrik.

3.5. Pendekatan Regresi Parametrik dengan $\boldsymbol{s = 0,25}$

Berdasarkan pendekatan regresi parametrik (regresi linier sederhana, regresi kuadratrik dan regresi kubik), diperoleh kurva regresi pada Gambar 3.5.



(a) Regresi Linier Sederhana (b) Regresi Kuadratik (c) Regresi Kubik

Gambar 3.5 Pendekatan Regresi Parametrik (Standar Deviasi 0,25)

pendekatan menggunakan regresi parametrik menghasilkan nilai koefisien determinasi (R^2) adalah 0,003338 pada pendekatan regresi linier, 0,01503 pada pendekatan regresi kuadratik dan 0,1585 pada pendekatan regresi kubik.

3.6. Pendekatan Regresi Nonparametrik dengan $s = 0,25$

Hasil estimasi kurva dengan regresi nonparametrik *spline truncated* linier untuk 1 titik knot, diperoleh titik knot optimal pada $K_1 = 0{,}83$ dengan hasil GCV minimum adalah 0,417. Letak-letak titik knot dengan 5 nilai GCV terkecil dapat dilihat pada Tabel 3.4.

Tabel 3.4 Hasil Perhitungan 5 GCV Terkecil untuk 1 Titik Knot ($s = 0{,}25$)

No.	Letak Titik Knot	GCV
1	**0,83**	**0,417**
2	0,86	0,419
3	0,79	0,437
4	0,90	0,443
5	0,45	0,461

Hasil estimasi kurva dengan regresi nonparametrik *spline truncated* linier 2 titik knot, diperoleh titik knot optimal pada $K_1 = 0{,}62$ dan $K_2 = 0{,}76$ yang menghasilkan nilai GCV minimum yaitu 0,141 yang lebih lengkapnya dituliskan pada Tabel 3.5 dibawah ini:

Tabel 3.5 Hasil Perhitungan 5 GCV Terkecil untuk 2 Titik Knot ($s = 0{,}25$)

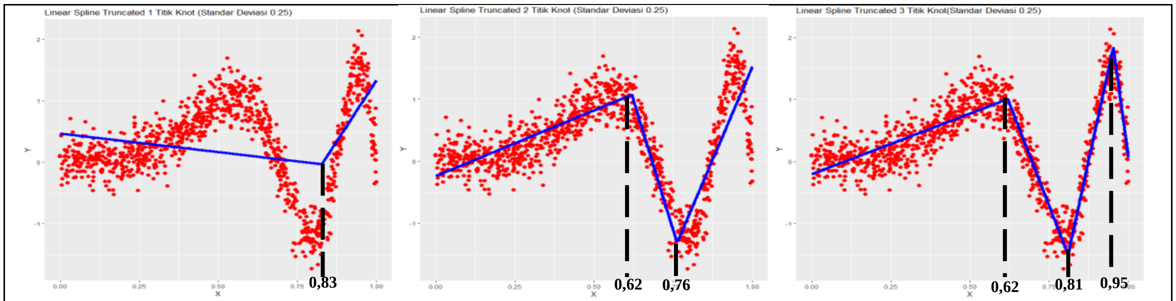
No.	Letak Titik Knot		GCV
	K_1	K_2	
1	**0,62**	**0,76**	**0,141**
2	0,57	0,81	0,148
3	0,62	0,81	0,150
4	0,67	0,76	0,157
5	0,57	0,76	0,161

Hasil estimasi kurva dengan regresi nonparametrik *spline truncated* linier 3 titik knot, diperoleh titik knot optimal pada $K_1 = 0{,}62$, $K_2 = 0{,}81$ dan $K_3 = 0{,}95$ yang menghasilkan nilai GCV minimum yaitu 0,072 yang lebih lengkapnya dituliskan pada Tabel 3.6 dibawah ini:

Tabel 3.6 Hasil Perhitungan 5 GCV Terkecil untuk 3 Titik Knot ($s = 0{,}25$)

No.	Letak Titik Knot			GCV
	K_1	K_2	K_3	
1	**0,62**	**0,81**	**0,95**	**0,072**
2	0,57	0,81	0,95	0,078
3	0,62	0,81	0,90	0,092
4	0,62	0,76	0,95	0,099
5	0,57	0,81	0,90	0,101

Berdasarkan Tabel 3.4, Tabel 3.5 dan Tabel 3.6, diperoleh estimasi kurva regresi nonparametrik *spline truncated* linier yang dapat dilihat pada Gambar 3.6 sebagai berikut:



(a) 1 Titik Knot (b) 2 Titik Knot (c) 3 Titik Knot

Gambar 3.6 Pendekatan Regresi Nonparametrik (Standar Deviasi 0,25)

pendekatan menggunakan regresi nonparametrik *spline truncated* linier menghasilkan nilai koefisien determinasi (R^2) adalah 0,1602099 pada pendekatan dengan satu titik knot, 0,7156460 pada pendekatan dengan dua titik knot dan 0,8548964 pada pendekatan dengan 3 titik knot.

3.7. Pemilihan Model Terbaik Berdasarkan Koefisien Determinasi

Setelah melakukan estimasi kurva regresi dengan pendekatan regresi parametrik dan regresi nonparametrik *spline truncated* linier dengan 1,2 dan 3 titik knot, selanjutnya dilakukan pemilihan model terbaik berdasarkan koefisien determinasi (R^2). Koefisien determinasi pada model regresi parametrik dan regresi nonparametrik untuk s = 0,05; 0,25 secara lengkap dapat dilihat pada Tabel 3.7 dan Tabel 3.8.

