

Comparison of Estimated Reserve Claims with the Classical Chain Ladder and Bornhuetter-Double Chain Ladder Method

Perbandingan Estimasi Cadangan Klaim dengan Metode *Classical Chain Ladder* dan *Bornhuetter-Double Chain Ladder*

M. Jibril Khalifatullah¹, Krisdiantha Anggaraputra², Tione Daffaxa Dumamika³,
Achmad Zanbar Soleh⁴, Lienda Noviyanti⁵

Ilmu Aktuaria, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Padjadjaran^{1,2,3,4,5}
*Email: muhammadjibrilkh@gmail.com*¹, *daffaxaa@gmail.com*³, *dianthakris@gmail.com*⁴,
*lienda@unpad.ac.id*⁵

Abstract

In the world of insurance, insurance companies need to back up claims to ensure that the company can cover expenses resulting from filing claims from policyholders. Claim reserves represent the estimated value of claim payments in the future, where there are differences in the estimated and actual value of claim payments. Errors in predicting claim reserves will result in inaccuracies and disrupt the insurance company's financial stability. There are several ways to estimate claim reserves, one of the most common methods is using a Chain Ladder. However, the Chain Ladder method is very susceptible to outliers, so another method is needed to estimate claims reserves that are more accurate. This study discusses the comparison between the Chain Ladder method and one of the development methods, namely Bornhuetter-Double Chain Ladder in estimating claim reserves. The Bornhuetter-Double Chain Ladder method uses data on claims that have occurred as a whole, the amount of claims that have been paid, and the number of claims that have occurred. Based on the research results, it can be concluded that the Bornhuetter-Double Chain Ladder method is capable of producing more stable and accurate claim reserves compared to the Chain Ladder method.

Keywords: Claim Reserve, Classical Chain Ladder, Bornhuetter-Double Chain Ladder



JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
M. Jibril Khalifatullah, Krisdiantha Anggaraputra, Tione Daffaxa Dumamika,
Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti

Abstrak

Di dalam dunia asuransi, perusahaan asuransi perlu membuat cadangan klaim untuk memastikan bahwa perusahaan dapat menutupi pengeluaran yang diakibatkan pengajuan klaim dari pemegang polis. Cadangan klaim merupakan nilai estimasi dari pembayaran klaim di masa depan, dimana terdapat perbedaan nilai estimasi dan aktual dari pembayaran klaim. Kesalahan dalam memprediksi cadangan klaim akan mengakibatkan ketidakakuratan dan mengganggu kestabilan keuangan perusahaan asuransi. Terdapat beberapa cara untuk mengestimasi cadangan klaim, salah satu metode paling umum adalah menggunakan *Chain Ladder*. Namun metode *Chain Ladder* sangat rentan terhadap *outlier* sehingga dibutuhkan adanya metode lain untuk mengestimasi cadangan klaim yang lebih akurat. Penelitian ini membahas mengenai perbandingan antara metode *Chain Ladder* dengan salah satu metode pengembangan yaitu *Bornhuetter-Double Chain Ladder* dalam mengestimasi cadangan klaim. Metode *Bornhuetter-Double Chain Ladder* menggunakan data besar klaim yang terjadi secara keseluruhan, besar pembayaran klaim yang sudah dibayarkan, serta banyak klaim yang terjadi. Berdasarkan hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa metode *Bornhuetter-Double Chain Ladder* mampu menghasilkan cadangan klaim yang lebih stabil dan akurat dibandingkan dengan metode *Chain Ladder*.

Kata kunci: Cadangan Klaim, *Classical Chain Ladder*, *Bornhuetter-Double Chain Ladder*

1. PENDAHULUAN

Kehidupan manusia tidak terlepas dari berbagai kemungkinan terjadinya risiko yang akan dialami setiap individu. Risiko adalah suatu keadaan ketidakpastian, di mana jika terjadi suatu keadaan yang tidak dikehendaki akan mengakibatkan kerugian material maupun non-material. Oleh karena itu, salah satu cara untuk mengantisipasi kerugian akibat risiko tersebut adalah melalui asuransi. Asuransi merupakan suatu perjanjian antara penyedia jasa layanan asuransi dengan peserta asuransi sebagai tertanggung, di mana pihak tertanggung membayarkan iuran untuk mendapatkan penggantian atas risiko kerugian, kerusakan, atau kehilangan atas peristiwa yang tidak terduga. Polis merupakan kontrak yang dibuat oleh perusahaan asuransi dengan peserta asuransi yang berisi perjanjian membayar cicilan dengan jumlah tertentu selama periode tertentu [2]. Perusahaan asuransi wajib menyiapkan dana secara tepat untuk menutupi pengeluaran oleh klaim yang terjadi pada periode ke depan. Dana yang telah disiapkan ini dikenal sebagai cadangan klaim. Setiap akhir periode pelaporan, aktuaris akan melaporkan jumlah dana yang telah dialokasikan untuk cadangan klaim perusahaan.

