

# APLIKASI KONTROL OPTIMAL PADA PERUBAHAN PERILAKU MANUSIA

Sulfayanti, Syamsuddin Toaha, Khaeruddin,

## Abstrak

Perilaku manusia dapat diartikan sebagai ciri-ciri karakteristik secara prinsipil dapat membedakan manusia yang satu dengan manusia lainnya, sebagai bentuk respon terhadap stimulus yang diberikan. Secara garis besar ada dua faktor yang mempengaruhi perilaku manusia yaitu faktor personal (dari diri sendiri) dan faktor lingkungan. Dalam tulisan ini diberikan suatu model perubahan perilaku manusia dengan memberikan kontrol pada faktor personal dan lingkungan. Penentuan bentuk kontrol optimal tersebut diperoleh melalui penerapan Kalkulus Variasi dan Prinsip Minimum Pontryagin yang kemudian didiskritisasi dengan Metode Beda Hingga. Hasil dari simulasi numerik menunjukkan bahwa pengontrol-pengontrol tersebut dapat menekan laju dari faktor personal dan faktor lingkungan karena mampu mengurangi jumlah individu yang berperilaku buruk.

**Kata kunci:** Perilaku Manusia, Faktor Personal, Faktor Lingkungan, Kontrol Optimal, Kalkulus Variasi, Prinsip Minimum Pontryagin, Metode Beda Hingga.

## Abstract

Human behavior can be interpreted as characteristic traits which in principle can distinguish one human to others, as a form of response to the stimulus that being given. Broadly speaking there are two factors that affect human behavior, namely personal factor and environmental factor. This article provides a model of human behavioral change by giving control of the personal and environmental factors. Determination of the optimal control is obtained through the application of Calculus Variation and Pontryagin Minimum Principle which then being discretized with Finite Difference Method. The results of numerical simulations show that those controllers can suppress the rate of personal and environmental factors because their ability to reduce the number of individuals who behave badly.

**Keywords:** Human behavior, personal factor, environmental factor, optimal control, calculus variations, Pontryagin Minimum Principle, Finite Difference Method.

## 1. Pendahuluan

Permasalahan yang ada dalam lingkungan kehidupan dapat ditransformasikan dalam model matematika dengan menggunakan berbagai asumsi untuk selanjutnya menganalisis perilaku-perilaku yang ada didalamnya. Salah satu kejadian yang terjadi dalam kehidupan manusia dan dapat ditransformasikan ke dalam bentuk model matematika adalah masalah perubahan perilaku seseorang.

Sikap seseorang tidak hanya ditentukan oleh pribadi orang yang bersangkutan, tetapi juga ditentukan oleh faktor-faktor lingkungan, artinya sikap orang-orang di sekelilingnya terhadap diri orang yang bersangkutan.<sup>1</sup>

Saat ini, diperlukan adanya upaya untuk menghentikan atau paling tidak menahan bertambahnya penyimpangan perilaku dengan menekan laju dari faktor pendorong terjadinya penyimpangan perilaku yaitu faktor personal (dari diri pribadi) dan faktor lingkungan. Dalam tulisan ini, model perubahan perilaku manusia dikaji dengan pengontrolan terhadap faktor personal dan faktor lingkungan.

Untuk membangun model ini, diperlukan beberapa asumsi, yakni :

<sup>1,2,3</sup> Jurusan Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin Makassar, Jl. Perintis Kemerdekaan Km.10 Makassar

