JMSK
Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi
http://journal.unhas.ac.id/index.php/jmsk
Vol. 3, No.2, 60-69, Januari 2007
ISBN:1858-1382

Penggunaan GARCH dalam Pemodelan Data Nilai Tukar IDR terhadap USD

Anisa[*] dan Himawan[**]

Abstrak

In analysis of time series, variance error always be assumed constant. Nevertheless, there are some financial economic data such as exchange rate data that variance error has not constant. This research describes an alternative model in analysis of time series which allowed variance error as an autoregressive process that recognized by GARCH *(Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*). GARCH model was used for modeling time series with residual condition variation according to the time. Estimated of parameter GARCH model can be used with MLE (Maximum Likelihood Estimation) method. At the end of this thesis is represented the variance model of exchange value of Rupiah (IDR) to American Dollar (USD). This research was based on daily data from January 2002 to December 2005. The result of the research show that rate of exchange value IDR to USD satisfied the assumption from GARCH model and GARCH (2,2) model is the most appropriate for the time series data.

Keywords: *ARCH, GARCH, MLE method, exchange rate value.*

1. Pendahuluan

Seiring dengan perkembangan sektor finansial yang semakin pesat maka tidak dapat dipungkiri bahwa data finansial telah banyak digunakan dalam kehidupan perekonomian dewasa ini. Data finansial yang digunakan umumnya berupa data runtun waktu.

Untuk meramalkan data finansial yang berupa data runtun waktu biasanya dibuat sebuah pemodelan runtun waktu. Pemodelan runtun waktu dengan model *Autoregressive* (AR), *Moving Average* (MA), atau campuran dari model AR dan MA sudah sangat luas penggunaannya, namun penggunaan model AR atau MA sudah tidak tepat lagi digunakan ketika dihadapkan pada data finansial. Hal ini dikarenakan pada data finansial seperti indeks harga saham, suku bunga, kurs mata uang dan sebagainya memiliki keragaman (*volatility*) yang tidak konstan disetiap titik waktunya sehingga variansi/ragam dari error akan selalu berubah setiap waktu. Hal ini disebut sebagai heteroskedastisitas (*heteroscedastic*) pada data runtun waktu.

Untuk mengatasi sifat heteroskedastis pada data finansial, *Robert Engle* (1982) mengenalkan sebuah metode baru yaitu *Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (ARCH) yang kemudian dikembangkan oleh *Tim Bollerslev* (1986) menjadi *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (GARCH). Menurut Engle, penggunaan model ARCH pada data runtun waktu yang mengalami heteroskedastisitas akan sangat berperan dalam meningkatkan efisiensi. Pada metode ARCH, variansi error masa sekarang dipengaruhi oleh volatilitas masa lalu (*last period's volatility*), sedangkan pada GARCH, variansi error tidak hanya dipengaruhi oleh volatilitas masa lalu (*last period's volatility*) tetapi juga variansi masa lalu (*last period's varians*). Pada penelitian ini, data runtun waktu finansial yang digunakan berupa nilai tukar mata uang atau

[*] *Staf pengajar pada Jurusan Matematika F.MIPA Universitas Hasanuddin Makassar*
[**] *Mahasiswa pada Jurusan Matematika F.MIPA Universitas Hasanuddin Makassar*

kurs pada Bank Indonesia. Dalam penerapan model GARCH ini akan digunakan nilai kurs jual IDR terhadap USD. Data kurs adalah sebuah proses stokastik yang berupa data harian sehingga dapat dengan jelas dilihat fluktuasinya dan pengelompokan volatilitas yang terjadi. Data yang dipakai adalah transaksi dari tanggal 1 Januari 2002 sampai 30 Desember 2005 sehingga jumlah data *T* adalah 983 data. Hal ini mengingat transaksi yang terjadi untuk kurs IDR terhadap USD hanya berlangsung lima hari dalam seminggu kecuali hari libur.