Cadangan klaim adalah dana yang disiapkan untuk menyelesaikan pembayaran klaim-klaim yang belum terselesaikan. Jika perusahaan asuransi salah mengambil langkah dalam memprediksi cadangan klaim untuk periode kedepan, hal ini dapat mengakibatkan ketidakakuratan untuk menutupi pengeluaran yang diakibatkan pengajuan klaim dari pemegang polis dan akan mengganggu kestabilan keuangan dari perusahaan asuransi tersebut. Klaim yang masih dalam proses pembayaran dan mengalami penundaan disebut dengan istilah *outstanding claims*. Ada dua jenis *outstanding claims*, yaitu *Incurred but Not Reported (IBNR)* dan *Reported but Not Settled (RBNS)*. IBNR merupakan peristiwa klaim yang telah terjadi namun belum dilaporkan kepada perusahaan. Jika hasil cadangan klaim IBNR menunjukkan kenaikan yang signifikan, maka diperlukan valuasi terhadap harga premi, karena akan merugikan perusahaan asuransi [7]. RBNS merupakan peristiwa klaim yang telah dilaporkan namun pembayarannya belum diselesaikan perusahaan, berdasarkan Hossack, *et al* [4].

Secara umum, ada dua pendekatan untuk mengestimasi, yaitu pendekatan deterministik yang terdiri dari metode *Chain Ladder* (CL) dan *Bornhuetter-Ferguson* (BF) serta pendekatan stokastik yang terdiri dari *Frequentist* dan *Bayesian*. Metode deterministik banyak diterapkan dalam praktik karena sederhana dan memberikan hasil yang akurat. Namun, metode ini menghasilkan nilai estimasi cadangan klaim tanpa memperhatikan sumber penundaan klaim tersebut berasal (*IBNR delay* dan *RBNS delay*). *IBNR delay* terjadi saat klaim tersebut terjadi hingga dilaporkan. Sedangkan *RBNS delay* terjadi saat klaim tersebut dilaporkan hingga selesai dibayarkan [13]. Ditambah, metode CL dan BF belum bisa mengestimasi klaim IBNR dan RBNS secara terpisah.

Metode *Double Chain Ladder* (DCL) sudah dapat mengestimasi cadangan klaim yang memisahkan IBNR dan RBNS. Namun, metode DCL menghasilkan nilai cadangan klaim yang identik dengan metode *Classical Chain Ladder* karena hanya menggunakan besar klaim yang sudah dibayarkan (*paid claims*) dan merupakan data historis. Dengan menggunakan data historis saja dalam perhitungan, menyebabkan parameter inflasi yang diestimasi tidak stabil yang menyebabkan hasil akhir dari perhitungan cadangan klaim metode DCL sangat dipengaruhi oleh nilai estimasi dari parameter inflasi Munir H, *et al* [9].

Berdasarkan masalah di atas, akan digunakan metode *Bornhuetter-Double Chain Ladder* (BDCL) yang diperkenalkan oleh Miranda, *et al* [8]. Metode BDCL menggunakan data besar klaim yang terjadi secara keseluruhan, besar pembayaran klaim yang sudah dibayarkan, serta banyak klaim yang terjadi sehingga mampu mengestimasi cadangan klaim IBNR dan RBNS secara terpisah dan nilai estimasi parameter inflasi yang lebih stabil dari hanya menggunakan data historis. Metode BDCL diharapkan dapat memperoleh pendekatan nilai estimasi yang lebih baik dari metode-metode yang sebelumnya pernah digunakan. Maksud dari penulisan artikel ini adalah menentukan estimasi cadangan klaim menggunakan metode *Classical Chain Ladder* dan *Bornhuetter-Double Chain Ladder* serta membandingkan kedua metode dengan memberikan gambaran perhitungan proyeksi total cadangan klaim. Adapun tujuan yang dapat diterima dari penelitian ini adalah memberikan metode alternatif dan menentukan metode terbaik yang dapat digunakan dalam mengestimasi total cadangan klaim.

2. METODE PENELITIAN

2.1. Kajian Pustaka

2.1.1. *Run-off Triangle*

Run-off triangle merupakan ringkasan dari suatu data set klaim-klaim individu yang memuat gambaran klaim secara keseluruhan Antonio, *et al*. [1]. Data set klaim ini berbentuk matriks segitiga dan disusun berdasarkan periode kejadian (*accident period*) dan periode pengembangan (*development period*). Data yang ada dalam *run-off triangle* biasanya merupakan besar klaim (*claims amount*) dan juga banyak klaim (*number of claims*), di mana keduanya tersaji dalam bentuk *incremental* dan *cumulative* [10].

Misal $C_{i,j}$ merupakan peubah acak yang menyatakan besar klaim *incremental* yang dibayarkan berdasarkan periode kejadian ke- i dan periode pengembangan ke- j untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 0, 1, \dots, n - 1$ dengan $i \in \{1, \dots, n\}, j \in \{0, \dots, n - 1\}$.

