

Penskalaan Dimensi Ganda (*Multidimensional Scaling*) Data Non Metrik

Anisa*, Raupong** dan Ilyas***

Abstrak

Penskalaan Dimensi Ganda (PDG) adalah suatu teknik statistika yang digunakan untuk menganalisis kemiripan dan ketakmiripan antar objek dalam suatu gugus pengamatan. Dalam penelitian ini, PDG digunakan untuk mengubah data non metrik menjadi data metrik dengan menggunakan suatu pendekatan terhadap penskalaan optimal dengan Transformasi Kuadrat Terkecil Kruskal (*Monotonic Least Square Kruskal*). Penerapan transformasi ini digunakan untuk menganalisis kemiripan dan ketakmiripan dari beberapa merek mobil keluarga yang digemari di Kota Makassar. Penelitian ini diambil dari 300 responden pemilik/pengguna berbagai merek kendaraan keluarga, dimana disimpulkan bahwa mobil keluarga yang paling digemari yang disusun berdasarkan urutan kemiripannya adalah Kijang Innova, Kijang LGX, Kijang Super, Toyota Avanza, Mitsubishi Kuda dan Isuzu Panther pada satu kelompok, dan Honda Jazz, Kia Visto, Daihatsu Feroza dan Suzuki Katana pada kelompok yang lain.

Keywords: *Penskalaan Dimensi Ganda, Transformasi Kuadrat Terkecil Kruskal.*

1 Pendahuluan

Penskalaan dimensi ganda (*Multidimensional Scaling*) yang disingkat PDG, merupakan kumpulan teknik statistika untuk menganalisis kemiripan dan ketakmiripan suatu objek dalam suatu gugus pengamatan. Penskalaan dimensi ganda dikembangkan karena dalam suatu penelitian terkadang variabel atau objek pengamatan sangat beragam, sehingga menyulitkan peneliti untuk melakukan interpretasi dalam studi yang menggambarkan hubungan antar variabel ataupun objek yang ada.

PDG bisa digunakan pada dua jenis data, yaitu metrik dan non-metrik. Perbedaannya hanya mengacu pada skala pengukuran. Data metrik merupakan data yang diperoleh dari hasil pengukuran suatu objek. Data yang termasuk didalamnya adalah data dalam skala interval atau rasio. Sedangkan data non-metrik merupakan data kualitatif yang diperoleh dari pengkategorian suatu objek, dan data yang termasuk didalamnya adalah data non-metrik.

PDG untuk data metrik mengasumsikan bahwa tingkat pengukuran adalah pada skala interval atau rasio sehingga menghasilkan sebuah bentuk fungsional yang pasti, yang menghubungkan jarak yang diperoleh dari nilai ketakmiripan antar objek. Sedangkan PDG untuk data non-metrik mengasumsikan bahwa tingkat pengukuran pada skala nominal sehingga perhitungannya menghubungkan urutan dari jarak dengan urutan ketakmiripan yang menghasilkan fungsi monoton yang belum diketahui sebelumnya. Sehingga harus

* dan ** Staf Pengajar pada Jurusan Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin Makassar

*** Alumni Jurusan Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin Makassar

diadakan verifikasi terhadap kemonotonan tersebut. Jika nilai kesalahan yang dinyatakan dalam nilai STRESS pada data non-metrik sudah cukup kecil, maka transformasi monoton yang mendekati sempurna sudah dapat diperoleh. Sehingga nilai jarak yang dihasilkan pada transformasi tersebut menandakan bahwa data non-metrik sudah mendekati data metrik.

2 Penskalaan Dimensi Ganda Non Metrik

Prosedur PDG untuk data non-metrik menggunakan transformasi monoton terhadap data asli sehingga memungkinkan operasi aritmetik dilakukan pada urutan *proksimitas*. Pada transformasi monoton dikenal adanya *disparatis* yaitu jarak yang digunakan untuk memperbaiki representasi objek pada bidang sehingga menghasilkan transformasi monoton dari data yang menghubungkan jarak antar objek sedekat mungkin. Istilah PDG digunakan dengan mengacu pada proses dimana *disparatis* diperoleh. Salah satu pendekatan yang umum digunakan terhadap penskalaan optimal untuk data ordinal adalah Transformasi Kuadrat Terkecil Kruskal (*Monotonic Least Square Kruskal*).