2. Landasan Teori

2.1. Model *Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (ARCH)

Misalkan $X_1, X_2, ..., X_t$ adalah observasi runtun waktu dan anggap F_t adalah kumpulan dari X_t hingga waktu *t*. Seperti yang didefinisikan oleh Engle (1982), proses X_t disebut sebagai proses ARCH orde *p*, jika

$$X_t \mid F_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

dengan $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + ... + \alpha_p X_{t-p}^2$

$$= \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i X_{t-i}^2 \qquad (1)$$

dimana $p > 0,\ a_0 > 0,$ dan $\alpha_i \geq 0$ untuk *i* = 1,2,3…,*p*. Kondisi $\alpha_0 > 0$ dan $\alpha_i \geq 0$ diperlukan agar nilai variansi bersyarat h_t selalu positif, dimana harapan dan variansi bersyarat dari X_t adalah $E(X_t \mid F_{t-1}) = 0$ dan $Var(X_t \mid F_{t-1}) = E(X^2{}_t \mid F_{t-1}) = h_t$.

2.2. Model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (GARCH)

GARCH adalah salah satu pendekatan untuk memodelkan runtun waktu dengan kondisi error bervariasi menurut waktu (*heteroscedasticity*). Metode ini diperkenalkan pertama kali oleh Bollerslev (1986) yang merupakan generalisasi dari proses ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedastic).* GARCH diangggap memberikan hasil yang lebih sederhana karena menggunakan lebih sedikit parameter sehingga mengurangi tingkat kesalahan dalam perhitungan. Secara umum GARCH (*p,q*) dituliskan sebagai

$$X_t \mid F_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

dengan $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + ... + \alpha_p X_{t-p}^2 + \beta_1 h_{t-1} + ... + \beta_q h_{t-q}$

$$= \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i X^2{}_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j h_{t-j} \qquad (2)$$

$p \geq 0, q \geq 0$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ untuk *i*=1,…,*p* dan $\beta_j \geq 0$ untuk *j*=1,…,*q*

Kondisi $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ dan $\beta_j \geq 0$ diperlukan agar nilai variansi bersyarat h_t selalu positif. Pada model GARCH variansinya selain dipengaruhi oleh beberapa data acak sebelumnya juga dipengaruhi oleh sejumlah variansi dari data acak sebelumnya.

2.3. Uji Adanya Efek ARCH

Untuk mengetahui adanya efek ARCH dalam data runtun waktu dapat dilakukan dengan uji Pengganda Lagrange (*Lagrange Multiplier).* Uji ini ditemukan oleh Engle (1982) sehingga disebut juga sebagai *Engle Lagrange Multiplier* (ELM).

2.4. Pendugaan Parameter Model

Pendugaan parameter pada persamaan rataan maupun pada persamaan ragam bersyarat dilakukan secara simultan. Pada pendugaan parameter $\alpha_0, \alpha_i,$ dan β_j pada model GARCH, misalkan kita memiliki model regresi sedemikian hingga

$$y_t = \gamma_0 + \gamma_1 x_t + e_t, t = 1,\dots,T$$

$$X_t = Z_t \sqrt{h_t}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_i X_{t-1}^2 + \beta_j h_{t-1}$$

Untuk mempermudah permodelan maka *Olsen's (1978)* menganjurkan untuk melakukan penyederhanaan parameter (*reparameterisasi*) sebagai berikut :

$$\underset{\sim}{\theta} = (\gamma_0, \gamma_1, \alpha_0, \alpha_i, \beta_j)' = (\underset{\sim}{\gamma}', \underset{\sim}{\delta}')$$

dimana vektor parameter $\underset{\sim}{\theta}$ dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\underset{\sim}{\delta} = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_i \\ \beta_j \end{bmatrix} \text{ dan } \underset{\sim}{\gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_0 \\ \gamma_1 \end{bmatrix}$$

2.5. Pemilihan Model Terbaik

Pada umumnya model terbaik pada runtun waktu dipilih setelah melalui uji diagnosa pada sisaan, begitu juga halnya dengan data finansial. Apabila pada sisaan sudah tidak terdapat pengaruh ARCH, galat menyebar normal, serta tidak terdapat autokorelasi pada sisaan (*white noise),* maka dikatakan model yang diperoleh sudah layak (*fit*). Akan tetapi belum ada metode yang langsung bisa menentukan seberapa besar orde pada model, kecuali dengan memilih bentuk yang paling sederhana.