Tabel 1. *Run-off triangle* dalam bentuk data *incremental*

Periode	Periode Pengembangan
---------	----------------------

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
M. Jibril Khalifatullah, Krisdiantha Anggaraputra, Tione Daffaxa Dumamika,
Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti

Kejadian	1	2	...	j	...	$n-1$	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$...	$C_{1,j}$...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$...	$C_{2,j}$...	$C_{2,n-1}$	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots		
i	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$...	$C_{i,j}$			
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots				
$n-1$	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$					
n	$C_{n,1}$						

Berdasarkan Tabel 1, sel-sel yang berada pada segitiga atas dan berwarna putih merupakan data segitiga *run-off triangle*, sedangkan sel-sel yang berada pada segitiga bawah dan berwarna kuning merupakan *future triangle data* yang akan dihitung.

Dalam proses estimasi cadangan klaim *outstanding*, digunakan data *run-off triangle* berbentuk data *cumulative*, $D_{i,j}$ dapat dibentuk berdasarkan data *incremental* dengan persamaan berikut:

$$D_{i,j} = \sum_{k=1}^j C_{i,k} ; \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n \text{ dan } i+j \leq n+1 \quad (1)$$

Notasi $D_{i,j}$ menunjukkan besar klaim *cumulative* yang terjadi pada periode kejadian ke- i dan periode pengembangan ke- j . Tabel 2. merupakan ilustrasi data *run-off triangle* berbentuk *cumulative*.

Tabel 2. *Run-off triangle* dalam bentuk data *cumulative*

Periode Kejadian	Periode Pengembangan						
	1	2	...	j	...	$n-1$	n
1	$D_{1,1}$	$D_{1,2}$...	$D_{1,j}$...	$D_{1,n-1}$	$D_{1,n}$
2	$D_{2,1}$	$D_{2,2}$...	$D_{2,j}$...	$D_{2,n-1}$	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots		
i	$D_{i,1}$	$D_{i,2}$...	$D_{i,j}$			
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots				
$n-1$	$D_{n-1,1}$	$D_{n-1,2}$					
n	$D_{n,1}$						

2.1.2. Chain Ladder

Penentuan estimasi klaim dengan Metode CL merupakan penentuan estimasi klaim untuk masa mendatang secara sederhana dan tidak harus memenuhi asumsi distribusi tertentu yang diperkenalkan oleh Mack [6]. Menurut Taylor, *et al.* [12], metode *Chain Ladder* sering digunakan sebagai *gold standard* karena penggunaannya yang umum dan mudah diterapkan. Terdapat dua asumsi dasar pada metode ini, yaitu: berdasarkan faktor pengembangan dan *link ratios*. Hal pertama yang dilakukan pada penentuan estimasi klaim dengan metode *Chain Ladder* adalah membentuk *run-off triangle cumulative*.

Berdasarkan England & Verrall [3], untuk mengestimasi total besar klaim yang akan datang dilakukan perhitungan faktor penundaan (*Weighted Average*) yang dinotasikan dengan $\hat{\lambda}_j$ yaitu:

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
M. Jibril Khalifatullah, Krisdiantha Anggaraputra, Tione Daffaxa Dumamika,
Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} D_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} D_{i,j}} \text{ untuk } 1 \leq j \leq n-1. \quad (2)$$

Selanjutnya, dilakukan penaksiran total klaim *run-off triangle cumulative* bagian kanan bawah sampai periode ke- j menggunakan faktor penundaan. Estimasi *cumulative paid claim amount* berdasarkan periode kejadian ke- i dan periode pengembangan ke- j dengan $i \in \{1, \dots, n\}, j \in \{0, \dots, n-1\}$ dinotasikan dengan $\hat{D}_{i,j}$ melalui persamaan berikut:

$$\hat{D}_{i,j} = D_{j,n-i} \prod_{n+1-i}^{n-1} \hat{\lambda}_{n+1-i} \text{ untuk } 2 \leq i \leq n. \quad (3)$$

Untuk menghitung cadangan klaim menggunakan *Chain Ladder*, terlebih dahulu mencari nilai *Estimated Ultimate Losses (EUL)* yang dirumuskan menurut Soleha & Hikmah [11] melalui persamaan berikut:

$$EUL = (\text{Losses Paid to Date}) \cdot \prod \hat{\lambda}_j, \quad (4)$$

sehingga didapatkan perhitungan estimasi cadangan klaim melalui persamaan berikut:

$$\text{Estimated Loss Reserve} = EUL - LDP. \quad (5)$$

2.1.3. Bornhuetter-Double Chain Ladder

Pada tahun 1972, dua aktuaris yaitu Bornhuetter dan Pearl Ferguson mengembangkan suatu metode baru untuk mengatasi kekurangan atau kelemahan yang ada pada metode *Chain Ladder*, yang hanya menggunakan data masa lalu saja. Sama seperti metode *Chain ladder*, metode *Bornhuetter-Ferguson* belum bisa mengestimasi cadangan klaim IBNR dan RBNS secara terpisah. Maka dari itu, terdapat modifikasi metode yaitu metode *Bornhuetter-Double Chain Ladder* yang dapat memisahkan perhitungan cadangan klaim IBNR dan RBNS. Untuk mengestimasi cadangan klaim IBNR dan RBNS pada metode BDCL, terlebih dahulu dilakukan estimasi parameter α dan β . Parameter α_i yaitu *ultimate aggregate* pada tahun ke- i diestimasi sesuai dengan data yang digunakan. $\hat{\alpha}_i$ diestimasi menggunakan *Aggregated number of claims* (\aleph_n), $\hat{\tilde{\alpha}}_i$ diestimasi menggunakan *Aggregated paid claims* (Δ_n), dan $\hat{\tilde{\alpha}}_i$ diestimasi menggunakan *Aggregated incurred claims* (\beth_n) dengan rumus perhitungan secara berurutan sebagai berikut:

$$\hat{\alpha}_i = \sum_{j=0}^{n-i} N_{i,j} \prod_{j=n-i+1}^{n-1} \hat{\lambda}_i^{\aleph_n} \text{ untuk } i = 0, \dots, n. \quad (6)$$

$$\hat{\tilde{\alpha}}_i = \sum_{j=0}^{n-i} C_{i,j} \prod_{j=n-i+1}^{n-1} \hat{\lambda}_i^{\Delta_n} \text{ untuk } i = 0, \dots, n. \quad (7)$$

$$\hat{\tilde{\alpha}}_i = \sum_{j=0}^{n-i} V_{i,j} \prod_{j=n-i+1}^{n-1} \hat{\lambda}_i^{\beth_n} \text{ untuk } i = 0, \dots, n. \quad (8)$$

Parameter peluang *ultimate* (β_j) digunakan dalam metode BDCL sebagai bentuk konversi dari estimasi faktor pengembangan. Parameter $\hat{\beta}_j$ dan $\hat{\tilde{\beta}}_j$ diestimasi menggunakan faktor pengembangan dari data *Aggregated number of claims* (\aleph_n) dan *Aggregated paid claims* (Δ_n), untuk $j = 1, \dots, n-1$. Rumus perhitungannya adalah sebagai berikut:

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
M. Jibril Khalifatullah, Krisdiantha Anggaraputra, Tione Daffaxa Dumamika,
Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti

$$\hat{\beta}_0 = \frac{1}{\prod_{l=j}^{n-1} \hat{\lambda}_l^{s_n}} \text{ dan } \hat{\beta}_j = \frac{\hat{\lambda}_j^{s_n-1}}{\prod_{l=j}^{n-1} \hat{\lambda}_l^{s_n}} \text{ untuk } 1 \leq j \leq n-1. \quad (9)$$

$$\tilde{\beta}_0 = \frac{1}{\prod_{l=j}^{n-1} \hat{\lambda}_l^{s_n}} \text{ dan } \tilde{\beta}_j = \frac{\hat{\lambda}_j^{s_n-1}}{\prod_{l=j}^{n-1} \hat{\lambda}_l^{s_n}} \text{ untuk } 1 \leq j \leq n-1. \quad (10)$$

Setelah itu, dilakukan estimasi parameter peluang penundaan klaim (p_j) dimana parameter $\hat{\pi}_j$ diperlukan dalam mengestimasi p_j dengan persamaan berikut:

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\beta}_0 & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{\beta}_1 & \tilde{\beta}_0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \tilde{\beta}_{n-1} & \dots & \tilde{\beta}_1 & \tilde{\beta}_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\pi}_0 \\ \vdots \\ \hat{\pi}_{n-1} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Sebelum substitusi Persamaan (11), akan dilakukan penyesuaian terlebih dahulu dengan rumus:

$$\hat{p}_l = \hat{\pi}_l, \text{ untuk } l = 0, \dots, d-1. \quad (12)$$

$$\hat{p}_d = 1 - \sum_{l=0}^{d-1} \hat{\pi}_l. \quad (13)$$

Selanjutnya dari Persamaan (13), didapatkan nilai estimasi peluang penundaan klaim yang telah disesuaikan (\hat{p}_j) dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_0 \\ \vdots \\ \hat{p}_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\pi}_0 \\ \vdots \\ 1 - \sum_{l=0}^{d-1} \hat{\pi}_l \end{pmatrix} \quad (14)$$

Pada tahap berikutnya, menggunakan data *Aggregated incurred claims* (\mathfrak{I}_n) dilakukan estimasi parameter faktor rata-rata pembayaran klaim yang dinotasikan dengan μ diperoleh rumus sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{\alpha}_i}{\hat{\alpha}_i}. \quad (15)$$

Sedangkan estimasi parameter inflasi (*severity inflation*) diperoleh melalui rumus sebagai berikut:

$$\hat{\gamma}_i = \frac{\hat{\alpha}_i}{\hat{\alpha}_i \hat{\mu}}; i = 1, \dots, n. \quad (16)$$

Untuk menentukan estimasi cadangan klaim IBNR adalah dengan menggunakan nilai estimasi banyak klaim yang terjadi ($\hat{N}_{i,j}$) sehingga didapatkan perhitungan estimasi klaim IBNR adalah sebagai berikut:

$$\hat{R}_{i,j}^{IBNR} = \sum_{l=0}^{i-n+j-1} \hat{N}_{i,j} - l \hat{\pi}_l \hat{\mu} \hat{\gamma}_i. \quad (17)$$