Misalkan $I = \{1, 2, \dots, n\}$ adalah sebuah himpunan dengan n objek dan misalkan δ_{ij} ketakmiripan antara masing-masing pasangan objek, maka Δ menjadi matriks ketakmiripan, dimana urutan ketakmiripan dapat ditulis sebagai berikut

$$\delta_{1,2} \leq \dots \leq \delta_{1,n} \leq \dots \leq \delta_{2,n} \leq \dots \leq \delta_{n-1,n} \quad (1)$$

Urutan ini menghasilkan total urutan dari berbagai pasangan objek yang dituliskan dalam $\Omega = \{(i, j), 1 \leq i < j \leq n\}$ sehingga ketakmiripan (i, j) lebih kecil dari (i', j') , atau $(i, j) \leq (i', j')$ jika dan hanya jika $\delta_{ij} \leq \delta_{i'j'}$.

PDG untuk data non-metrik menghasilkan konfigurasi titik yang dihasilkan oleh jarak dalam sebuah ruang Euclid berdimensi rendah p , yang melambangkan objek ke- I , sehingga jarak antara masing-masing pasangan titik pada konfigurasi menggambarkan ketakmiripan antar sepasang objek.

Jika jarak itu adalah transformasi monoton ketakmiripan antar objek, yaitu $d_{ij} = f(\delta_{ij})$ untuk semua $(i, j) \in \Omega$, f adalah fungsi monoton yang belum diketahui sebelumnya dan harus diverifikasi dengan menggunakan sifat berikut :

$$\delta_{ij} \leq \delta_{i'j'} \Rightarrow d_{ij} \leq d_{i'j'} \quad (2)$$

Lingoes (1971) menyatakan bahwa pada ruang yang berdimensi $n-2$ selalu akan diperoleh urutan ordinal sempurna. Tetapi dalam prakteknya, sulit mendapatkan hubungan monoton dari jarak ketakmiripan yang sempurna terkecuali jika $d_{ij} \approx f(\delta_{ij})$. Ukuran derajat dimana hubungan ini tidak tercapai ditentukan dari *disparities* yang disimbolkan oleh $\hat{d}_{ij} = f(\delta_{ij})$, dimana f merupakan fungsi monoton yang belum diketahui, dan ditentukan dari persamaan berikut. Jika $\delta_{ij} \leq \delta_{i'j'}$ maka $\hat{d}_{ij} \leq \hat{d}_{i'j'}$ untuk $\forall (i, j) \in \Omega$.

Ukuran Kesalahan STRESS untuk PDG Data Non Metrik:

Ukuran hubungan *isotonic* atau ketidakmonotonan fungsi ditetapkan sebagai berikut:

$$S(\Delta, X, p) = \sum_{j=1}^N \left(d_j - \hat{d}_j \right)^2 \quad (3)$$

dimana ukuran ini memperlihatkan sejauhmana konfigurasi ketakmiripan antar objek. Kruskal (1964) menyatakan bahwa konfigurasi ketakmiripan antar objek ini tidak akan berbeda jika terjadi perubahan pada skala konfigurasi. Sehingga Kruskal mendefinisikan ukuran STRESS menjadi

$$S(\Delta, X, p) = \left[\frac{\sum_{j=1}^N \left(d_j - \hat{d}_j \right)^2}{\sum_{j=1}^N d_j^2} \right]^{1/2} \quad (4)$$

dimana, jika $S > 20\%$ berarti kemonotonannya kurang bagus, $S = 10\%$ berarti kemonotonan cukup, $S < 5\%$ berarti kemonotonan bagus, dan $S = 0,001$ berarti kemonotonannya sempurna.

Jika nilai stress yang dihasilkan cukup besar, maka kembali akan dicari susunan titik yang baru berdasarkan nilai dari matriks $n \times 2$ yang didapatkan dari vektor eigen, dengan menggunakan persamaan berikut:

$$x_{il}^{New} = x_{il} + \sum_{j=1, j \neq i}^n \left(1 - \frac{\hat{d}_{ij}}{d_{ij}} \right) (x_{jl} - x_{il}), \quad l = 1, \dots, p^* \quad (5)$$

Dari susunan titik yang baru ini, kita akan mendapatkan fungsi monoton yang memiliki nilai stress yang lebih kecil atau kemonotonannya lebih sempurna.

