ISBN:1858-1382

J M S K
Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi
http://journal.unhas.ac.id/index.php/jmsk
Vol. 13, No. 2, 162-170, Januari 2017

Orbit Fraktal Himpunan Julia

Andi Kresna Jaya*, Niswar Aliansa**

Abstrak

Makalah ini membahas kumpulan titik-titik yang berada dalam daerah himpunan Julia di ruang kompleks dan memperlihatkan sebuah algoritma untuk membangkitkan fraktal pada himpunan Julia sekaligus memperlihatkan orbit fraktalnya. Himpunan Julia dibentuk dari persamaan $z_n = z_{n-1}^2 + c$, dimana z_n dan c adalah bilangan kompleks dengan iterasi ke-n. Nilai c tergantung pada parameter masukan x dan y, yaitu $c = x + iy$, nilai c selalu tetap untuk setiap iterasi. Nilai awal dari iterasi adalah z_0 adalah bilangan kompleks. Hasil iterasi ini akan membentuk orbit yang terbatas dan orbit yang tidak terbatas. Himpunan dari semua titik-titik yang membentuk orbit yang terbatas akan selalu berada dalam daerah himpunan Julia (*filled Julia set*), sedangkan Himpunan dari semua titik-titik yang membentuk suatu orbit yang tidak terbatas dikatakan *escape set* (di luar dari daerah himpunan Julia). Batas antara *filled Julia set* dengan *escape set* adalah himpunan Julia itu sendiri (*unit circle*). Untuk menunjukkan perilaku orbit fraktal pada himpunan Julia dilakukan dengan membuat suatu software hasil interpretasi algoritmanya yang mampu memperlihatkan bentuk-bentuk fraktal Julia secara visual, baik orbit konvergen maupun orbit yang tidak konvergen.

Kata Kunci: himpunan Julia, filled Julia set, escape set, orbit.

1. Pendahuluan

Pada tahun 1975, Benoit Mandelbrot memperkenalkan fraktal untuk pertama kali dalam bukunya yang berjudul *A Theory of Fractal Sets*. Secara umum, fraktal dapat dikatakan sebagai suatu teknik pembangkitan citra atau gambar dengan cara melakukan iterasi pada suatu fungsi tertentu [3]. Lewat iterasi inilah, akan didapatkan suatu gambar yang alami. Fungsi penghasil fraktal dapat berupa fungsi matematika ataupun fungsi grafik, salah satunya adalah fraktal yang berbasis bilangan kompleks seperti himpunan Mandelbrot dan himpunan Julia. Fraktal keduanya diperoleh dengan melakukan iterasi atas fungsi $z_n = z_{n-1}^2 + c$ dengan z_j, j =1,…,n dan c adalah bilangan kompleks. Iterasi dilakukan sampai didapatkan suatu kondisi bahwa $|z_n| \geq \text{batas divergensi}$. Himpunan Julia dibuat dengan memilih titik tertentu dan mengalikan setiap titik-titik yang lain dengannya secara berulang-ulang, kemudian hasilnya ditambahkan ke titik aslinya.

Proses iterasi yang dilakukan untuk suatu fungsi adalah melakukan perubahan pada komposisi fungsi itu sendiri secara berulang kali (rekursi). Misalkan $f(z)$ adalah fungsi dari z,

* *Staf Pengajar pada Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin Makassar, e-mail akresna@fmipa.unhas.ac.id*

** *Mahasiswa pada Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin Makassar*

Iterasi kedua dari f yaitu $f^2(z) = f(f(z))$ dan untuk iterasi ketiga adalah $f^3(z) = f(f^2(z)) = f(f(f(z)))$ maka untuk iterasi ke-n dari

$$f^n(z) = f\left(f^{n-1}(z)\right) = f(f(f(f(.......f(z))))) \qquad (1)$$

2. Definisi dan Teorema

Fungsi $f(z)$ dengan titik awal z_0 yang kemudian membentuk suatu urutan bilangan $\{z_0, z_1 = f(z_0), z_2 = f^2(z_0), ..., z_n = f^n(z_0), ...\}$ disebut orbit dari z_0 untuk fungsi $f(z)$. Terdapat dua tipe orbit menurut [2], yaitu orbit *fixed point* dan orbit *periodic point*. Fungsi f dikatakan orbit *fixed point* jika ada titik z_0 sedemikian sehingga $f(z_0) = z_0$. Misalkan z_0 adalah fixed point, maka

$$f^2(z_0) = f(f(z_0)) = f(z_0) = z_0,$$

sehingga akan membentuk orbit $\{z_0, z_0, z_0, z_0, ..., z_0, ...\}$.