- a) Populasi dalam model ini dibedakan menjadi empat kelas. Kelas pertama adalah individu yang rentan terhadap pengaruh buruk dari interaksi sesama manusia. Kelas kedua adalah individu yang telah terpengaruh oleh lingkungan yang buruk namun belum mampu mempengaruhi orang lain. Kelas ketiga adalah individu yang terinfeksi dengan senantiasa berperilaku buruk dan mampu menularkan pengaruh buruk kepada orang lain. Kelas keempat adalah individu yang telah meninggalkan perilaku buruknya, berasal dari individu yang terinfeksi.
- b) Individu yang mampu mempengaruhi orang lain untuk berperilaku buruk hanya pada populasi kelas yang terinfeksi.
- c) Setiap individu yang terlahir lebih dahulu masuk ke kelas pertama, dengan kata lain rekrutmen terjadi pada kelas pertama dan secara konstan untuk setiap periode. Pertambahan populasi pada kelas rentan hanya dipengaruhi oleh hal ini.
- d) Terjadi kematian alami pada setiap kelas yang menyebabkan pengurangan individu dari masing-masing kelas, kecuali pada populasi kelas terinfeksi selain terjadi kematian alami juga terjadi kematian karena perilaku buruk.
- e) Populasi pada kelas yang terpengaruh berasal dari populasi kelas yang rentan, yang terpengaruh dengan perilaku buruk setelah berinteraksi dengan individu pada kelas yang ketiga (yang berperilaku buruk dan mampu mempengaruhi orang lain) serta berasal dari individu kelas yang telah meninggalkan perilaku buruk namun kembali terpengaruh oleh perilaku buruk karena faktor personal maupun faktor lingkungan (setelah berinteraksi dengan individu pada kelas yang terinfeksi).
- f) Populasi kelas yang terinfeksi bertambah dengan adanya sejumlah individu yang terpengaruh menjadi benar-benar berperilaku buruk dan mampu mempengaruhi orang lain, baik itu karena faktor personal maupun faktor lingkungan. Populasi kelas yang terinfeksi inipun berkurang karena adanya sejumlah individu yang menyadari kesalahannya dan individu inilah yang kemudian menjadi individu pada kelas yang meninggalkan perilaku buruk.
- g) Populasi kelas yang meninggalkan perilaku buruk bertambah dengan adanya sejumlah individu dari populasi yang terinfeksi yang kemudian menyadari kesalahannya sehingga meninggalkan perilaku buruknya. Namun, pada kelas ini juga terjadi pengurangan populasi karena adanya sejumlah individu pada kelas ini yang kembali menjadi terpengaruh oleh perilaku yang buruk karena dorongan dari diri sendiri (personal), maupun karena pengaruh dari orang yang berperilaku buruk (lingkungan).
- h) Setiap individu dalam populasi tiap kelas berpeluang untuk terpengaruh dengan perilaku yang buruk.
- i) Perubahan seseorang yang menjadi baik hanya ditinjau pada kelas yang terinfeksi.
- j) Perubahan seseorang akan pengaruh perilaku yang buruk ditinjau pada semua kelas.

## **2. Kontrol Optimal dan Kalkulus Variasi**

Sistem kontrol yang baik adalah sistem kontrol yang mempunyai daya tanggap yang cepat dan stabil, tetapi tidak memerlukan energi yang berlebihan. Sistem kontrol demikian dapat dicapai melalui pengaturan indeks performansi yang tepat. Dengan demikian sistem kontrol yang dirancang berdasarkan optimasi indeks performansi disebut sistem kontrol optimal.

Indeks performansi didefinisikan sebagai suatu fungsi yang nilainya menunjukkan seberapa baik performansi sistem yang sebenarnya mendekati performansi yang diinginkan. Fungsi ini terdiri atas beberapa buah variabel sistem yang diminimasi nilainya dengan memberikan matrik bobot yang menyatakan besarnya pembobotan untuk masing-masing variabel sistem tersebut, [2].

Kalkulus variasi adalah salah satu cabang matematika yang berhubungan dengan nilai ekstrim baik itu masalah memaksimumkan atau meminimumkan fungsional. Fungsional merupakan fungsi bernilai real dengan peubah fungsi, [1]. Misalkan fungsional objektif

$$J(x) = \int_{t_0}^{t_f} F(x(t), \dot{x}(t), t) dt, \quad (1)$$

dengan  $\dot{x}(t) = dx/dt$ .

Kenaikan dari fungsional  $J(x)$  pada persamaan (1) adalah

$$\Delta J(x) = \int_{t_0}^{t_f} [F(x + \delta x, \dot{x} + \delta \dot{x}, t) - F(x, \dot{x}, t)] dt, \quad (2)$$

simbol  $\delta x$  atau variasi pertama dari fungsi  $x$  merupakan aproksimasi orde pertama dari perubahan  $\Delta J$ .

Dengan mengaplikasikan deret Taylor tiga peubah yaitu

$$F(x + \delta x, \dot{x} + \delta \dot{x}, t) = F(x, \dot{x}, t) + \frac{\partial F}{\partial x} \delta x + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \delta \dot{x} + O^2(\delta x, \delta \dot{x}). \quad (3)$$

ke persamaan (2) diperoleh

$$\Delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left[ \frac{\partial F}{\partial x} \delta x + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \delta \dot{x} \right] dt + \int_{t_0}^{t_f} O^2(\delta x, \delta \dot{x}) dt. \quad (4)$$

sehingga variasi pertama dari fungsional  $J$  adalah

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left[ \frac{\partial F}{\partial x} \delta x + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \delta \dot{x} \right] dt, \quad (5)$$

Ghozali (2008).

