

Analisis Klasifikasi Dua Arah Model Campuran

Raupong*, Anisa** dan Hasrina***

Abstract

Two ways Analysis of Variance (ANOVA) for mixed model can be found with Henderson II method. In this research, the mixed model $y = \mu\mathbf{1} + X\beta + Zu + \varepsilon$ was adjusted by found L value such that the value can be transform into $y_a = \mu_0 \mathbf{1} + X\beta + Zu + \varepsilon$, and the last model used to estimate variance of the mixed model.

Keywords: Mixed model, two ways ANOVA, Henderson II method

1. Pendahuluan

Pada perancangan percobaan, menguji lebih dari satu hipotesa dalam sebuah percobaan tunggal meliputi faktor persilangan, dimana tiap keadaan dalam percobaan adalah sebuah kombinasi tingkatan yang berbeda dari tiap-tiap faktor yang sedang diuji. Perbedaan yang mendasar dengan klasifikasi yang lain adalah jika dalam klasifikasi bersilang setiap tingkatan menyangkut satu faktor yang digunakan didalam kombinasi dengan setiap tingkatan pada faktor yang lain, maka pada klasifikasi dua arah tersarang tingkatan faktor yang tersarang tidak bertalian satu sama lain (Searle, 1971).

Besarnya keragaman yang ditimbulkan oleh pengaruh perlakuan disebut Kuadrat Tengah Perlakuan (KTP), besar keragaman yang ditimbulkan oleh pengaruh Kelompok disebut Kuadrat Tengah Kelompok (KTK), dan besar keragaman yang ditimbulkan oleh pengaruh galat disebut Kuadrat Tengah Galat atau KTG (Gaspersz. 1991).

Metode Henderson II merupakan adaptasi dari metode Henderson I yang perhitungannya juga didasarkan pada metode Henderson I, tetapi digunakan untuk model campuran. Model campuran merupakan model yang menyaratkan sekurang-kurangnya satu kriteria klasifikasi yang merupakan pengaruh tetap dan lainnya pengaruh acak. Misalkan satu faktor A adalah tetap dan faktor lainnya yaitu B adalah acak atau random (Searle & Cassela, 1992).

2. Landasan Teori

Klasifikasi dua arah bersilang (*crossed*) dua faktor merupakan percobaan dimana tiap keadaan dalam percobaan adalah sebuah kombinasi tingkatan yang berbeda dari tiap-tiap faktor yang sedang diuji. Atau klasifikasi dua arah bersilang merupakan klasifikasi dengan setiap tingkat terjadi dalam kombinasi dengan setiap tingkat lainnya. Menurut Gaspersz (1991), model linear untuk klasifikasi dua arah bersilang dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}; \quad i=1,2,\dots,a \quad j=1,2,\dots,b \quad (1)$$

dimana :

* dan ** Staf pengajar pada Jurusan Matematika F.MIPA Universitas Hasanuddin Makassar

*** Lulusan Program Studi Statistika Jurusan Matematika F.MIPA Universitas Hasanuddin Makassar

y_{ij} = nilai pengamatan perlakuan ke- i dalam kelompok ke- j

μ = Nilai tengah populasi atau rata-rata umum

α_i = pengaruh perlakuan ke- i

β_j = pengaruh kelompok ke- j

ε_{ij} = pengaruh galat percobaan dari perlakuan ke- i pada kelompok ke- j

Asumsi yang digunakan pada model campuran adalah :

$$\begin{aligned} \sum_i^a (\alpha_i) &= 0, & \sum_j^b (\beta_j) &= 0 \\ E(\alpha_i) &= \alpha_i, & \text{Var}(\alpha_i) &= \sigma_\alpha^2, \quad \forall_i \\ E(\beta_j) &= 0, & \text{Var}(\beta_j) &= \sigma_\beta^2, \quad \forall_j \\ E(\varepsilon_{ij}) &= 0, & \text{Var}(\varepsilon_{ij}) &= \sigma_e^2, \quad \forall_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} \sim NI(0, \sigma_e^2) \end{aligned}$$

Jika model campuran yang digunakan dalam klasifikasi dua arah, maka pengaruh kelompok dalam klasifikasi dua arah tersebut diasumsikan sebagai efek acak, dan pengaruh perlakuan diasumsikan sebagai efek tetap.