Fungsi f dikatakan orbit *periodic point* jika ada titik z_0 sedemikian sehingga

$$f^n(z_0) = z_0, \text{ untuk } n > 0.$$

Orbit dari z_0 itu dapat juga dikatakan dengan n-cycle. Misalkan z_0 adalah *periodic point* dari periode ke-n, maka orbitnya dapat dituliskan sebagai berikut $z_0, f(z_0), ..., f^{n-1}(z_0)$, $z_0, f(z_0), ..., f^{n-1}(z_0), z_0, ...$

2.1. Attracting Fixed Point dan Repelling Periodic Point

Titik z_o dikatakan *attracting fixed point* terhadap f jika z_0 berada dalam daerah persekitaran D. Jika $z \in D$, maka $f^n(z) \in D$, $n > 0$ dan $f^n(z) \to z_0$, $n \to \infty$. Titik z_0 dikatakan *repelling fixed point* pada f jika z_0 tidak berada dalam daerah persekitaran D, $z \in D, maka\ f^n(z) \notin D$ untuk suatu $n > 0$.

Teorema 1.

Diberikan f(z) memiliki titik z_0, maka z_0 attracting, jika $|f'(z_0)| < 1$, dan repelling jika $|f'(z_0)| > 1$. Jika $|f'(z_0)| = 1$, maka z_0 dikatakan neutral. Jika z_0 titik periodik dengan periode n untuk f(z), maka z_0 adalah fixed point untuk $f^n(z)$.

Bukti.

Pembuktian Teorema 1 ini diberikan secara jelas pada [2].

2.2. *Prisoner Set* dan *Escape Set*

Definisi 2.

Jika diberikan suatu persamaan $z_n = z_{n-1}^2 + c$, n = 1,2,3,… dan membentuk suatu orbit z_0, z_1, z_2, ….. dengan titik awal z_0, maka orbit tersebut dikatakan escape set untuk parameter c apabila

$|z_n| \to \infty$, $n \to \infty$. $E_c = \{z_0 : |z_n| \to \infty \text{ jika } n \to \infty\}$ *adalah prisoner set untuk parameter c* $P_c = \{z_0 : z_0 \notin E_c\}$. *Hal ini dikemukakan di* [4], *sehingga* P_c *merupakan komplemen dari* E_c. *Himpunan Julia untuk parameter c adalah batas dari escape set* E_c.

2.3. Fungsi Linier

Misalkan fungsi $f(z) = az$, dimana *a* bilangan kompleks konstan yang tidak nol, dan *z* adalah suatu bilangan kompleks $z = x + iy$. Dengan menuliskan *a* dan *z* dalam bentuk persamaan polar $a = \rho e^{i\phi}$, dan $z_0 = r e^{i\theta}$, maka $f(z_0) = az_0 = \rho r e^{i(\theta+\phi)}$. Besarnya nilai fungsi *f* akan tergantung pada besarnya radius *r* dengan faktor ρ dan sudut putar ϕ. Dengan melakukan iterasi seperti pada persamaan (1) maka didapatkan $f^2(z_0) = a(az_0) = a^2 z = \rho^2 r e^{i(\theta+2\phi)}$. Orbit dari z_0 yaitu:

$$z_0 = re^{i\theta},\quad z_1 = \rho r e^{i(\theta+\phi)},\quad z_2 = \rho^2 r e^{i(\theta+2\phi)}, \ldots, z_n = \rho^n r e^{i(\theta+n\phi)}, \ldots$$

karena

$$\left|e^{i(\theta+n\phi)}\right| = 1,$$

maka modulus dari z_n adalah $|z_n| = \left|\rho^n r e^{i(\theta+n\phi)}\right| = \rho^n r \left|e^{i(\theta+n\phi)}\right| = \rho^n r$.