Berikut ini adalah tahapan penyelesaian PDG untuk data non-metrik :

1. Mencari matriks yang berukuran $n \times 2$ yang mempergunakan koordinat jarak yang diperoleh dari matriks ketakmiripan yang berukuran $n \times n$.
2. Menghitung jarak (d_{ij}) ketakmiripan antara dua titik koordinat pada semua kombinasi pasangan titik dari matriks $n \times 2$.
3. Menganalisis kemonotonan antara jarak ketakmiripan dengan nilai ketakmiripan dari matriks ketakmiripan (δ_{ij}) yang berukuran $n \times n$.
4. Memperbaiki kemonotonan dengan menghitung nilai disparatis (\hat{d}_{ij}) dari nilai jarak (d_{ij}) yang diurutkan berdasarkan besarnya nilai ketakmiripan dari matriks ketakmiripan (δ_{ij}) yang berukuran $n \times n$.

5. Menghitung nilai Stress dengan rumus :
$$\text{Stress} = \left[\frac{\sum_{j=1}^N (d_j - \hat{d}_j)^2}{\sum_{j=1}^N d_j^2} \right]^{1/2}$$

Menguji nilai stress yang diperoleh dimana jika nilai $S > 20\%$ berarti kemonotonannya kurang bagus, $S = 10\%$ berarti kemonotonan cukup, $S < 5\%$ berarti kemonotonan bagus, dan $S = 0,001$ berarti kemonotonannya sempurna.

6. Jika nilai $\text{Stress} \geq 0,05$, maka kembali ke langkah 2, yaitu menghitung jarak ketakmiripan dari matriks koordinat yang baru.

3 Data dan Metode

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data primer, yang merupakan data kemiripan dan ketakmiripan antara beberapa merek/model mobil keluarga favorit yang ada di Kota Makassar. Data diperoleh berdasarkan survei yang dilakukan terhadap 300 responden pemilik dan atau pengguna mobil keluarga. Survei dilakukan secara acak dengan menggunakan metode *purposive sampling* atau pengambilan sampel dilakukan dengan tujuan tertentu, dimana survei dilakukan pada tempat-tempat strategis di Kota Makassar yang dianggap banyak ditemui mobil keluarga, yang dibagi dalam tiga kelompok.

Kelompok strategis pertama adalah pusat-pusat perbelanjaan, dimana pada penelitian ini dipilih tiga pusat perbelanjaan terbesar di Kota Makassar, yaitu Mall Ratu Indah, Mall Panakukang dan Makassar Mall. Kelompok strategis kedua adalah pada kantor pemerintah, swasta dan rumah sakit, dan dipilih RS. Wahidin Sudirohusodo dan Kantor Pemerintah Daerah Kotamadya dan Propinsi sebagai rumah sakit dan kantor pemerintahan terbesar yang ada di Kota Makassar. Sedangkan kelompok strategis ketiga adalah showroom atau pusat penjualan mobil yang ada di Kota Makassar, dan dipilih Showroom NV. H. Kalla dan Pettarani Motor sebagai pusat penjualan dan tempat pameran mobil terbesar di Kota Makassar.

Proporsi data yang diambil pada tiga kelompok strategis tersebut adalah sama, masing-masing sebesar 100 responden. Masing-masing responden diberikan kuesioner yang di dalamnya mencakup 12 atribut atau stimuli yang menjadi alasan utama responden, dalam hal ini masyarakat pemilik atau pengguna mobil keluarga, membeli atau menyukai suatu merek/model mobil tertentu. Atribut-atribut tersebut adalah :

- Hemat bahan bakar (BBM)
- Model
- Daya tampung
- Ukuran mesin (CC)
- Kenyamanan dan kestabilan di jalan
- Kegunaan (dapat dipakai sebagai kendaraan niaga)
- Perlindungan keselamatan
- Ramah lingkungan
- Harga beli
- Harga jual kembali
- Layanan pada saat pembelian dan service mobil
- Kemudahan mendapatkan suku cadang