### 3. Prinsip Minimum Pontryagin

Misalkan diberikan suatu sistem persamaan yang kontinu terhadap waktu, dengan kendala

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad (6)$$

sistem dengan fungsional objektif (*performance index*)

$$J = \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt, \quad (7)$$

dan kontrol  $\mathbf{u}(t) \in U$ .

Fungsi  $L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$  merupakan fungsi bobot (*weighting function*) yang pemilihannya bergantung pada penekanan dari sistem yang akan dioptimalkan.

Kontrol  $\mathbf{u}^*(t)$  yang mengoptimalkan  $J$  pada prinsipnya menggunakan metode pengali Lagrange. Masing-masing kendala mempunyai satu pengali Lagrange. Misalkan pengali Lagrange disimbolkan  $\lambda(t) \in \mathcal{R}^n$ , maka akan dibentuk perluasan dari  $J$  yang disimbolkan  $J_a$ , yaitu

$$J_a = \int_{t_0}^{t_f} [L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \lambda^T(t)(f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) - \dot{\mathbf{x}})] dt \quad (8)$$

dengan  $\lambda$  merupakan pengali Lagrange dan fungsi Hamilton didefinisikan sebagai berikut :

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t, \lambda) = L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \lambda^T(t) f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t). \quad (9)$$

Selanjutnya variasi dari  $J_a$  sebagai suatu fungsi terhadap perubahan  $\mathbf{x}, \mathbf{u}, \lambda, \dot{\mathbf{x}}, t$  adalah

$$\begin{aligned} \delta J_a = & (H - \lambda^T \dot{\mathbf{x}}) \delta \mathbf{x} \Big|_{t_f} - (H - \lambda^T \dot{\mathbf{x}}) \delta \mathbf{x} \Big|_{t_0} + \\ & \int_{t_0}^{t_f} \left[ (H_x + \dot{\lambda})^T \delta \mathbf{x} + H_u^T \delta u + (H_\lambda - \dot{\mathbf{x}})^T \delta \lambda \right] dt - \lambda^T \delta \mathbf{x} \Big|_{t_f} + \lambda^T \delta \mathbf{x} \Big|_{t_0}. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{dengan } H_x = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}, \quad H_u = \frac{\partial H}{\partial u}, \quad H_\lambda = \frac{\partial H}{\partial \lambda}.$$

Fungsional  $J$  mencapai nilai minimum jika  $\delta J_a = 0$ . Sehingga diperoleh persamaan *state*, *costate* dan syarat stationer yang merupakan syarat perlu dalam kontrol optimal.

1) Persamaan State

$$H_\lambda - \dot{\mathbf{x}} = 0 \rightarrow H_\lambda = \dot{\mathbf{x}} \rightarrow \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \quad (11)$$

2) Persamaan Costate

$$H_x + \dot{\lambda} = 0 \rightarrow H_x = -\dot{\lambda} \rightarrow \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} \quad (12)$$

3) Syarat Stationer

$$H_u = 0 \rightarrow \frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (13)$$

#### 4. Metode Beda Hingga

Persamaan diferensial parsial dapat diubah kedalam persamaan aljabar dengan menggantikan turunan parsial pada persamaan diferensial dengan aproksimasi beda hingga, [6].

➤ Pendekatan Beda-Hingga Maju

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_j \approx \frac{f_{j+1} - f_j}{\Delta x} \quad (14)$$

➤ Pendekatan Beda-Hingga Mundur

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_j \approx \frac{f_j - f_{j-1}}{\Delta x} \quad (15)$$

➤ Pendekatan Beda-Hingga Tengah

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_j \approx \frac{f_j - f_{j-1}}{\Delta x} \quad (16)$$

#### 5. Tinjauan Umum Perilaku

Perilaku manusia dapat diartikan sebagai karakteristik yang secara prinsipil dapat dibedakan dengan manusia lainnya. Pada dasarnya perilaku manusia dapat terbentuk akibat adanya stimulus yang diberikan, yang akan direspon dalam bentuk perilaku yang ditunjukkan, perilaku itu sendiri dapat berbentuk positif atau negatif tergantung pada stimulus yang datang, [4].

Ada dua perspektif yang bisa digunakan untuk memahami sebab-sebab dan latar belakang seseorang atau sekelompok orang berperilaku menyimpang. Hal yang pertama adalah perspektif individualistik dan yang kedua adalah teori-teori sosiologi.