Dalam analisis data, biasanya diperoleh beberapa model yang tepat yang dianggap mewakili data yang dianalisis. Salah satu kriteria pemilihan model berdasarkan pada analisis sisaan yaitu AIC (*Akaike Information Criterion*) yang didefinisikan sebagai berikut :

$$AIC = \log(\hat{\sigma}^2) + \tfrac{2l}{T} \tag{3}$$

dimana

T	:	ukuran sampel
$\hat{\sigma}^2$	:	penduga maksimum likelihood dari σ^2
l	:	banyaknya parameter yang diduga dalam model

Model terbaik yang dipilih diantara model-model yang sesuai adalah model dengan nilai AIC terkecil (Wei,1990).

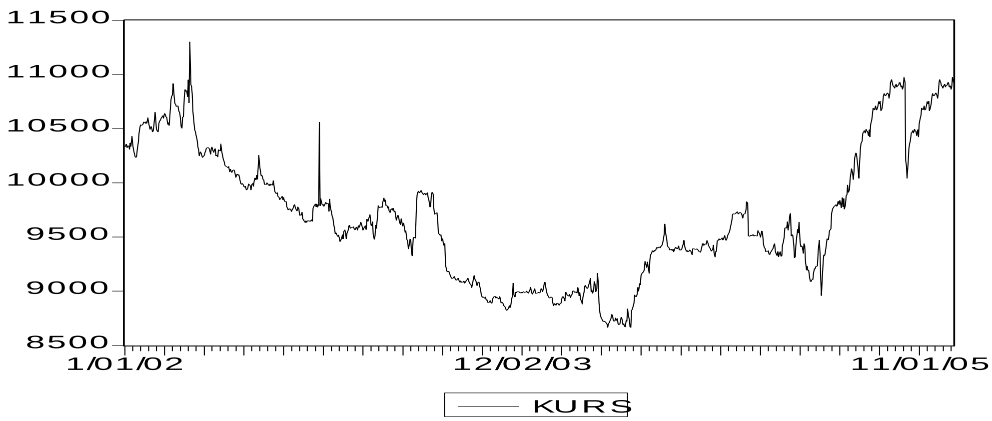
2.6. Diagnostik Model

Langkah terakhir yang dilakukan untuk menentukan model ARCH/GARCH yang paling sesuai dengan data adalah diagnostik model. Diagnosa dilakukan terhadap sisaan terakhir yang telah distandarisasi dengan melihat sebaran galat, kebebasan galat melalui fungsi autokorelasi (ACF) atau autokorelasi parsial (PACF), dan kehomogenan galat.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Analisis Data

Langkah pertama yang dilakukan sebelum menganalisis lebih lanjut adalah membuat plot data nilai tukar IDR terhadap USD. Plot datanya dapat dilihat pada Gambar 1 dan ringkasan statistik diberikan pada Tabel 1 berikut.



Gambar 1. Plot Data Kurs IRD Terhadap USD Transaksi 1 Januari 2002 – 30 Desember 2005.

Tabel 1. Ringkasan Statistik Data Kurs IDR Terhadap USD

Statistik	Nilai
Mean	9697.313
Median	9601.500
Maksimum	11300.00
Minimum	8665.000
Standar Deviasi	610.9641

Dari plot data terlihat bahwa nilai kurs IDR terhadap USD berfluktuasi dari waktu ke waktu. Pergerakan nilai kurs sangat sulit diprediksi karena terdapat banyak faktor yang mempengaruhi naik turunnya nilai kurs tersebut. Terlihat juga data belum stasioner baik secara rata-rata maupun variansinya.