Sedangkan estimasi nilai cadangan klaim RBNS diperoleh berdasarkan nilai aktual atau historis banyak klaim yang terjadi ($N_{i,j}$) sehingga didapatkan nilai cadangan klaim RBNS dengan rumus sebagai berikut:

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
M. Jibril Khalifatullah, Krisdiantha Anggaraputra, Tione Daffaxa Dumamika,
Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti

$$\hat{R}_{i,j}^{RBNS} = \sum_{l=i-n+j}^j N_{i,j} - l \hat{\pi}_l \hat{\mu} \hat{\gamma}_i. \quad (18)$$

Perhitungan estimasi cadangan klaim metode BDCL adalah penjumlahan antara estimasi cadangan klaim IBNR dan RBNS, yaitu:

$$\hat{R}_{i,j}^{BDCL} = \hat{R}_{i,j}^{IBNR} + \hat{R}_{i,j}^{RBNS}. \quad (19)$$

Metode BDCL pernah digunakan dalam penelitian sebelumnya oleh Yoanda J. [14] yang menghasilkan perhitungan *error* untuk metode BDCL lebih kecil jika dibandingkan dengan metode DCL. Namun, penelitian tersebut masih menggunakan *dataset* Miranda [8].

2.2. Metode Analisis Data

Pengolahan data dalam penelitian ini menggunakan bantuan *software Microsoft Excel* dan *R Studio*. Langkah-langkah dalam mengestimasi cadangan klaim adalah:

1. Mengubah data dalam bentuk *run-off triangle* dalam bentuk *incremental* menjadi *run-off triangle* dalam bentuk *cumulative* dengan menggunakan Persamaan (1).
2. Menghitung estimasi cadangan klaim dengan dua metode, yaitu CL dan BDCL menggunakan masing-masing Persamaan (5) dan Persamaan (19).
3. Interpretasi hasil estimasi cadangan klaim *outstanding*.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini menggunakan data yang diambil dari artikel penelitian Khalifatullah [5]. Data tersebut merupakan data kuantitatif berupa data historis besar pembayaran klaim yang sudah dibayarkan dan *outstanding claims* pada kendaraan bermotor Asuransi PT. XYZ sebagai *client* dari Kantor Konsultan Aktuaria ABC pada tahun 2016-2020 dengan periode tahunan.

Langkah awal perhitungan estimasi cadangan klaim adalah menyajikan data historis besar pembayaran klaim yang sudah dibayarkan dan *outstanding claims* dalam bentuk *run-off triangle* agregat *incremental*. Data *Aggregated paid claims* (Δ_n), *Aggregated number of claims* (\aleph_n), dan *Aggregated incurred claims* (\beth_n) dalam bentuk *Incremental Run-off triangle* disajikan pada Tabel 3.1, Tabel 3.2, dan Tabel 3.3.

Tabel 3.1 *Incremental Paid claim amount* dalam *Run-off triangle*
 Pada Tahun 2016-2020 (dalam Rp 1000)

$C_{i,j}$	Periode Kejadian (i tahun)	Periode Penundaan (j tahun)				
		0	1	2	3	4
2016	1	9.679.886	3.467.105	37.263	4.500	0
2017	2	8.141.347	4.078.560	208.071	0	
2018	3	9.746.519	3.669.106	200.581		
2019	4	8.394.110	3.874.753			
2020	5	9.063.656				

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
M. Jibril Khalifatullah, Krisdiantha Anggaraputra, Tione Daffaxa Dumamika,
Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti

Tabel 3.2 Incremental Claim numbers dalam Run-off triangle
 Pada Tahun 2016-2020 (dalam Rp 1000)

$N_{i,j}$ Periode Kejadian (i tahun)		Periode Penundaan (j tahun)				
		0	1	2	3	4
2016	1	1.940	520	2	1	0
2017	2	1.715	405	6	0	
2018	3	1.647	496	13		
2019	4	1.504	348			
2020	5	1.233				

Tabel 3.3 Incremental Incurred claim dalam Run-off triangle
 Pada Tahun 2016-2020 (dalam Rp 1000)

$V_{i,j}$ Periode Kejadian (i tahun)		Periode Penundaan (j tahun)				
		0	1	2	3	4
2016	1	14.291.225	3.467.105	27.263	4.500	0
2017	2	13.089.489	4.078.560	208.071	0	
2018	3	13.770.575	3.673.606	200.581		
2019	4	12.639.322	3.874.753			
2020	5	11.085.608				

Dengan menggunakan Persamaan (1), Tabel 3.1 hingga Tabel 3.3 diubah menjadi data segitiga *run-off* agregat *cumulative* yang disajikan pada Tabel 3.4, Tabel 3.5, dan Tabel 3.6.