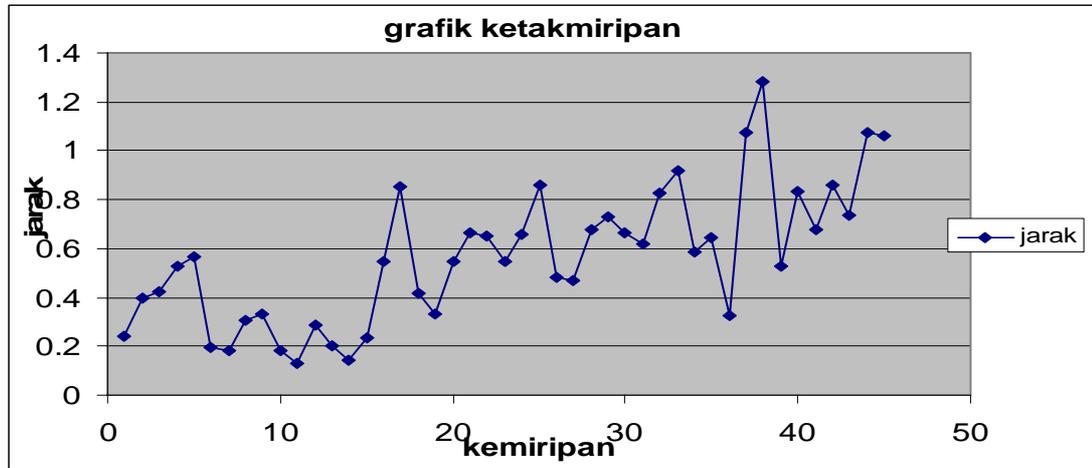
4 Hasil dan Pembahasan

Jarak antar objek yang merupakan hasil data dengan menggunakan paket Matlab 6.5 dan Excel diberikan pada tabel berikut.

Tabel 1. Jarak antar Objek.

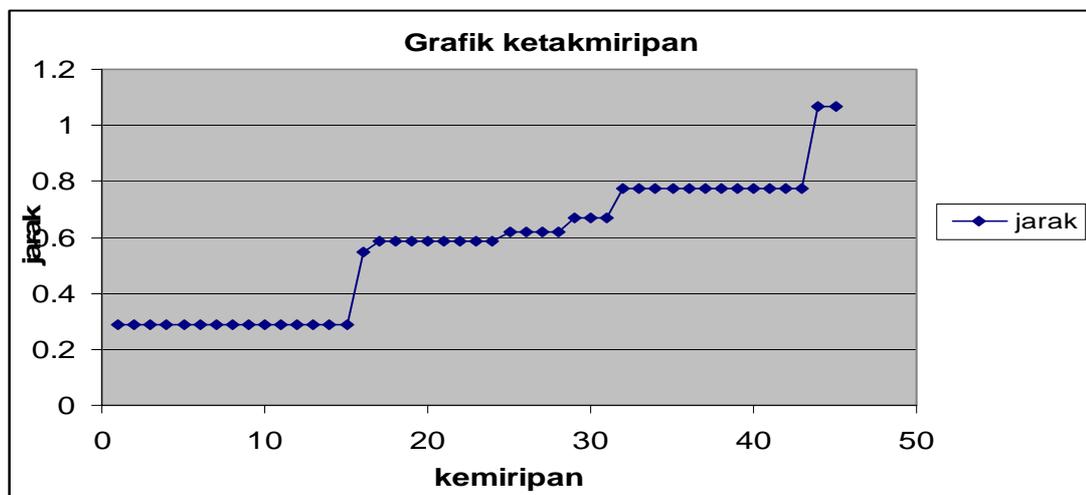
(i, j)	δ_{ij}	d_{ij}	\hat{d}_{ij}	$(d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2$	d_{ij}^2
1.10	1	0.24	0.289	0.002401	0.0576
1.2	2	0.399	0.289	0.0121	0.159201
1.9	3	0.423	0.289	0.017956	0.178929
1.3	4	0.526	0.289	0.056169	0.276676
1.8	5	0.564	0.289	0.075625	0.318096
2.10	6	0.193	0.289	0.009216	0.037249
9.10	7	0.185	0.289	0.010816	0.034225
3.10	8	0.303	0.289	0.000196	0.091809
8.10	9	0.329	0.289	0.0016	0.108241
2.9	10	0.181	0.289	0.011664	0.032761
2.3	11	0.132	0.289	0.024649	0.017424
2.8	12	0.289	0.289	0	0.083521
3.9	13	0.201	0.289	0.007744	0.040401
8.9	14	0.144	0.289	0.021025	0.020736
3.8	15	0.236	0.289	0.002809	0.055696
4.8	16	0.547	0.547	0	0.299209
7.8	17	0.856	0.584	0.073984	0.732736
5.8	18	0.42	0.584	0.026896	0.1764
6.8	19	0.334	0.584	0.0625	0.111556
3.4	20	0.547	0.584	0.001369	0.299209
3.7	21	0.661	0.584	0.005929	0.436921
3.5	22	0.651	0.584	0.004489	0.423801
3.6	23	0.546	0.584	0.001444	0.298116
4.9	24	0.658	0.584	0.005476	0.432964
7.9	25	0.862	0.622	0.0576	0.743044
5.9	26	0.481	0.622	0.019881	0.231361
6.9	27	0.469	0.622	0.023409	0.219961
2.4	28	0.679	0.622	0.003249	0.461041
2.7	29	0.728	0.671	0.003249	0.529984
2.5	30	0.663	0.671	6.4E-05	0.439569
2.6	31	0.621	0.671	0.0025	0.385641
4.10	32	0.826	0.773	0.002809	0.682276
7.10	33	0.917	0.773	0.020736	0.840889
5.10	34	0.585	0.773	0.035344	0.342225
6.10	35	0.643	0.773	0.0169	0.413449
5.6	36	0.325	0.773	0.200704	0.105625
6.7	37	1.072	0.773	0.089401	1.149184
5.7	38	1.281	0.773	0.258064	1.640961
4.6	39	0.527	0.773	0.060516	0.277729
4.5	40	0.832	0.773	0.003481	0.692224
4.7	41	0.677	0.773	0.009216	0.458329
1.6	42	0.859	0.773	0.007396	0.737881
1.5	43	0.735	0.773	0.001444	0.540225
1.7	44	1.072	1.0675	2.025E-05	1.149184
1.4	45	1.063	1.0675	2.025E-05	1.129969
Jumlah				1.2520605	17.89423