Klasifikasi dua arah bersilangan terdiri dari a perlakuan dan b kelompok yang berbeda. Data pengamatan dalam tabulasi diberikan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Tabulasi Data Klasifikasi Dua Arah Bersilangan untuk Data Tak Seimbang yang terdiri dari a Perlakuan dan b Kelompok

PERLAKUAN	KELOMPOK					TOTAL PERLAKUAN	RATAAN
	1	2	b			
1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1b}		$Y_{1.}$	$\bar{Y}_{1.}$
2	Y_{21}	Y_{22}	...	Y_{2b}		$Y_{2.}$	$\bar{Y}_{2.}$
.
a	Y_{a1}	Y_{a2}	...	Y_{ab}		$Y_{a.}$	$\bar{Y}_{a.}$
TOTAL KELOMPOK	$Y_{.1}$	$Y_{.2}$...	$Y_{.j}$	$Y_{.b}$	
RATAAN	$\bar{Y}_{.1}$	$\bar{Y}_{.2}$	$\bar{Y}_{.j}$	$\bar{Y}_{.b}$	$\bar{Y}_{..}$

dimana :

$Y_{i.}$ = jumlah semua pengamatan dalam sampel dari kelompok ke- i , $i = 1, 2, \dots, a$

$Y_{.j}$ = jumlah semua pengamatan dalam sampel dan perlakuan ke- j , $j = 1, 2, \dots, b$

$\bar{Y}_{i.}$ = rata-rata pengamatan dalam kelompok ke- i

$\bar{Y}_{.j}$ = rata-rata pengamatan dalam perlakuan ke- j

$Y_{..}$ = jumlah semua pengamatan

$\bar{Y}_{..}$ = rata-rata semua pengamatan (rata-rata umum)

Untuk percobaan yang menggunakan a buah perlakuan dengan jumlah kelompok sebanyak b , maka analisis ragam untuk klasifikasi dua arah bersilang diuraikan berikut ini.

Derajat bebas (db) perlakuan adalah $a - 1$, derajat bebas (db) kelompok adalah $b - 1$, derajat bebas (db) galat adalah $(a - 1)(b - 1)$ dan derajat bebas total adalah $ab - 1$.

Jumlah kuadrat Total (JKT) adalah :

$$JKT = JKP + JKK + JKG \quad (2)$$

dimana

$$JKP = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2 \quad ; \quad JKK = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{\cdot j} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2 ;$$

$$JKG = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (y_{ij} - \bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{\cdot j} + \bar{y}_{\cdot\cdot})^2$$

sehingga diperoleh :

$$- \text{Kuadrat Tengah Perlakuan (KTP), } KTP = \frac{JKP}{a-1} \quad (3)$$

$$- \text{Kuadrat Tengah Kelompok (Kelompok), } KTK = \frac{JKK}{b-1} \quad (4)$$

$$- \text{Kuadrat Tengah Galat (KTG), } KTG = \frac{JKG}{(b-1)(a-1)} \quad (5)$$

Berdasarkan hasil analisis di atas maka bentuk baku dari analisis variansi diberikan dalam suatu tabel analisis variansi seperti yang diperlihatkan pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Analisis Variansi untuk Klasifikasi Dua Arah Bersilang

SUMBER KERAGAMAN	DERAJAT BEBAS (DB)	JUMLAH KUADRAT (JK)	RATAAN KUADRAT (KT)	F _{HITUNG}
Perlakuan	$a - 1$	JKP	KTP	$\frac{KTP}{KTG}$
Kelompok	$b - 1$	JKK	KTK	$\frac{KTK}{KTG}$
Galat	$(b - 1)(a - 1)$	JKG	KTG	
Total	$ab - 1$	JKT		

2.1. Metode Henderson II

Metode Henderson II merupakan metode penaksiran analisis variansi yang menggunakan prinsip dasar metode Henderson I, tetapi diterapkan pada model campuran. Namun demikian, metode Henderson II ini hanya dapat diterapkan pada model campuran tanpa interaksi. Dengan metode Henderson II, maka akan diperoleh penyesuaian (*adjusting*) untuk suatu efek tetap dari suatu model campuran, sehingga analisis variansi dari model campuran yang telah disesuaikan tersebut dapat ditaksir dengan prinsip dasar metode Henderson I.