2.4. Persamaan Kuadrat Bilangan Kompleks

Dengan meninjau persamaan kuadrat Bilangan Kompleks

$$Q_c(z) = z^2 + c, \tag{2}$$

dimana *c* adalah bilangan kompleks yang konstan. Misalkan $Q_0(z) = z^2$, dengan $z_0 = re^{i\theta}$, maka orbit z_0 di Q_0 adalah berturut-turut $z_0 = re^{i\theta}$, $z_1 = r^2 e^{i(2\theta)}$, $z_2 = r^4 e^{i(4\theta)}$, ..., $z_n = r^{2^n} e^{i(2^n\theta)}$. Jadi dapat diketahui bahwa perubahan orbit dari z_0 sangat bergantung dengan radius dari z_0 itu sendiri. Jika $r < 1$, maka $r^{2^n} \to 0$ selama $n \to \infty$, jadi orbit dari z_0 akan menuju ke titik asal dengan catatan titik asal tersebut adalah *attracting fixed point* pada $Q_0(z) = z^2$. Jika $r > 1$, maka $r^{2^n} \to \infty$ selama $n \to \infty$, jadi orbit dari z_0 akan menuju ke ∞ (*unbounded*). Jika $r = 1$ dan z_0 berada dalam lingkaran satuan, maka $r^{2^n} = 1$, jadi orbit dari z_0 akan selalu berada dalam lingkaran satuan [2].

3. Analisis Himpunan Julia

Daerah Himpunan Julia (*Filled Julia*) untuk fungsi

$$Q_0 = z^2 + c \tag{3}$$

adalah himpunan dari semua titik-titik yang memiliki orbit yang terbatas. Himpunan Julia adalah batas antara *filled Julia Set* dan himpunan titik-titik yang memiliki orbit yang tidak terbatas (*escape Set*). Tinjau persamaan $Q_0 = z^2$, dapat diketahui dari persamaan kuadrat bilangan kompleks bahwa jika $|z_0| < 1$, maka orbit akan menuju ke 0 dan orbit akan terbatas (*bounded*). Jika $|z_0| = 1$, maka orbit akan selalu berada dalam lingkaran satuan dan orbit ini juga terbatas (*bounded*). Jika $|z_0| > 1$, maka orbit akan menuju ke tak hingga, dan orbit ini tidak terbatas (*unbounded*). Dengan melihat kumpulan dari orbit-orbit tersebut, dapat diketahui bahwa himpunan Julia untuk persamaan (3) di $c = 0$ merupakan suatu lingkaran satuan.

Teorema 2.
Diberikan suatu fungsi kuadrat $Q(z) = z^2 + c$, *dimana* $|c| < 2$ *dan* z_0 *titik awal. Jika hasil iterasi dari* $Q(z)$ adalah titik dalam suatu orbit dari z_0 dimana titik itu memiliki nilai absolut lebih besar dari 2, maka orbit tersebut adalah *escape* atau bukan *filled Julia*.

Bukti:

$|z_1| = |Q(z_0)| = |z_0^2 + c|$, dengan menggunakan ketaksamaan segitiga,

$$|z_1| = |z_0{}^2 + c| \geq |z_0|^2 - |c|$$

karena $|z_0| \geq |c|$, maka

$$|z_1| \geq |z_0|^2 - |z_0| = (|z_0| - 1)|z_0| \tag{4}$$

dan bilamana $|z_0| > 2$, maka terdapat $\lambda > 0$ sehingga

$$|z_0| > 2 + \lambda \quad \text{atau} \quad |z_0| - 1 > 1 + \lambda \tag{5}$$

dengan mensubsitusikan persamaan (5) ke persamaan (4) maka didapatkan

$$|z_1| \geq (1 + \lambda)|z_0|,$$

jadi jika diiterasi sampai n kali, maka didapatkan

$$|z_n| \geq (1 + \lambda)^n |z_0|.$$

Sehingga jika $n \to \infty$, maka orbit dari z_0 akan menuju ke tak hingga atau orbit dari z_0 ini adalah *escape set.*

Untuk membuat fraktal himpunan Julia, harus ditentukan terlebih dahulu nilai parameter c, yang bagian real dan imajinernya dalam interval tutup [-2,2]. Misalkan $c = -0.5 + 0.5i$, dan ambil enam titik (x + iy), antara lain :

Titik 1 = (1.00, 0.00) , Titik 2 = (0.50, 0.25), Titik 3 = (0.00, 0.88),

Titik 4 = (0.000, 0.000), Titik 5 = (0.500, -0.250), Titik 6 = (-0.250, 0.500).