Tabel 3.4 Cumulative Paid claim amount dalam Run-off triangle
 Pada Tahun 2016-2020 (dalam Rp 1000)

$D_{i,j}$ Periode Kejadian (i tahun)		Periode Penundaan (j tahun)				
		0	1	2	3	4
2016	1	9.679.886	13.146.991	13.174.254	13.178.754	13.178.754
2017	2	8.141.347	12.219.906	12.427.978	12.427.978	
2018	3	9.746.519	13.415.625	13.616.207		
2019	4	8.394.110	12.268.863			
2020	5	9.063.656				

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
M. Jibril Khalifatullah, Krisdiantha Anggaraputra, Tione Daffaxa Dumamika,
Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti

Tabel 3.5 *Cumulative Claim numbers* dalam *Run-off triangle*
 Pada Tahun 2016-2020 (dalam Rp 1000)

$T_{i,j}$ Periode Kejadian (i tahun)		Periode Penundaan (j tahun)				
		0	1	2	3	4
2016	1	1.940	2.460	2.462	2.463	2.463
2017	2	1.715	2.120	2.126	2.126	
2018	3	1.647	2.143	2.156		
2019	4	1.504	1.852			
2020	5	1.233				

Tabel 3.6 *Cumulative Incurred claim* dalam *Run-off triangle*
 Pada Tahun 2016-2020 (dalam Rp 1000)

$I_{i,j}$ Periode Kejadian (i tahun)		Periode Penundaan (j tahun)				
		0	1	2	3	4
2016	1	14.291.225	13.146.991	13.174.254	13.178.754	13.178.754
2017	2	13.089.489	12.219.906	12.427.978	12.427.978	
2018	3	13.770.575	13.420.125	13.616.207		
2019	4	12.639.322	12.268.863			
2020	5	11.085.608				

Dalam mengestimasi besar cadangan klaim menggunakan metode *Chain Ladder*, langkah pertama ialah menghitung estimasi *cumulative paid amount* berdasarkan data *run-off triangle cumulative claim* pada Tabel 3.4 dengan metode *weighted average* pada Persamaan (2), sehingga diperoleh nilai *loss development factor* seperti pada Tabel 3.7.

Tabel 3.7 Nilai *Loss Development Factor*

j	1	2	3	4
$\hat{\lambda}_j$	1,420	1,011	1,0001	1

Setelah mendapatkan nilai *loss development factor*, dilakukan perhitungan estimasi besar klaim *cumulative* menggunakan faktor penundaan menggunakan Persamaan (3) dan diperoleh nilai estimasi seperti pada Tabel 3.8.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
M. Jibril Khalifatullah, Krisdiantha Anggaraputra, Tione Daffaxa Dumamika,
Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti

Tabel 3.8 Estimasi Cadangan Klaim untuk Setiap Periode (dalam Rp 1000)

$\widehat{D}_{i,j}$	Periode Kejadian (i tahun)	Periode Penundaan (j tahun)				
		0	1	2	3	4
2016	1	9.679.886	13.146.991	13.174.254	13.178.754	13.178.754
2017	2	8.141.347	12.219.906	12.427.978	12.427.978	12.427.978
2018	3	9.746.519	13.415.625	13.616.207	13.618.600	13.618.600
2019	4	8.394.110	12.268.863	12.406.765	12.408.946	12.408.946
2020	5	9.063.656	12.866.747	13.011.370	13.013.657	13.013.657

Selanjutnya dilakukan perhitungan *Estimated Ultimate Losses (EUL)* berdasarkan Persamaan (4) sehingga didapatkan nilai estimasi cadangan klaim melalui Persamaan (5). Hasil estimasi *loss reserve* menggunakan metode *Chain Ladder* disajikan pada Tabel 3.9.

Tabel 3.9 Estimasi Cadangan Klaim untuk Setiap Periode (dalam Rp 1000)

Periode Klaim	<i>Estimated Ultimate Losses (EUL)</i>	<i>Losses Paid-to-Date (LPD)</i>	<i>Estimated Loss Reserve</i>
1	13.178.754	13.178.754	-
2	12.427.978	12.427.978	-
3	13.618.600	13.616.207	2.393
4	12.408.946	12.268.863	140.083
5	13.013.657	9.063.656	3.950.001
Total	64.647.935	60.555.458	4.092.477

Berdasarkan Tabel 3.9, dapat diperoleh estimasi besarnya cadangan klaim yang harus disediakan oleh perusahaan asuransi menggunakan metode *Chain Ladder* adalah sebesar Rp 4.092.477.000.

Dalam mengestimasi besar cadangan klaim dengan metode BDCL, akan ditentukan nilai estimasi nilai dari parameter (α_i, β_i) untuk masing-masing data pada *run-off triangle* menggunakan Persamaan (6) sampai dengan (10). Hasil perhitungan estimasi parameter (α_i, β_i) akan disajikan pada Tabel 3.10 dan Tabel 3.11.