Pada metode Henderson II, model umum yang digunakan adalah :

$$\mathbf{y} = \mu \mathbf{1} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z} \mathbf{u} + \mathbf{e} \quad (6)$$

Selanjutnya pada model umum tersebut akan dilakukan penyesuaian (*adjusting*) sehingga menghasilkan model persamaan :

$$\mathbf{y}_a = \mu_0 \mathbf{1} + \mathbf{Z} \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

yang dalam penaksiran analisis variansi dapat dilakukan melalui pendekatan persamaan metode Henderson I.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Metode Henderson II

Metode II berisi penyesuaian data hasil perkalian vektor dari pengamatan yang disesuaikan dengan model linear yang merupakan model acak lengkap yang terdiri dari rata-rata umum dan efek acak yang merupakan bagian dari model untuk y hasil dari transformasi bentuk error.

Pada umumnya persamaan model yang digunakan adalah sebagai berikut :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z} \mathbf{u} + \mathbf{e} \quad (8)$$

Namun pada Henderson II pada persamaan (6) adalah :

$$\mathbf{y} = \mu \mathbf{1} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z} \mathbf{u} + \mathbf{e}$$

atau

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \mathbf{b} + \mathbf{e} \quad (9)$$

dimana $\mathbf{X} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{Z}]$ dan $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mu \\ \boldsymbol{\beta} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}$.

Dengan mengalikan kedua ruas pada persamaan (9) dengan \mathbf{X}' , diperoleh :

$$\mathbf{X}' \mathbf{y} = \mathbf{X}' \mathbf{X} \mathbf{b} + \mathbf{X}' \mathbf{e}$$

karena $\mathbf{X}' \mathbf{e}$ mendekati nol, maka diperoleh

$$\mathbf{X}' \mathbf{y} = \mathbf{X}' \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}, \text{ dimana } \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{b} \quad (10)$$

atau dengan kata lain

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{y} \quad (11)$$

Prosedur umum dari Metode II perhitungannya didasarkan pada $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{L} \mathbf{y}$, sehingga dari persamaan (11) dapat dituliskan :

$$\mathbf{L} = (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}', \quad (12)$$

Dengan menggunakan persamaan (9), yang dikali dengan $[\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{Z}]$, akan diperoleh :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1}' \mathbf{y} \\ \mathbf{X}' \mathbf{y} \\ \mathbf{Z}' \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}' \hat{\mu} + \mathbf{1}' \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{1}' \mathbf{Z} \hat{\mathbf{u}} \\ \mathbf{X}' \hat{\mu} + \mathbf{X}' \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{X}' \mathbf{Z} \hat{\mathbf{u}} \\ \mathbf{Z}' \hat{\mu} + \mathbf{Z}' \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{Z}' \mathbf{Z} \hat{\mathbf{u}} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Dengan proses absorpsi, dan menganggap $\hat{\mu}=0$, maka persamaan di atas menjadi

$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

Persamaan yang telah diuraikan di atas biasanya tidak memenuhi baris, sehingga akan terdapat tak berhingga banyaknya solusi. Solusi tersebut dapat dipilih dengan menggunakan invers umum dari persamaan

$$C = \begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [X_2'X_2 & X_2'Z]^{-1} & 0 \\ 0 & [Z'X_2 & Z'Z] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [Q_{11} & Q_{12}]^{-1} & 0 \\ 0 & [Q_{21} & Q_{22}] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Untuk membentuk persamaan Henderson I digunakan persamaan berikut

$$y_a = y - X \hat{\beta} \quad (16)$$

dengan $\hat{\beta}$ seperti pada persamaan (11), yaitu

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y = Ly \quad (17)$$

Substitusi menggunakan persamaan (7) ke persamaan (16) diperoleh

$$\begin{aligned} y_a &= y - X Ly \\ &= \mu 1 + X \beta + Zu + e - X L(\mu 1 + X \beta + Zu + e) \\ &= \mu 1 + X \beta + Zu + e - (X L \mu 1 + X L X \beta + X LZ u + X L e) \\ &= \mu(I - X L)1 + (I - X L)X \beta + (I - X L)Zu + (I - X L)e \end{aligned} \quad (18)$$