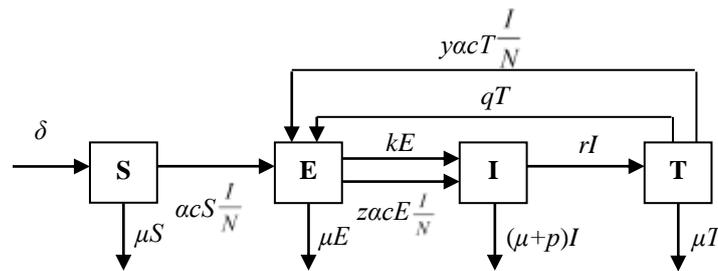
Teori-teori individualistik berusaha mencari penjelasan tentang munculnya tindakan menyimpang melalui kondisi yang secara unik mempengaruhi individu seperti warisan genetik-biologis atau pengalaman-pengalaman awal dari kehidupan seseorang didalam keluarganya. Teori-teori yang berpandangan sosiologis tentang penyimpangan berupaya menggali kondisi-kondisi sosial yang mendasari penyimpangan, [5].

## 6. Analisis Model Matematika Perubahan Perilaku Manusia

Berdasarkan asumsi yang digunakan pada pemodelan ini, total jumlah populasi ( $N$ ) dibagi menjadi empat kelas, yaitu:

- 1) Kelas *Susceptible*( $S$ ) merupakan kelas yang individunya rentan terhadap pengaruh buruk dari interaksi sesama manusia
- 2) Kelas *Exposed*( $E$ ) merupakan kelas yang individunya telah terpengaruh oleh lingkungan yang buruk namun belum mampu mempengaruhi orang lain.
- 3) Kelas *Infected*( $I$ ) merupakan kelas yang individunya terinfeksi dengan kerap kali berperilaku buruk dan mampu menularkan pengaruh buruk terhadap lingkungan.
- 4) Kelas *Treated*( $T$ ) merupakan kelas yang individunya berasal dari individu yang terinfeksi, namun telah meninggalkan perilaku buruknya.

Proses perubahan perilaku diantara individu dapat digambarkan sebagai berikut:



**Gambar 1 Diagram Kompartemen Perubahan Perilaku Manusia**

Maka model perubahan perilaku manusia dapat dituliskan secara matematis kedalam bentuk persamaan differensial seperti berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \delta - \mu S - \alpha c S \frac{I}{N} \\
 \frac{dE}{dt} &= \alpha c S \frac{I}{N} + y \alpha c T \frac{I}{N} + q T - \mu E - z \alpha c E \frac{I}{N} - k E \\
 \frac{dI}{dt} &= z \alpha c E \frac{I}{N} + k E - \mu I - p I - r I \\
 \frac{dT}{dt} &= r I - \mu T - y \alpha c T \frac{I}{N} - q T
 \end{aligned} \tag{17}$$

Sesuai dengan asumsi, bahwa sebab yang mempengaruhi perilaku buruk berasal dari faktor individu dan faktor lingkungan (jika berinteraksi dengan individu  $I$ ), maka diperlukan pengontrol optimal untuk menekan kedua laju tersebut, yang disimbolkan dengan  $u_1(t)$  dan  $u_2(t)$ . Kontrol  $u_1(t)$  digunakan untuk menekan laju dari faktor personal pada individu  $S$  dan  $E$  dan kontrol  $u_2(t)$  untuk menekan laju pengaruh dari faktor lingkungan pada individu  $E$  dan  $I$ .

Selanjutnya model pengaruh perilaku manusia dengan faktor personal dan lingkungan yang melibatkan kontrol dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \delta - \mu S - \alpha c(1-u_1)S \frac{I}{N} \\
\frac{dE}{dt} &= \alpha c(1-u_1)S \frac{I}{N} + y\alpha cT \frac{I}{N} + qT - \mu E - z\alpha c(1-u_2)E \frac{I}{N} - kE \\
\frac{dI}{dt} &= z\alpha c(1-u_2)E \frac{I}{N} + kE - \mu I - pI - rI \\
\frac{dT}{dt} &= rI - \mu T - y\alpha cT \frac{I}{N} - qT
\end{aligned} \tag{18}$$

Koefisien  $1-u(t)$  merupakan usaha pengontrolan terhadap kemungkinan timbulnya penderita perilaku buruk yang baru. Fungsi  $u(t)$  di asumsikan terbatas pada  $0 \leq u(t) \leq 1$ .