Dari plot data asli pada Gambar 1 terlihat bahwa data belum stasioner. Ini diperkuat dengan pengujian *Augmented Dickey-Fuller* dengan tanpa pembedaan seperti yang terlihat pada Tabel 2 dan 3. Untuk pengujian kestasioneran, sebuah data runtun waktu dikatakan stasioner jika nilai *ADF test statistic* lebih kecil dari nilai *MacKinnon critical value* dengan besarnya α yang sudah ditentukan sebelumnya.

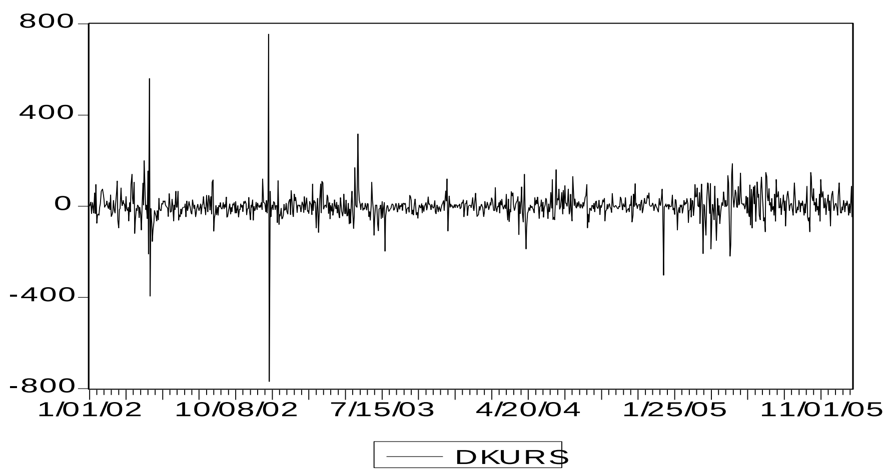
Tabel 2. *Augmented Dickey Fuller* Unit Roots test KURS lag 1

ADF Test Statistic	0.256172	1% Critical Value*	-2.5677
		5% Critical Value	-1.9397
		10% Critical Value	-1.6158
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.			

Tabel 3. *Augmented Dickey Fuller* Unit Roots test KURS lag 4

ADF Test Statistic	0.302448	1% Critical Value*	-2.5677
		5% Critical Value	-1.9397
		10% Critical Value	-1.6158
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.			

Dari uji akar-akar unit (*unit roots test*) tanpa pembedaan dengan lag 1 didapat nilai *ADF test statistic* sebesar 0.256172, nilai ini lebih besar dari nilai *MacKinnon critical value* pada berapapun besarnya α . Hal serupa juga ditunjukkan oleh *ADF test statistic* tanpa pembedaan lag 4 sebesar 0.302448. Hal ini menunjukkan bahwa data belum stasioner. Oleh karena itu perlu dilakukan pembedaan untuk menstasionerkan data kurs IDR terhadap USD.



Gambar 2. Plot data Kurs IDR Terhadap USD dengan Pembedaan

Plot di atas menunjukkan kestasioneran pada mean (meannya sekitar nol) namun terlihat fluktuasi data masih tinggi mengingat adanya *volatility clustering* (fluktuasi tinggi cenderung diikuti fluktuasi rendah dan juga sebaliknya). Ini diperkuat dengan pengujian *Augmented Dickey-Fuller* dengan pembedaan seperti yang terlihat pada Tabel 4 dan 5.

Tabel 4. *Augmented Dickey Fuller* Unit Roots test DKURS lag 1

ADF Test Statistic	-24.82137	1% Critical Value*	-2.5677
		5% Critical Value	-1.9397

		10% Critical Value	-1.6158
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.			

Tabel 5. *Augmented Dickey Fuller* Unit Roots test DKURS lag 4

ADF Test Statistic	-15.18511	1% Critical Value*	-2.5677
		5% Critical Value	-1.9397
		10% Critical Value	-1.6158
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.			