Berdasarkan persamaan (17) di atas, maka syarat yang harus dipenuhi untuk mendapatkan L adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} (1) \quad (I - XL)Zu &= Zu - XLZu \\ &= (Z - XLZ)u \\ &= Z - XLZ = Z \quad \text{bila } XLZ = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

$$(2) \quad X L 1 = \delta_1 1, \text{ untuk skalar } \delta_1 \quad (20)$$

$$(3) \quad X - X LX = 1\tau', \text{ untuk beberapa baris vektor } \tau' \quad (21)$$

Jika L memenuhi ketiga kondisi tersebut maka dari persamaan (18) akan diperoleh:

$$\begin{aligned} y_a &= \mu 1 - X L \mu 1 + X \beta - X LX \beta + Zu - X LZ u + e - X L e \\ &= \mu - \mu \delta_1 1 + (X - X LX) \beta + Zu - X LZ u + e - X L e \\ &= \mu 1 - \mu \delta_1 1 + 1\tau' \beta + Zu - 0 + (I - X L)e \end{aligned}$$

$$= \mu_0 \mathbf{1} + \mathbf{Zu} + \varepsilon$$

atau

$$\begin{aligned} y_a &= \mu \mathbf{1} + \mathbf{X} \beta + \mathbf{Zu} + e - (\mathbf{X} \mathbf{L} \mu \mathbf{1} + \mathbf{X} \mathbf{L} \mathbf{X} \beta + \mathbf{X} \mathbf{L} \mathbf{Z} u + \mathbf{X} \mathbf{L} e) \\ &= \mu (\mathbf{I} - \mathbf{X} \mathbf{L}) \mathbf{1} + (\mathbf{X} - \mathbf{X} \mathbf{L} \mathbf{X}) \beta + (\mathbf{Z} - \mathbf{X} \mathbf{L} \mathbf{Z}) u + (\mathbf{I} - \mathbf{X} \mathbf{L}) e \\ &= \mu_0 \mathbf{1} + 0 + \mathbf{Zu} + \varepsilon \\ \mathbf{y}_a &= \mu_0 \mathbf{1} + \mathbf{Zu} + \varepsilon \end{aligned} \quad (22)$$

3.2. Penaksiran Analisis Variansi

Pada klasifikasi dua arah yang menggunakan model campuran setelah datanya dilakukan penyesuaian dengan metode Henderson II maka analisis variansi dari data tersebut ditaksir dengan menggunakan persamaan dari metode Henderson I yang telah disesuaikan.

Berdasarkan persamaan (8) jika $E(y) = \mu$ dan $Var(y) = V$ maka dapat ditulis $y \sim (\mu, V)$, dan berdasarkan teorema :

$$\begin{aligned} E(y' A y) &= tr(AV) + E(y') A E(y) \\ E(y') &= X' \beta' \quad \text{dan} \\ E(y) &= X \beta \end{aligned} \quad (23)$$

sehingga $E(y' A y) = tr(AV) + \beta' X' A X \beta$, dimana $X' A X = 0$

Karena $E(y' A y) = k_A \sigma_e^2$, maka

$$k_A \sigma_e^2 = tr(A \sigma_e^2 I) = \sigma_e^2 tr(A) \quad (24)$$

Dan karena $E(y_a' A y_a) = (k_A + \delta_A) \sigma_e^2$, maka akan diperoleh:

$$E(y_a' A y_a) = tr(AV) + E(y_a') A E(y_a), \text{ dimana } E(y_a') A E(y_a) = 0$$