Untuk menekan jumlah individu yang berperilaku buruk, maka akan dibentuk suatu fungsional objektif yang meminimumkan individu  $I$ . Fungsional objektif didefinisikan dengan

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} L(I, u_1, u_2, t) dt = \int_{t_0}^{t_f} (I(t) + A_1 u_1^2(t) + A_2 u_2^2(t)) dt$$

(19)

$A_1$  dan  $A_2$  merupakan nilai bobot penyeimbang biaya dan manfaat dari usaha pengendalian terhadap faktor personal dan faktor lingkungan. Berdasarkan persamaan (18), maka diperoleh kendala sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} \frac{dS}{dt} \\ \frac{dE}{dt} \\ \frac{dI}{dt} \\ \frac{dT}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dS}{dt} = \delta - \mu S - \alpha c(1-u_1)S \frac{I}{N} \\ \frac{dE}{dt} = \alpha c(1-u_1)S \frac{I}{N} + y\alpha cT \frac{I}{N} + qT - \mu E - z\alpha c(1-u_2)E \frac{I}{N} - kE \\ \frac{dI}{dt} = z\alpha c(1-u_2)E \frac{I}{N} + kE - \mu I - pI - rI \\ \frac{dT}{dt} = rI - \mu T - y\alpha cT \frac{I}{N} - qT \end{pmatrix} \tag{20}$$

Dengan menggunakan prinsip minimum Pontryagin, hal yang terlebih dahulu dilakukan adalah menentukan fungsi Hamiltonnya.

Misalkan pengali Lagrange dalam persamaan (18) adalah

$$\lambda^T = (\lambda_S \quad \lambda_E \quad \lambda_I \quad \lambda_T) \tag{21}$$

maka fungsi Hamiltonnya menjadi

$$\begin{aligned}
H &= I + A_1 u_1^2 + A_2 u_2^2 + \lambda_S \left( \delta - \mu S - \alpha c(1-u_1)S \frac{I}{N} \right) + \\
&\lambda_E \left( \alpha c(1-u_1)S \frac{I}{N} + y\alpha cT \frac{I}{N} + qT - \mu E - z\alpha c(1-u_2)E \frac{I}{N} - kE \right) + \\
&\lambda_I \left( z\alpha c(1-u_2)E \frac{I}{N} + kE - \mu I - pI - rI \right) + \lambda_T \left( rI - \mu T - y\alpha cT \frac{I}{N} - qT \right)
\end{aligned} \tag{22}$$

Dari persamaan (22) diatas dan berdasarkan persamaan (11)-(13) akan ditentukan persamaan *state*, *costate*, dan syarat stasioner.

1. Persamaan *state* yang optimal

$$\dot{x}_S = \delta - \mu S - \alpha c(1 - u_1^*) S \frac{I}{N} \quad (23)$$

$$\dot{x}_E = \alpha c(1 - u_1^*) S \frac{I}{N} + y \alpha c T \frac{I}{N} + q T - \mu E - z \alpha c(1 - u_2^*) E \frac{I}{N} - k E \quad (24)$$

$$\dot{x}_I = \alpha c(1 - u_2^*) E \frac{I}{N} + k E - \mu I - p I - r I \quad (25)$$

$$\dot{x}_T = r I - \mu T - y \alpha c T \frac{I}{N} - q T \quad (26)$$

2. Persamaan *costate* yang optimal

$$\dot{\lambda}_S = \lambda_S \mu + \lambda_S \alpha c(1 - u_1^*) \frac{I}{N} - \lambda_E \alpha c(1 - u_1^*) \frac{I}{N} \quad (27)$$

$$\dot{\lambda}_E = \lambda_E \mu + \lambda_E \alpha c(1 - u_2^*) \frac{I}{N} + \lambda_E k - \lambda_I \alpha c(1 - u_2^*) \frac{I}{N} - \lambda_I k \quad (28)$$

$$\dot{\lambda}_I = -1 + \lambda_S \alpha c(1 - u_1^*) S \frac{1}{N} - \lambda_E \alpha c(1 - u_1^*) S \frac{1}{N} - \lambda_E y \alpha c T \frac{1}{N} + \lambda_E z \alpha c(1 - u_2^*) E \frac{1}{N} + \quad (29)$$

$$\lambda_I \alpha c(1 - u_2^*) E \frac{1}{N} + \lambda_I \mu + \lambda_I p + \lambda_I r - \lambda_T r + \lambda_T y \alpha c T \frac{1}{N}$$

$$\dot{\lambda}_T = -\lambda_E y \alpha c \frac{I}{N} - \lambda_E q + \lambda_T \mu + \lambda_T y \alpha c \frac{I}{N} + \lambda_T q \quad (30)$$