Dengan melakukan sebanyak n iterasi pada masing-masing titik, maka hasil iterasi tersebut akan membentuk orbit dari titik itu sendiri dan orbit-orbit itulah yang akan memperlihatkan bentuk-bentuk fraktal pada himpunan Julia.

Orbit 1 : $z_0 = 1+0i$,

$$z_1 = z_0^{\,2} + c = (1+0i)^2 + (-0.5+0.5i) = 0.50 + 0.50i$$

$$\begin{gathered} z_2 = z_1^{\,2} + c = (0.50+0.50i)^2 + (-0.5+0.5i) = -0.50 + 1.00i \\ z_3 = z_2^{\,2} + c = (0.50+1.00i)^2 + (-0.5+0.5i) = -1.25 + (-0.50)i \\ \vdots \\ \textit{tak berhingga} \end{gathered}$$

Orbit 2 : $z_0 = 0.50+0.25i$

$$\begin{gathered} z_1 = z_0^{\,2} + c = (0.50+0.25i)^2 + (-0.5+0.5i) = -0.31 + 0.75i \\ z_2 = z_1^{\,2} + c = (-0.31+0.75i)^2 + (-0.5+0.5i) = -0.96 + 0.03i \\ z_3 = z_2^{\,2} + c = (-0.96+0.03i)^2 + (-0.5+0.5i) = 0.43 + 0.44i \\ \vdots \\ \textit{tak berhingga} \end{gathered}$$

Orbit 3 : $z_0 = 0.00+0.88i$,

$$\begin{gathered} z_1 = z_0^{\,2} + c = (0.00+0.88i)^2 + (-0.5+0.5i) = -1.27 + 0.50i \\ z_2 = z_1^{\,2} + c = (-1.27+0.50i)^2 + (-0.5+0.5i) = 0.87 + (-0.77)i \\ z_3 = z_2^{\,2} + c = (0.87+(-0.77)i)^2 + (-0.5+0.5i) = -0.34 + (-0.85)i \\ \vdots \\ \textit{tak berhingga} \end{gathered}$$

Jadi orbit 1, orbit 2 dan orbit 3 akan menuju tak berhingga (*escape set*). Keragaman titik iterasi diperlihatkan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Orbit 1, 2 dan 3 yang Menuju Tak Hingga.

	Orbit 1		Orbit 2		Orbit 3	
	x	*Y*	*x*	*Y*	*x*	*Y*
z_0	1.00	0.00	0.50	0.25	0.00	0.88
z_1	0.50	0.50	-0.31	0.75	-1.27	0.50
z_2	-0.50	1.00	-0.96	0.03	0.87	-0.77
z_3	-1.25	-0.50	0.43	0.44	-0.34	-0.85
z_4	0.81	1.75	-0.51	0.88	-1.12	1.07
z_5	-2.90	3.34	-1.01	-0.39	-0.41	-1.90
z_6	-3.26	-18.91	0.37	1.30	-3.93	2.04
z_7	-347.46	123.68	-2.04	1.46	10.79	-15.52
z_8			1.53	-5.46	-124.77	-334.49
z_9			-28.01	-16.27		

Orbit 4 : z_0 = 0.000+0.000i,

$$z_1 = z_0{}^2 + c = (0.000 + 0.000i)^2 + (-0.5 + 0.5i) = -0.500 + 0.500i$$
$$z_2 = z_1{}^2 + c = (-0.500 + 0.500i)^2 + (-0.5 + 0.5i) = -0.500 + 0.000i$$
$$\vdots$$
$$z_{500} = z_{499}{}^2 + c = (-0.408 + 0.275i)^2 + (-0.5 + 0.5i) = -0.408 + 0.275i$$

Orbit 5 : z_0 = 0.500+(-0.250)i,

$$z_1 = z_0{}^2 + c = (0.500 + (-0.250)i)^2 + (-0.5 + 0.5i) = -0.313 + 0.250i$$
$$z_2 = z_1{}^2 + c = (-0.313 + 0.250i)^2 + (-0.5 + 0.5i) = -0.465 + 0.344i$$
$$\vdots$$
$$z_{500} = z_{499}{}^2 + c = (-0.408 + 0.275i)^2 + (-0.5 + 0.5i) = -0.408 + 0.275i$$