atau

$$(k_A + \delta_A) \sigma_e^2 = tr(AV) \quad (25)$$

Dari persamaan (22), dimana $\mathbf{y}_a = \mu_0 \mathbf{1} + \mathbf{Zu} + \varepsilon$, dengan $\varepsilon = (\mathbf{I} - \mathbf{X} \mathbf{L}) e$, maka akan diperoleh penyederhanaan persamaan (25), yaitu

$$(k_A + \delta_A) \sigma_e^2 = tr\{A \text{Var}[(\mathbf{I} - \mathbf{X} \mathbf{L}) e]\} \quad (26)$$

Berdasarkan sifat variansi dimana $Var(aX) = a^2 \text{var}(X)$, maka:

$$\begin{aligned} \text{var}[(\mathbf{I} - \mathbf{X} \mathbf{L}) e] &= (\mathbf{I} - \mathbf{X} \mathbf{L})^2 \text{Var}(e) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{X} \mathbf{L})(\mathbf{I} - \mathbf{X} \mathbf{L})' \sigma_e^2 \end{aligned}$$

sehingga persamaan (26) dapat disederhanakan menjadi :

$$\begin{aligned}
(k_A + \delta_A) \sigma_e^2 &= \text{tr} \{ A(I - X L)(I - X L)' \sigma_e^2 \} \\
&= \sigma_e^2 \text{tr} \{ A(I - X L)(I - X L)' \} \\
&= \text{tr} \{ A(I - X L)(I - X L)' \}
\end{aligned} \tag{27}$$

Berdasarkan pada persamaan (15), X dipartisi menjadi :

$$X = [X_1 \quad X_2] \tag{28}$$

dengan persamaan (12) diperoleh :

$$L = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ Q_{11}X_2' + Q_{12}Z' \end{bmatrix} \tag{29}$$

Dengan mengalikan persamaan (28) dan (29), akan diperoleh :

$$XL = 0.X_1 + X_2(Q_{11}X_2' + Q_{12}Z') = X_2(Q_{11}X_2' + Q_{12}Z') \tag{30}$$

Misalkan $U = Q_{11}X_2' + Q_{12}Z'$,

Maka $U' = (Q_{11}X_2' + Q_{12}Z')$ = $X_2Q_{11}' + Z_1Q_{12}'$

Jadi $XL = X_2U$ dengan $U = Q_{11}X_2' + Q_{12}Z'$ (31)

sehingga:

$$\begin{aligned}
k_A + \delta_A &= \text{tr} [A(I - X_2U)(I - X_2U)'] \\
&= \text{tr} [A(I - U'X_2' - X_2U + X_2UU'X_2')] \\
&= \text{tr} [A(I - U'X_2' - X_2U + X_2U(X_2Q_{11}' + Z_1Q_{12}')X_2')]
\end{aligned} \tag{32}$$

Persamaan (31) disederhanakan dalam bentuk :

$$\begin{aligned}
Q_{11}X_2'X_2 + Q_{12}Z'X_2 &= I \\
(Q_{11}X_2' + Q_{12}Z')X_2 &= I \\
UX_2 &= I
\end{aligned} \tag{33}$$

$$\begin{aligned}
Q_{11}X_2'Z + Q_{12}Z'Z &= 0 \\
(Q_{11}X_2' + Q_{12}Z')Z &= 0 \\
UZ &= 0
\end{aligned} \tag{34}$$

Substitusi persamaan (25) ke persamaan (32) diperoleh :

$$\begin{aligned}
k_A + \delta_A &= k_A - \text{tr} [A(U'X_2' + X_2U - X_2Q_{11}'X_2')] \\
\text{tr}(AX_2U) &= \text{tr}(Z'FMF'Z'X_2U) = \text{tr}(UZ'FMF'Z'X_2) = 0
\end{aligned} \tag{35}$$