3. Syarat Stationer

Untuk kontrol terhadap  $u_1$

$$u_1^* = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{(\lambda_E - \lambda_S) \alpha c S I}{2 A_1 N} \right\} \right\} \quad (31)$$

Untuk kontrol terhadap  $u_2$

$$u_2^* = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{(\lambda_I - \lambda_E) z \alpha c E I}{2 A_2 N} \right\} \right\} \quad (32)$$

Persamaan *Statedan Costate* yang optimal akan diaproksimasi dengan Metode Beda Hingga Maju (*Forward Difference Method*). Sehingga jumlah setiap individu pada waktu berikutnya ( $S_{i+1}$ ,  $E_{i+1}$ ,  $I_{i+1}$  dan  $T_{i+1}$ ) dapat diperoleh sebagai berikut:

$$S_{i+1} = \frac{h \delta + S_i}{1 + h \left( \mu + \alpha c(1 - u_{1i}) \frac{I_i}{N} \right)}$$

$$E_{i+1} = \frac{E_i + h \left( \alpha c(1 - u_{1i}) S_{i+1} \frac{I_i}{N} + T_i \left( y \alpha c \frac{I_i}{N} + q \right) \right)}{1 + h \left( \mu + k + z \alpha c(1 - u_{2i}) \frac{I_i}{N} \right)}$$

$$I_{i+1} = \frac{I_i + hkE_{i+1}}{1 + h\left(\mu + p + r + z\alpha c(1 - u_{2i})\frac{E_{i+1}}{N}\right)} \quad (33)$$

$$T_{i+1} = \frac{T_i + hrI_{i+1}}{1 + h\left(\mu + q + y\alpha c\frac{I_{i+1}}{N}\right)}$$

Dan nilai dari lambda pada waktu sebelumnya ( $\lambda_{S_{n-i-1}}, \lambda_{E_{n-i-1}}, \lambda_{I_{n-i-1}}$  dan  $\lambda_{T_{n-i-1}}$ ), yaitu

$$\lambda_{S_{n-i-1}} = \frac{\lambda_{S_{n-i}} + h\lambda_{E_{n-i}}\alpha c(1 - u_{1i})\frac{I_{i+1}}{N}}{1 + h\left(\mu + \alpha c(1 - u_{1i})\frac{I_{i+1}}{N}\right)}$$

$$\lambda_{E_{n-i-1}} = \frac{\lambda_{E_{n-i}} + h\lambda_{I_{n-i}}\left(z\alpha c(1 - u_{2i})\frac{I_{i+1}}{N} + k\right)}{1 + h\left(\mu + k + z\alpha c(1 - u_{2i})\frac{I_{i+1}}{N}\right)}$$

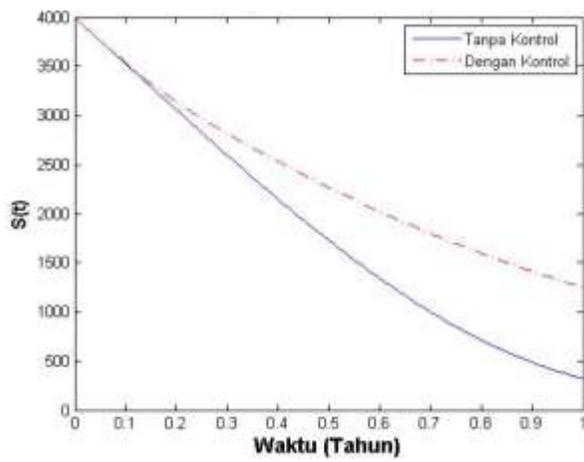
$$\lambda_{I_{n-i}} + h - h\lambda_{S_{n-i-1}}\alpha c(1 - u_{1i})S_{i+1}\frac{1}{N} +$$

$$\lambda_{I_{n-i-1}} = \frac{h\lambda_{E_{n-i-1}}\left(\alpha c(1 - u_{1i})S_{i+1}\frac{1}{N} + y\alpha cT_{i+1}\frac{1}{N} - z\alpha c(1 - u_{2i})E_{i+1}\frac{1}{N}\right) + h\lambda_{T_{n-i}}\left(r - y\alpha cT_{i+1}\frac{1}{N}\right)}{1 + h\left(\mu + p + r + z\alpha c(1 - u_{2i})E_{i+1}\frac{1}{N}\right)} \quad (34)$$