Tabel 3.7 Koefisien Determinasi Untuk Setiap Hasil Pemodelan (Standar Deviasi 0,05)

Standar Deviasi	Pendekatan	Koefisien Determinasi (%)
0,05	Regresi Linier	0,56
	Regresi Kuadratik	1,93
	Regresi Kubik	18,76
	Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* 1 Knot	18,29
	Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* 2 Knot	80,53
	Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* 3 Knot	96,54

Tabel 3.8 Koefisien Determinasi Untuk Setiap Hasil Pemodelan (Standar Deviasi 0,25)

Standar Deviasi	Pendekatan	Koefisien Determinasi (%)
0,25	Regresi Linier	0,33
	Regresi Kuadratik	1,50
	Regresi Kubik	15,85
	Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* 1 Knot	16,02
	Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* 2 Knot	71,56
	Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* 3 Knot	85,49
	Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* 3 Knot	42,48

Berdasarkan Tabel 3.7 dan Tabel 3.8, dapat dilihat bahwa pada standar deviasi 0,05 memiliki nilai-nilai koefisien determinasi yang lebih tinggi dibandingkan nilai-nilai koefisien determinasi pada standar deviasi 0,25. Hal ini menunjukkan bahwa persebaran data simulasi pada kurva regresi mempengaruhi tingkat kebaikan estimasi kurva regresi pada penelitian ini, yaitu berdasarkan nilai koefisien determinasi, semakin kecil persebaran data pada kurva regresi maka akan semakin baik pula estimasi untuk kurva regresi.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan pada penelitian ini, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Nilai koefisien determinasi terbaik ditunjukkan pada pendekatan regresi nonparametrik *spline truncated* 3 titik knot dengan nilai koefisien determinasi paling tinggi yaitu 96,54% pada standar deviasi 0,05; dan 85,49% pada standar deviasi 0,25;
2. Berdasarkan hasil simulasi yang dilakukan, pendekatan regresi nonparametrik tidak bergantung pada asumsi bentuk kurva regresi tertentu sehingga memberikan fleksibilitas yang tinggi. Pada penelitian ini, estimator *spline truncated* memiliki kemampuan yang sangat baik dalam menangani data yang perilakunya berubah-ubah dengan adanya titik-titik knot.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Budiantara, I. N., 2001. Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik Serta Perkembangannya. In *Makalah Pembicara Utama pada Seminar Nasional Alumni Pasca Sarjana Matematika Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta*.

[2] Budiantara, I. N., 2005. Penentuan titik-titik knots dalam regresi spline. *Jurnal Jurusan Statistika FMIPA-ITS*.

[3] Dani, A. T. R., Adrianingsih, N. Y., Ainurrochmah, A., & Sriningsih, R., 2021. Flexibility of Nonparametric Regression Spline Truncated on Data without a Specific Pattern. *Jurnal Litbang Edusaintech*, *2*(1), 37-43.

[4] Dani, A. T. R., & Ni'matuzzahroh, L., 2021. Pemodelan Persentase Penduduk Miskin Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Barat dengan Pendekatan Regresi Nonparametrik Spline Truncated. *J Statistika: Jurnal Ilmiah Teori Dan Aplikasi Statistika*, *14*(1), 24-29.

[5] Dani, A. T. R., Ratnasari, V., & Budiantara, I. N., 2021. Optimal Knots Point and Bandwidth Selection in Modeling Mixed Estimator Nonparametric Regression. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 1115, No. 1, p. 012020). IOP Publishing.

[6] Darnah, 2019. Modeling of Maternal Mortality and Infant Mortality Cases in East Kalimantan using Poisson Regression Approach Based on Local Linier Estimator. *IOP Conf. Series : Earth and Environmental Science 243*

[7] Eubank, R. L., 1999. Nonparametric Regression and Spline Smoothing, Second Edition. *Marcel Dekker Inc. New York*.

[8] Gujarati, D. N., 2003. Ekonometrika Dasar, Terjemahan: Sumarno Zain. *Erlangga. Jakarta.*

[9] Gujarati, D. N., 2006. Dasar-dasar Ekonometrika Jilid 1 dan 2. *Edisi Ketiga. Erlangga. Jakarta*.

[10] Hardle, W., 1990. Applied Nonparametric Regression. *Cambridge University Press. New York.*

[11] Iqbal, M.,, 2015. Regresi Data Panel (2): Tahap Analisis. *Retrived From https://dosen. perbanas. id/regresi-data-panel-2-tahap-analisis*.

[12] Lestari, B., Budiantara, I. N., & Chamidah, N., 2019. Smoothing parameter selection method for multiresponse nonparametric regression model using smoothing spline and kernel estimators approaches. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1397, No. 1, p. 012064). IOP Publishing.

[13] Nohe, D.A., 2014. Biostatistika 1. *Halaman Moeka. Jakarta Barat*.

[14] Prahutama, A., & Santoso, R. 2018. Mix local polynomial and spline truncated: the development of nonparametric regression model. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1025, No. 1, p. 012102). IOP Publishing.

[15] Widodo, E., & Irmayanti, A. N., 2019. Perbandingan Metode Regresi Spline Truncated dengan Regresi Linear Sederhana untuk Kasus Harga Saham Perusahaan Pertambangan di Indonesia. *EKSAKTA: Journal of Sciences and Data Analysis*, 143-153