Karena $UZ_1 = 0$ seperti pada persamaan (34), maka :

$$0 = \text{tr}(AX_2U) = \text{tr}(U'X_2'A) = \text{tr}(U'X_2'A) = \text{tr}(AU'X_2')$$

sehingga persamaan (35) akan menjadi :

$$\delta_A = \text{tr}(AX_2 Q_{11} X_2') \quad (36)$$

Dari persamaan (36), diperoleh persamaan penaksiran analisis variansi untuk metode Henderson II yang mengalami penyesuaian (*adjusting*) sebagai berikut :

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{\text{tr}(AV)}{k_A + \delta_A} \quad (37)$$

dimana, dari persamaan (25) diketahui $V = (I - X L)e$, dan

$$k_A = \text{tr}(A) \text{ dan } A = \begin{bmatrix} \frac{N-1}{N} & \frac{-1}{N} & \dots & \frac{-1}{N} \\ \frac{-1}{N} & \frac{N-1}{N} & \dots & \frac{-1}{N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{-1}{N} & \frac{-1}{N} & \dots & \frac{N-1}{N} \\ \frac{-1}{N} & \frac{-1}{N} & \dots & \frac{N-1}{N} \end{bmatrix}$$

3.3. Aplikasi Penaksiran Analisis Variansi pada Klasifikasi Dua Arah Model Campuran

Data yang digunakan sebagai contoh untuk aplikasi penulisan ini adalah data sekunder yang diperoleh dari penelitian dengan judul "Pertumbuhan dan Hasil Bawang Merah (*Allium ascalonicum* L) Pada Berbagai Dosis Pupuk Top Ziolite", oleh Sulastris (2002). Data terdiri dari 6 perlakuan dan 3 kelompok. Dosis pupuk Top Ziolite yang digunakan diklasifikasikan adalah sebagai berikut:

- T₀ : Tanpa Top Ziolite (Kontrol)
- T₁ : Dosis Top Ziolite 0.30 g / 8 kg tanah
- T₂ : Dosis Top Ziolite 0.60 g / 8 kg tanah
- T₃ : Dosis Top Ziolite 0.90 g / 8 kg tanah
- T₄ : Dosis Top Ziolite 1.20 g / 8 kg tanah
- T₅ : Dosis Top Ziolite 1.50 g / 8 kg tanah

Hasil pengolahan data dengan metode Henderson II diperoleh nilai taksiran dari analisis variansi sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= \frac{\text{Tr}(AV)}{k_A + \delta_A} \\ &= \frac{-17.765}{49.176 + 33.176} = \frac{-17.765}{82.936} = -0.36124 \end{aligned}$$

4. Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan aplikasi dari penelitian ini, disimpulkan bahwa dengan menggunakan metode Henderson II pada klasifikasi dua arah bersilangan (*Crossed*) untuk model campuran tanpa interaksi dengan data tak seimbang, pada data tinggi tanaman bawang merah (cm),

diperoleh taksiran variansi $\sigma_e^2 = -0.36124$, yang berarti bahwa tidak ada pengaruh dalam keragaman baik dalam perlakuan maupun dalam kelompok.

Penelitian lebih lanjut dapat dilakukan pada data seimbang dan membandingkan hasil penyesuaian dengan metode Henderson II pada kedua data tersebut. Perlu pula dilakukan penelitian lebih jauh mengenai spesifikasi komponen acak dan tetap yang memberikan taksiran variansi σ_e^2 dengan metode Henderson II yang positif.

Daftar Pustaka

- [1]. Sulastri D, 2002, "*Pertumbuhan dan Hasil Bawang Merah (Allium ascalonicum L) pada Berbagai Dosis Pupuk Top Ziolite*", Jurusan Pertanian, Fakultas Pertanian dan Kehutanan Universitas Hasanuddin, Makassar.
- [2]. Gaspersz G, 1991, "*Metode Perancangan Percobaan*", PT. Armico, Bandung.
- [3]. Searle SR, 1971, "*Linear Models*", John Wiley & Son Inc., Canada.
- [4]. Searle SR & Casella G, 1992, "*Variance Components*", John Wiley & Son Inc., Canada.
- [5]. Daniel WW, 1989, "*Statistik Non Parametrik*", PT. Gramedia, Jakarta.