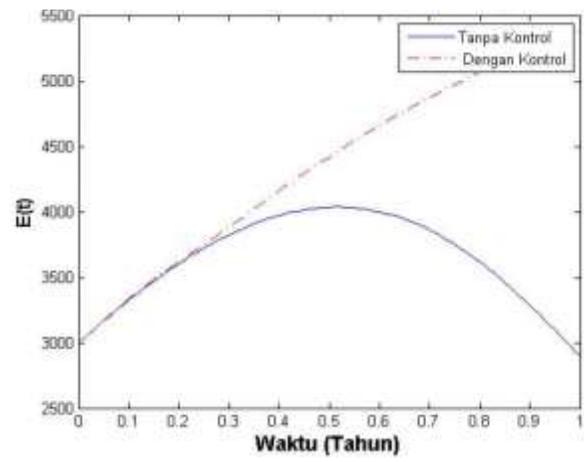
$$\lambda_{T_{n-i-1}} = \frac{\lambda_{T_{n-i}} + h\lambda_{E_{n-i-1}}\left(y\alpha c\frac{I_{i+1}}{N} + q\right)}{1 + h\left(\mu + q + y\alpha c\frac{I_{i+1}}{N}\right)}$$

## 7. Simulasi Numerik

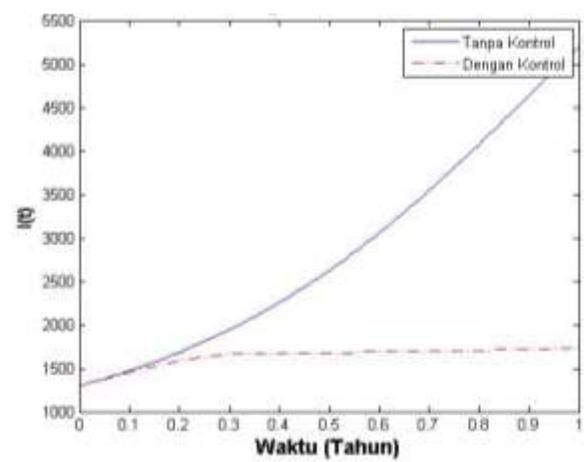
Pada model perubahan perilaku ini akan dilakukan simulasi numerik terhadap persamaan *state* dan persamaan *costate*, dengan menggunakan nilai-nilai parameter sebagai berikut  $\mu = 0.014$ ,  $\delta = 90$ ,  $c = 1$ ,  $\alpha = 8$ ,  $p = 0.01$ ,  $r = 0.004$ ,  $h = 0.1$ ,  $q = 0.02$ ,  $k = 0.03$ ,  $z = 0.4$ ,  $y = 0.75$ ,  $A_1 = 70$ ,  $A_2 = 350$ , dan  $N = 8600$ . Misalkan syarat awal pada persamaan *state* yang digunakan dalam simulasi ini yaitu  $S(0) = 4000$ ,  $E(0) = 3000$ ,  $I(0) = 1300$ ,  $T(0) = 300$  dan syarat batas pada persamaan *costate* yang digunakanyaitu  $\lambda_S(t_f) = \lambda_E(t_f) = \lambda_I(t_f) = \lambda_T(t_f) = 0$ .



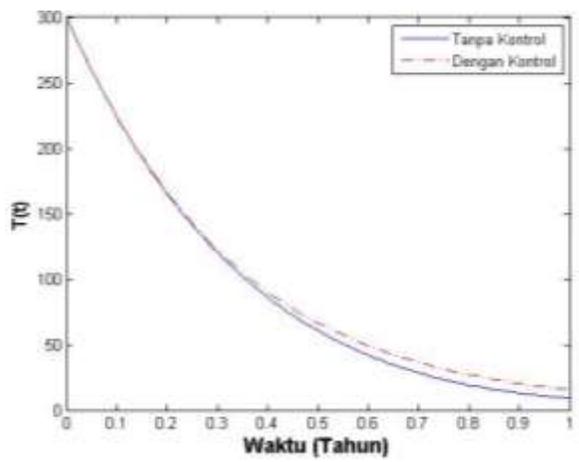
Gambar 2 Grafik Jumlah Individu *Susceptible* Tanpa dan Dengan Pengontrolan