Tabel 3.10 Hasil Estimasi Parameter α

i	$\widehat{\alpha}_i$	$\widehat{\alpha}_i$	$\widehat{\alpha}_i$
1	2.463	13.178.753.993	13.178.758.993
2	2.126	12.427.977.868	12.427.977.868
3	2.156	13.618.599.918	13.618.599.918
4	1.858	12.408.945.590	12.407.505.927
5	1.559	13.013.657.894	10.640.916.292

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
M. Jibril Khalifatullah, Krisdiantha Anggaraputra, Tione Daffaxa Dumamika,
Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti

Tabel 3.11 Hasil Estimasi Parameter β

j	$\hat{\beta}_j$	$\hat{\beta}_j$
0	0,791059	0,696473
1	0,205610	0,292239
2	0,003113	0,011113
3	0,000218	0,000176

Setelah diperoleh hasil pada Tabel 3.11, akan ditentukan estimasi parameter penundaan menggunakan Persamaan (11) kemudian dilakukan penyesuaian terhadap setiap nilai $\hat{\pi}_j$ dengan memperhatikan Persamaan (13) dan menggunakan Persamaan (14). Sehingga didapatkan nilai \hat{p}_j sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_0 \\ \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \\ \hat{p}_3 \\ \hat{p}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,8571 \\ 0,1369 \\ 0 \\ 0,0060 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Dengan menggunakan hasil estimasi pada Tabel 3.10, dilakukan estimasi rata-rata pembayaran klaim pada tahun pertama ($\hat{\mu}$) menggunakan Persamaan (15) diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = 5.350.692$$

Nilai estimasi parameter inflasi atau *severity inflation* yang digunakan pada metode BDCL adalah $\hat{\gamma}_i^{BDCL}$. Perhitungannya menggunakan Persamaan (16). Tabel 3.12 menunjukkan hasil perhitungan estimasi parameter inflasi yang digunakan pada metode BDCL.

Tabel 3.12 Hasil Estimasi Parameter Inflasi ($\hat{\gamma}_i^{BDCL}$)

i	$\hat{\gamma}_i^{BDCL}$
1	1,00000
2	1,09251
3	1,18026
4	1,24791
5	1,27589

Dalam menghitung estimasi komponen cadangan RBNS, digunakan data banyaknya klaim yang terjadi pada segitiga atas \mathfrak{N} yaitu \mathfrak{N}_n dan hasil estimasi parameter $\tilde{\theta} = \{\hat{p}_i, \hat{\mu}, \hat{\gamma}_i\}$ yang telah diestimasi sehingga Tabel 3.13 menunjukkan hasil estimasi cadangan klaim RBNS yang diperoleh menggunakan Persamaan (18) untuk tiap tahun kejadian dari mulai $i = 2, \dots, 5$.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
M. Jibril Khalifatullah, Krisdiantha Anggaraputra, Tione Daffaxa Dumamika,
Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti

Tabel 3.13 Estimasi Besar Cadangan Klaim RBNS per tahun kejadian

i	$\hat{R}_{i,j}^{RBNS}$
2	0
3	636.772,37
4	98.869.622,63
5	1.003.897.430,82
Total	1.103.403.826

Selanjutnya, estimasi komponen IBNR yang diperoleh dari banyaknya klaim yang terjadi atau $N_{i,j}$ seperti pada Persamaan (17). Tabel 3.14 menunjukkan hasil estimasi komponen cadangan IBNR dengan metode BDCL untuk tiap tahun kejadian dari mulai $i = 2, \dots, 5$.

Tabel 3.14 Estimasi Besar Cadangan Klaim IBNR per tahun kejadian

i	$\hat{R}_{i,j}^{IBNR}$
2	0
3	1.756.492,81
4	41.196.844,50
5	2.225.911.737,20
Total	2.268.865.074,50

Untuk mendapatkan estimasi total besar cadangan klaim dengan metode BDCL dapat diperoleh menggunakan Persamaan (19). Berdasarkan Tabel 3.13 dan Tabel 3.14 diperoleh total besar cadangan klaim sebesar Rp 3.372.268.900 untuk setiap tahun kejadian mulai dari tahun 2017 hingga tahun 2020 untuk klaim yang terjadi tetapi belum dilaporkan dan untuk klaim yang sudah dilaporkan tetapi masih dalam proses pembayaran.

Tabel 3.15 Estimasi Besar Cadangan Klaim dengan Metode BDCL dan CL (dalam Rp 1000)

Periode Kejadian	Cadangan Klaim		
	<i>Bornhuetter-Double Chain Ladder</i>	<i>Classical Chain Ladder</i>	
i	$\hat{R}_{i,j}^{RBNS}$	$\hat{R}_{i,j}^{IBNR}$	<i>ELR</i>
	1.103.404	2.268.865	4.092.477
Total	3.372.269		4.092.477

Berdasarkan Tabel 3.15, dapat dilihat bahwa cadangan klaim IBNR dan RBNS pada metode BDCL masing-masing sebesar Rp 1.103.403.826 dan Rp 2.268.865.074, jika dijumlahkan sebesar Rp 3.372.268.900. Sedangkan untuk metode CL menghasilkan estimasi sebesar Rp 4.092.477.000. Terdapat selisih cadangan klaim sebesar 720.208.100.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
M. Jibril Khalifatullah, Krisdiantha Anggaraputra, Tione Daffaxa Dumamika,
Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dengan kasus data historis besar pembayaran klaim yang sudah dibayarkan dan *outstanding claims* pada kendaraan bermotor Asuransi PT. XYZ dengan metode CL dan BDCL diperoleh hasil bahwa dengan menggunakan data besarnya klaim yang dibayarkan (*paid claim*), data banyaknya klaim yang terjadi (*incurred claim*) sudah dapat mengestimasi cadangan klaim secara terpisah.