Grafik kemiripan dan ketakmiripan data pada Tabel 1 di atas diberikan pada gambar berikut.



Gambar 1. Grafik kemiripan dan ketakmiripan antar pasangan objek

Dari gambar di atas terlihat bahwa grafik masih belum mencapai kemonotonan, sehingga perlu dilakukan tranformasi dengan menggunakan Transformasi Kuadrat Terkecil Kruskal. Grafik hasil transformasi diberikan pada Gambar 2 berikut.



Gambar 2. Grafik kemiripan dan ketakmiripan antar pasangan objek setelah dilakukan Transformasi Kuadrat Terkecil Kruskal

Dari Gambar 2 terlihat bahwa $\delta_{ij} \leq \delta_{i'j'}$ maka $\hat{d}_{ij} \leq \hat{d}_{i'j'}$ untuk $\forall (i, j) \in \Omega$, sehingga transformasi monoton sudah diperoleh. Adapun nilai STRESS yang di hasilkan berdasarkan Tabel 1 dengan menggunakan persamaan (4) adalah:

$$STRESS = \sqrt{\frac{1.2520}{17.8942}} = 0.264$$

Artinya kemonotonan yang diperoleh masih agak kasar, tetapi sudah cukup menggambarkan kelompok pasangan yang mempunyai tingkat kemiripan dan ketakmiripan yang sama.