3.2. Pembentukan Model Rataan

Langkah awal dalam menentukan model mean adalah mengidentifikasi stuktur korelasi yang mungkin dan dapat ditangkap oleh model. Dalam analisis kali ini, konstruksi correlogram ACF dan PACF dari residual dengan lag sebesar 20, sehingga proses stokastik yang tepat untuk memodelkan mean data adalah *Model Konstan.*

3.3. Pengujian Adanya Efek ARCH

Selanjutnya akan diperiksa apakah efek ARCH muncul dalam data. Menurut McLeed dan Li (1983), pengujian ACF sampel dari residual kuadrat persamaan mean dapat digunakan untuk mengambil kesimpulan mengenai keberadaan efek ARCH. Identifikasi efek ARCH dilakukan dengan menampilkan correlogram ACF dan PACF untuk residual kuadrat sampai lag 20. Untuk mengetahui data masih ada efek ARCH atau tidak dengan melihat nilai dari *probability* ataupun nilai dari *Q-Statistic*. Jika semuanya signifikan maka masih terdapat efek ARCH dalam data runtun waktunya. Dalam pengujian terlihat bahwa nilai *probability* sampai dengan lag 20 signifikan, artinya pada data runtun waktu tersebut masih terdapat efek ARCH walaupun sudah melalui proses rataan.

3.4. Pembentukan Model Variansi

Setelah memperoleh model rataan ternyata pada data masih ada efek ARCH, oleh karena itu untuk menghilangkan efek ARCH pada data tersebut akan dibuat persamaan model variansi dengan menggunakan model GARCH (*p*,*q*). Dalam hal ini proses rataan diuji bersama-sama dengan proses variansi. Berdasarkan plot autokorelasi dari residual kuadrat di atas, akan dicoba pemodelan volatilitas untuk beberapa proses yaitu GARCH (1,1), GARCH (1,2), GARCH (2,1), GARCH (2,2) untuk residual dengan kondisional mean berupa konstanta *C* ditambah komponen error, dimana komponen error diasumsikan berdistribusi normal. Berikut ini ditampilkan hasil estimasi untuk GARCH (1,1) dengan konstanta.

Secara statistik, model di bawah sudah signifikan. Langkah selanjutnya adalah melakukan pengecekan diagnostik untuk beberapa asumsi penting. Pertama, untuk melihat apakah masih ada efek ARCH yang tersisa dalam residual, kita gunakan uji ARCH LM test sampai orde ke-10 sebagaimana yang diberikan pada Tabel 7.

Tabel 6. Estimasi Model GARCH (1,1) dengan konstanta

Dependent Variable: DKURS
Method: ML – ARCH
Included observations: 1044
Convergence achieved after 176 iterations

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-3.293106	0.948715	-3.471122	0.0005
		Variance Equation		
C	282.9532	30.41376	9.303459	0.0000
ARCH(1)	1.112574	0.051665	21.53426	0.0000
GARCH(1)	0.408818	0.010721	38.13361	0.0000
R-squared	-0.005234	Mean dependent var		1.197318
Adjusted R-squared	-0.008133	S.D. dependent var		62.10058
S.E. of regression	62.35261	Akaike info criterion		10.68357
Sum squared resid	4043362.	Schwarz criterion		10.70253
Log likelihood	-5572.822	Durbin-Watson stat		2.341540

Tabel 7. ARCH LM Test untuk Model GARCH (1,1)

ARCH Test:

F-statistic	0.439614	Probability	0.927295
Obs*R-squared	4.424401	Probability	0.926178

Tabel 8. Residual Model GARCH (1,1) yang Distandardisasi

Date: 03/03/06 Time: 00:40
Sample: 1/01/2002 12/30/2005
Included observations: 1044