Gambar 3 Grafik Jumlah Individu *Exposed* Tanpa dan Dengan Pengontrolan

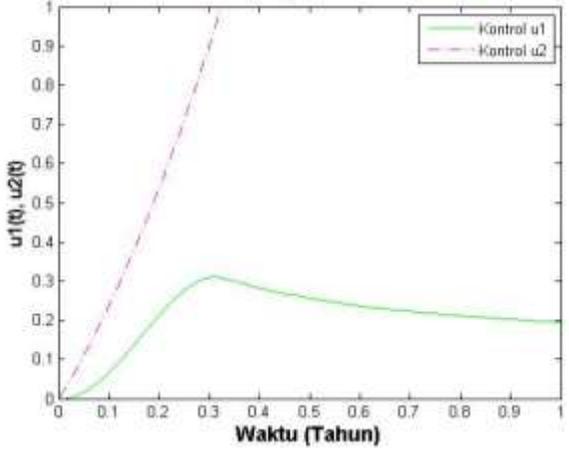


Gambar 4 Grafik Jumlah Individu *Infected* Tanpa dan Dengan Pengontrolan



Gambar 5 Grafik Jumlah Individu *Treated* Tanpa dan Dengan Pengontrolan

Berdasarkan hasil yang telah diperoleh dapat dilihat bahwa model perubahan perilaku dengan pemberian pengontrolan terhadap faktor personal dan lingkungan lebih baik dibandingkan dengan model perubahan perilaku tanpa pengontrolan karena mampu menekan jumlah individu *I* .



Gambar 6 Grafik Perbandingan Kontrol  $u_1$  dan  $u_2$

Gambar 6 diatas, menunjukkan bahwa usaha pengontrolan terhadap faktor lingkungan berjalan efektif sehingga mampu menekan jumlah individu *I* . usaha pengontrolan pada faktor personal bisa dikurangi karena dianggap cukup mampu untuk menekan jumlah individu kelas *Susceptible* yang bisa berubah menjadi individu kelas *Infected* .

### 8. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari tulisan ini adalah

1) Diperoleh dua bentuk kontrol optimal pada model perubahan perilaku, yaitu :

- Untuk faktor personal

$$u_1^* = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{(\lambda_E - \lambda_S) \alpha c SI}{2A_1 N} \right\} \right\}, 0 \leq u_1^* \leq 1$$

- Untuk faktor lingkungan

$$u_2^* = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{(\lambda_I - \lambda_E) x \alpha c EI}{2A_2 N} \right\} \right\}, 0 \leq u_2^* \leq 1$$

- 2) Aplikasi kontrol optimal pada model perubahan perilaku manusia cukup efektif karena mampu mengurangi jumlah individu yang berperilaku lebih buruk.

### **Daftar Pustaka**

- [1] Ansjar, 2004. *Catatan Kuliah: Kalkulus Variasi*, Bidang Keahlian Terapan Magister Matematika Institut Teknologi Bandung, Bandung.
- [2] Asnil dan Husnairu, I. 2010. *Sistem Control Optimal pada Control Posisi Motor DC*. Sumber: <http://elektroftunp.files.wordpress.com/2009/04/sistem-kontrol-optimal-pada-kontrol-posisi-motor-dc.pdf>. Diakses pada 28 Februari 2012
- [3] Ghozali, A, 2008. *Optimasi Rejeksi Surfactant-Polymer 1-D pada Proses Enhanced Oil Recovery Menggunakan Teori Kontrol Optimal*, ITB, Bandung.
- [4] Kurniadi, D. Konsep dasar gangguan tingkah laku, Sumber: [http://file.upi.edu/Direktori/FIP/JUR.\\_PEND.\\_LUAR\\_BIASA/195603221982031DEDY\\_KURNIADI/MA\\_KALAH/treatment\\_gangguan\\_tingkah\\_laku.pdf](http://file.upi.edu/Direktori/FIP/JUR._PEND._LUAR_BIASA/195603221982031DEDY_KURNIADI/MA_KALAH/treatment_gangguan_tingkah_laku.pdf). Diakses pada 28 Februari 2012
- [5] Narwoko, J. D., dan Suyanto, B. 2010. *Sosiologi: Teks Pengantar dan Terapan*, Prenada Media Group.
- [6] Stanley, J.F. 1982. *Partial Differential Equation, For Scientists and Engineers*, John Wiley & Sons, United States of America