Berdasarkan Gambar 2 dan disesuaikan terhadap data, terlihat bahwa ada 6 kelompok pasangan objek yang mempunyai kemiripan relatif sama, yaitu kelompok pertama pasangan Kijang Innova dengan Kijang LGX, Kijang Innova dengan Isuzu Panther, Kijang Innova dengan Kijang Super dan yang terakhir pasangan Mitsubishi Kuda dengan Toyota Avanza yaitu mempunyai jarak kemiripan sekitar 0.289. Kemudian kelompok kedua yaitu pasangan Suzuki Katana dengan Toyota Avanza, Daihatsu Feroza dengan Toyota Avanza, Kia Visto dengan Toyota Avanza, sampai pasangan Honda Jazz dengan Kijang Super yaitu mempunyai jarak kemiripan sekitar 0.584. Kelompok ketiga yaitu pasangan Suzuki Katana dengan Kijang Super, Daihatsu Feroza dengan Kijang Super sampai pasangan Isuzu Panther dengan Honda Jazz dengan jarak kemiripan sekitar 0.622. Kelompok keempat yaitu pasangan Isuzu Panther dengan Suzuki Katana, Isuzu Panther dengan Daihatsu Feroza dan pasangan Isuzu Panther dengan Kia Visto yaitu mempunyai jarak kemiripan sekitar 0.671. Kelompok kelima yaitu pasangan Honda jazz dengan Kijang LGX, Suzuki Katana dengan Kijang LGX, Daihatsu Feroza dengan Kijang LGX, sampai pasangan Kijang Innova dengan Daihatsu Feroza dengan jarak kemiripan sekitar 0.773. Dan kelompok terakhir atau kelompok keenam yaitu pasangan Kijang Innova dengan Suzuki Katana dan Kijang Innova dengan Honda Jazz yaitu mempunyai tingkat kemiripan yang paling tinggi yaitu 1.0675.

Dari hasil yang diperoleh dari pengolahan data diatas dapat ditarik kesimpulan bahwa ukuran kemiripan dan ketakmiripan antara model mobil favorit di kota Makassar berhubungan dengan keragaman yang ditimbulkan oleh dua belas macam stimuli yang merupakan alasan utama masyarakat membeli mobil.

Dari hasil survey diperoleh bahwa alasan utama masyarakat membeli suatu jenis mobil keluarga adalah pertimbangan hemat bahan bakar (BBM) yang menempati peringkat pertama, kenyamanan berkendara atau kestabilan berkendara di jalan raya yang menempati peringkat kedua, diikuti oleh perlindungan keselamatan dan daya tampung yang menempati peringkat ketiga dan keempat. Adapun pertimbangan mengenai harga, hanya menempati peringkat keenam setelah alasan ramah lingkungan yang menempati peringkat kelima.

5 Kesimpulan dan Saran

Dari penelitian ini disimpulkan bahwa ukuran kemiripan dan ketakmiripan antara model mobil favorit di Kota Makassar ditimbulkan oleh dua belas macam stimuli yang merupakan alasan utama masyarakat membeli mobil. Stimuli tersebut antara lain hemat bahan bakar (BBM), model, daya tampung, ukuran mesin (CC), kegunaan (dapat dipakai sebagai kendaraan niaga), perlindungan keselamatan, ramah lingkungan, harga, serta kenyamanan dan kestabilan di jalan.

Dari hasil plot berupa titik-titik yang menggambarkan tingkat kemiripan dan ketakmiripan beberapa merek mobil favorit di kota Makassar, terlihat bahwa ada beberapa pasangan yang mempunyai tingkat kemiripan yang sama berdasarkan stimuli yang ada. Kelompok pertama adalah pasangan antara Kijang Innova, Kijang LGX, Kijang Super, Toyota Avanza, Mitsubishi Kuda dan Isuzu Panther. Sedangkan kelompok kedua yang memiliki tingkat kemiripan yang relatif sama yaitu pasangan antara Honda Jazz, Kia Visto,

Daihatsu Feroza dan Suzuki Katana. Sedangkan pasangan yang mempunyai tingkat kemiripan yang relatif berbeda yaitu pasangan-pasangan antara kedua kelompok tersebut.

Penelitian lanjut dapat dilakukan dengan menggunakan transformasi ke data metrik yang berbeda dan membandingkan hasilnya dengan penggunaan Transformasi Kuadrat Terkecil Kruskal.

Daftar Pustaka

- [1] Howard Anton, 1987, "*Aljabar Linear Elementer Edisi Kelima*", PT. Erlangga, Jakarta.
- [2] W. Dillon and J. Goldstein, 1984, "*Multivariate Analysis and Application*", John Wiley and Sons Inc., Canada
- [3] T.M.Moya, 2000, "*Calculating isotonic regression of the distance function in non metric multidimensional scaling model*", *Methods of Psychological Research Online*, Volume 5, No. 3, Institute for Science Education.