Selain itu, besar cadangan klaim yang diestimasi metode CL lebih besar dibandingkan metode BDCL, namun jika dibandingkan dengan metode CL yang sudah memisahkan kedua komponen cadangan klaim tersebut, metode BDCL mampu menghasilkan cadangan klaim yang lebih stabil karena parameter inflasi (*severity inflation*) yang menggunakan data besar klaim yang terjadi secara keseluruhan. Hasil dari metode BDCL menunjukkan keunggulannya dalam menghasilkan estimasi cadangan klaim yang lebih stabil dan akurat. Dengan mempertimbangkan parameter inflasi yang didasarkan pada data besar klaim yang terjadi secara keseluruhan, BDCL mampu mengatasi ketidakpastian dalam estimasi cadangan klaim. Kemampuan metode BDCL dalam mengestimasi cadangan klaim *Incurred But Not Reported* (IBNR) dan *Reported But Not Settled* (RBNS) secara terpisah memberikan fleksibilitas yang berharga bagi perusahaan asuransi dalam mengelola risiko keuangan mereka.

Selain perbandingan estimasi cadangan klaim antara metode *Classical Chain Ladder* (CL) dan *Bornhuetter-Double Chain Ladder* (BDCL), hasil penelitian ini juga memberikan wawasan yang berharga terkait stabilitas dan akurasi kedua metode tersebut dalam menghadapi variasi data historis yang kompleks. Dalam konteks asuransi kendaraan bermotor, ketersediaan data klaim yang lengkap dan akurat sangat penting untuk menghasilkan estimasi cadangan klaim yang dapat diandalkan. Metode CL, meskipun menghasilkan cadangan klaim yang lebih besar dibandingkan metode BDCL, dapat menjadi lebih rentan terhadap fluktuasi data dan tidak mampu mempertimbangkan secara efektif parameter inflasi dalam estimasi cadangan.

REFERENCES

- [1] Antonio, K., Beirlant, J., Hoedemakers, T., dan Verlaak, R., 2006. Lognormal Mixed Models for Reported Claims Reserves. *North American Actuarial Journal*. Vol. 10, No. 1, 30–48.
- [2] Bowers NL., Gerber HU., Hickman JC., Jones DA., & Nesbitt CJ., 1997. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries.
- [3] England, P. D., & Verrall, R. J., 2002. Stochastic Claims Reserving in General Insurance. *British Actuarial Journal*. Vol. 8, 331-334.
- [4] Hossack, I. B., J. H. Pollard, dan B. Zenwirth, 1999. *Introductory Statistics with Applications in General Insurance (second edition)*. The University of Cambridge.
- [5] Khalifatullah, Jibril., 2023. Estimasi Cadangan Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor Dengan Metode Bornhuetter-Double Chain Ladder. *Skripsi*. Universitas Padjadjaran: Jatinangor.
- [6] Mack, T., 1993. Distribution-Free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates. *ASTIN Bulletin*. Vol. 23, 213-225.
- [7] Marbun, E. H., 2016. Analisis Estimasi Cadangan Klaim IBNR (Incurred But Not Reported) untuk Produk Asuransi Kesehatan dengan Metode Klasik Chain Ladder dan Bonrhuetter-Ferguson (Studi Kasus PT. Asuransi GHI). *Mathematics & Applications Journal*.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
M. Jibril Khalifatullah, Krisdiantha Anggaraputra, Tione Daffaxa Dumamika,
Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti

- [8] Miranda, M. D. M., Nielsen, J. P., & Verral, R., 2013. Double chain ladder and Bornhuetter-Ferguson. *North American Actuarial Journal*. Vol. 17, No. 2, 101-113. doi:10.1080/10920277.2013.793158.
- [9] Munir, H., Carolin, M., Miranda, M.D.M. & Nielsen, J.P., 2015. Cash flow generalisations of non-life insurance expert systems estimating outstanding liabilities. *International Journal*. Vol. 45, 400-409.
- [10] Mutaqin, A. K., Tampubolon, D. R. dan Darwis. S., 2008. Run-Off Triangle Data dan Permasalahannya. *Statistika*. Vol. 8, No. 1, 55-59.
- [11] Soleha, A., & Hikmah, Y., 2022. Claim Reserve Estimation Using Double Chain Ladder Method. *International Journal of Industrial Engineering & Production Research*. Vol 33, No. 4: 1-8. doi:10.22068/ijiepr.33.4.14.
- [12] Taylor, G., McGuire, G., & Greenfield, 2003. Loss Reserving: Past, Present, and Future. *Banking & Insurance eJournal*. ISBN 0 7340 2898 9.
- [13] Verral, R., Nielsen, J.P. dan Jessen, A., 2010. Prediction of RBNS and IBNR claims using claim amounts and claim counts. *ASTIN Bulletin*. Vol. 40, No. 2, 871-887.
- [14] Yoanda J., 2018. Prediksi Cadangan Klaim IBNR dan RBNS dengan metode Bornhuetter Double Chain Ladder. *Skripsi*. Bogor (ID): Institut Pertanian Bogor.