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
.| |	.| |	1	-0.030	-0.030	0.9671	0.325
.| |	.| |	2	-0.039	-0.040	2.6021	0.272
.| |	.| |	3	-0.035	-0.038	3.9117	0.271
.| |	.| |	4	-0.011	-0.015	4.0316	0.402
.| |	.| |	5	0.052	0.049	6.9219	0.227
.| |	.| |	6	0.004	0.005	6.9418	0.326
.| |	.| |	7	0.043	0.047	8.9146	0.259
.|* |	.|* |	8	0.084	0.092	16.423	0.037
.| |	.| |	9	-0.013	-0.002	16.610	0.055
.| |	.| |	10	0.014	0.022	16.830	0.078
.| |	.| |	11	-0.028	-0.021	17.670	0.090
*| |	*| |	12	-0.078	-0.084	24.175	0.019
.| |	.| |	13	0.008	-0.009	24.248	0.029
.| |	.| |	14	0.029	0.018	25.135	0.033
.| |	.| |	15	0.053	0.039	28.074	0.021
.| |	.| |	16	-0.021	-0.021	28.530	0.027
.| |	.| |	17	-0.005	0.008	28.558	0.039
.| |	.| |	18	-0.001	0.002	28.561	0.054
.| |	.| |	19	0.015	0.024	28.797	0.069
.| |	.| |	20	0.034	0.044	30.028	0.069

Untuk mengetahui ada tidaknya efek ARCH, dapat dilihat dengan membandingkan nilai *Obs*R-squared* hasil pengujian *Residual test-ARCH LM test* dengan nilai *Chi-Squared* tabel sesuai dengan jumlah lagnya (dalam tabel jumlah lag dinyatakan sebagai derajat bebas). Jika nilai *Obs*R-squared* lebih kecil dari nilai *Chi-Square* tabel berarti tidak terdapat korelasi serial pada data runtun waktunya. Pada hasil pengujian sesuai dengan Tabel 7 terlihat bahwa nilai *Obs*R-Square* sebesar 4.424401 yang lebih kecil dibandingkan dengan nilai *Chi-Square* tabel dengan derajat bebas 10 dan $\alpha = 5\%$ adalah 18.307.

Beberapa asumsi penting tidak terpenuhi oleh model ini. Tabel 8 menyatakan bahwa residual dari model ini masih ada yang berautokorelasi, sehingga model GARCH (1,1) kurang baik untuk memodelkan data.

Selanjutnya estimasi untuk model GARCH (1,2), GARCH (2,1) dan GARCH (2,2) dilakukan dengan cara yang sama. Dari hasil pengolahan diperoleh bahwa residual dari model GARCH (1,2) masih ada yang berautokorelasi, sehingga model GARCH(1,2) kurang baik untuk memodelkan data, begitu juga halnya dengan model GARCH (2,1). Sedangkan hasil pengolahan data untuk model GARCH (2,2) memperlihatkan bahwa residual dari model ini tidak ada yang berautokorelasi, sehingga model GARCH (2,2) cukup baik untuk memodelkan data. Berdasarkan proses pengolahan data tersebut, maka tabel berikut menunjukkan ringkasan berbagai model GARCH dan nilai AIC yang dihasilkan.

Tabel 9. Ringkasan Hasil Estimasi berbagai Model GARCH (*p*,*q*).

Model	**AIC**	**ACF/PACF Standardized Residual**
GARCH (1,1)	10.68357	Ada korelasi
GARCH (1,2)	10.67690	Ada korelasi
GARCH (2,1)	10.67965	Ada korelasi
GARCH (2,2) dengan konstanta	10.69245	Tak ada korelasi
GARCH (2,2) tanpa konstanta	10.73325	Tak ada korelasi

Dari tabel di atas, model yang dapat dipertimbangkan sebagai model terbaik mewakili data adalah model yang tidak ada korelasi pada residual yang distandardisasi, yaitu GARCH (2,2) dengan konstanta dan GARCH (2,2) tanpa konstanta. Jika dilihat dari nilai AIC model GARCH (2,2) dengan konstanta memiliki nilai AIC yang terkecil. Dengan demikian dapat diambil kesimpulan bahwa model GARCH (2,2) dengan konstanta adalah model yang terbaik relatif terhadap data. Model GARCH (2,2) tersebut yaitu:

$$Y_t = -1.041721 + \varepsilon_t$$

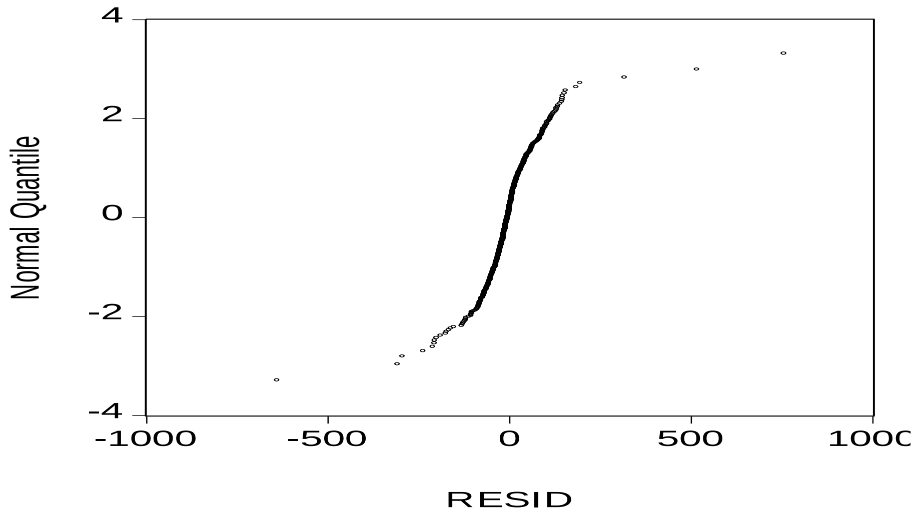
$$h_t = 1712.881 + 0.518826 X_{t-1}^2 + 0.487281 X_{t-2}^2 - 0.389070 h_{t-1} + 0.278446 h_{t-2}$$

dengan X_t adalah nilai tukar IDR terhadap USD.

Berdasarkan model di atas, bisa diramalkan nilai tukar IDR terhadap USD sekaligus menganalisis fluktuasi yang diukur dengan volatilitas.

3.5. Uji Normalitas

Langkah terakhir adalah menguji apakah residual ε_t berdistribusi normal atau tidak. Uji ini dilakukan dengan menggunakan plot residual sebagaimana yang diberikan pada Gambar 3 berikut.



Gambar 3. QQ Plot Residual

Terlihat pada Gambar 3 bahwa data residual menghampiri bentuk garis lurus sehingga dapat disimpulkan bahwa data residual yang telah distandardisasi tersebut berdistribusi normal.

4. Kesimpulan dan Saran

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa model GARCH adalah salah satu pendekatan untuk memodelkan data runtun waktu finansial yang memiliki keragaman (*volatility*) yang tidak konstan dan variansi error yang tidak homogen (*heteroskedastik*). Pada data nilai kurs jual IDR terhadap USD periode transaksi tanggal 1 Januari 2002 sampai 30 Desember 2005, GARCH (2,2) memberikan hasil yang lebih baik dalam memodelkan data runtun waktu tersebut karena memberikan nilai AIC terkecil, yaitu 10.69245.

Penelitian lanjut bisa dilakukan dengan menggunakan model variansi yang lain dari model GARCH seperti Eksponensial GARCH (EGARCH), dan membandingkan hasilnya dengan penggunaan model GARCH.

Daftar Pustaka

[1] Kusumawati A, 2005, "*Model ARCH-M (Studi Kasus Nilai Tukar Rupiah terhadap Yen)",* Universitas Gajah Mada, Yogyakarta.

[2] Cryer JD, 1996, "*Time Series Analysis*", PSW-Kent Publishing Company, Boston.

[3] Lo MS, 1992, "Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity time series model", *Thesis*, Department of Statistics and Actuarial Science, Simon Fraser University, Spanyol.

[4] Enders W, 2004, "*Applied Econometric Time Series, 2th Edition*", John Wiley & Sons Inc., United States of Amerika.

[5] Wei WS, 1990, "*Time Series Analysis Univariate and Multivariate Method*", Addison-Wesley Publishing Company Inc., United States of America.

[6] Soejoeti Z, 1987, "*Analisa Runtun Waktu*", Karunia Jakarta, Jakarta.

[7] Makridakis *et al.*, 1999, "*Metode dan Aplikasi Peramalan, Edisi Kedua*", PT. Erlangga, Jakarta.