Orbit 6 : z_0 = 0.250+0.500i,

$$z_1 = z_0{}^2 + c = (0.250 + 0.500i)^2 + (-0.5 + 0.5i) = -0.688 + 0.250i$$
$$z_2 = z_1{}^2 + c = (-0.688 + 0.250i)^2 + (-0.5 + 0.5i) = -0.090 + 0.156i$$
$$\vdots$$
$$z_{500} = z_{499}{}^2 + c = (-0.408 + 0.275i)^2 + (-0.5 + 0.5i) = -0.408 + 0.275$$

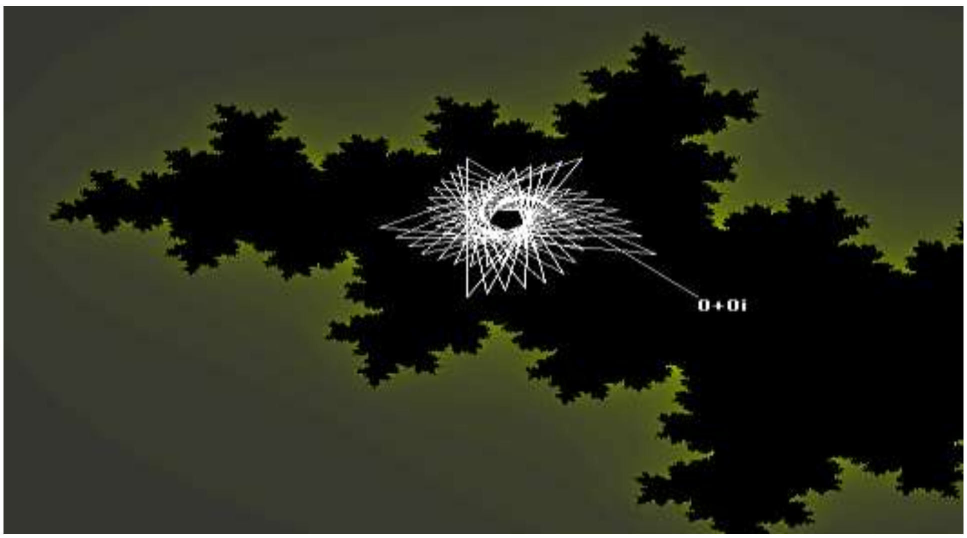
Orbit 4, orbit 5 dan orbit 6 tidak menuju tak hingga, tetapi konvergen ke titik $z \approx 0.408 + 0.275i$, sebagaimana yang ditunjukkan pada Tabel 2 di bawah.

Tabel 2. Orbit 4, 5 dan 6 yang Konvergen ke z ≈ 0.408 + 0.275i.

	Orbit 4		Orbit 5		Orbit 5	
	x	*Y*	*x*	*Y*	*x*	*y*
z_0	0.000	0.000	0.500	-0.250	-0.250	0.500
z_1	-0.500	0.500	-0.313	0.250	-0.688	0.250
z_2	-0.500	0.000	-0.465	0.344	-0.090	0.156
z_3	-0.250	0.250	-0.402	0.180	-0.516	0.472
z_4	-0.688	0.250	-0.371	0.355	-0.456	0.013
z_5	-0.090	0.156	-0.488	0.237	-0.292	0.488
z_6	-0.516	0.471	-0.318	0.269	-0.653	0.214
z_7	-0.456	0.456	-0.471	0.329	-0.119	0.219
z_8	-0.292	0.488	-0.386	0.189	-0.533	0.448
z_9	-0.653	0.214	-0.387	0.354	-0.415	0.021
z_{10}	-0.119	0.219	-0.475	0.226	-0.328	0.481
;	:	:	:	:	:	:
z_{100}	-0.473	0.291	-0.393	0.290	-0.438	0.217
:	:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:	:

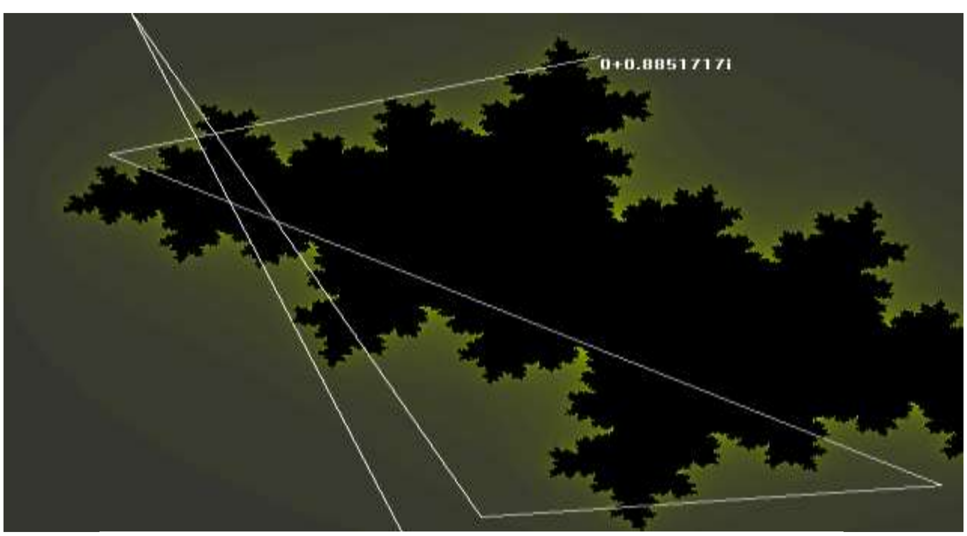
z_{200}	-0.394	0.279	-0.411	0.271	-0.409	0.290
:	:	:	:	:	:	:
z_{300}	-0.411	0.273	-0.409	0.276	-0.407	0.272
:	:	:	:	:	:	:
z_{400}	-0.408	0.276	-0.409	0.275	-0.409	0.276

Dalam bentuk pencitraan, fraktal himpunan Julia model orbit konvergen dan tak hingga ditunjukkan pada Gambar 1 dan Gambar 2 berikut, sebagai hasil visualisasi program yang telah dimodifikasi ke Bahasa Turbo Pascal dari algoritma yang ditampilkan dalam [1] dengan pemrograman menggunakan Fortran, dan modifikasi program di [5] menggunakan bahasa C.



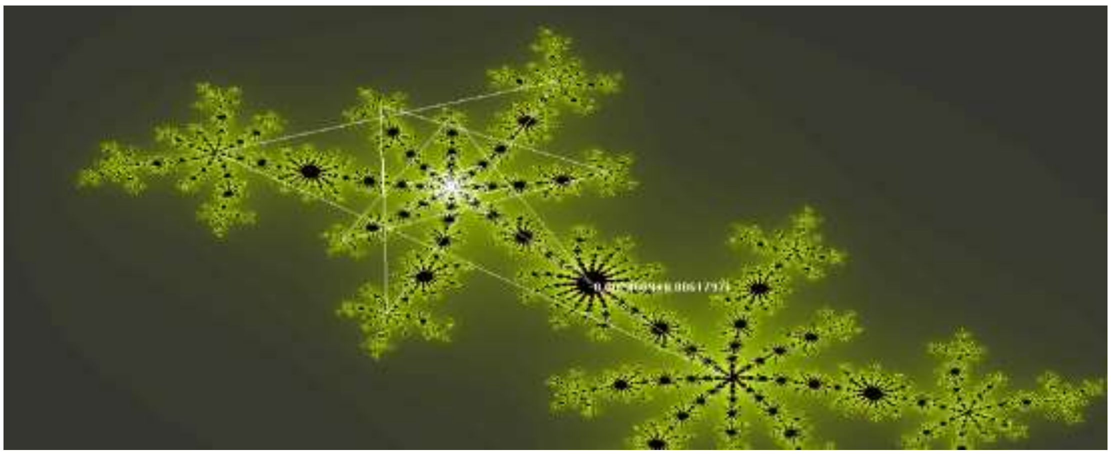
Gambar 1. Himpunan Julia, Orbit a = 0.000+0.000i.

Pada Gambar 1 di atas diperlihatkan orbit melalui titik-titik sudut yang menghubungkan setiap garis putih di daerah himpunan Julia pada persamaan (3), dengan titik awal $z_0 = 0$ yang konvergen ke titik $z = 0.408 + 0.275i$. Sebaliknya pada Gambar 2, orbitnya tidak konvergen ke sebuah titik, jika titik awal yang diambil terletak di *escape set*, yang diwakili oleh titik $z_0 = 0.8851717\, i$. Titik-titik sudut garis putih semakin tidak beraturan.



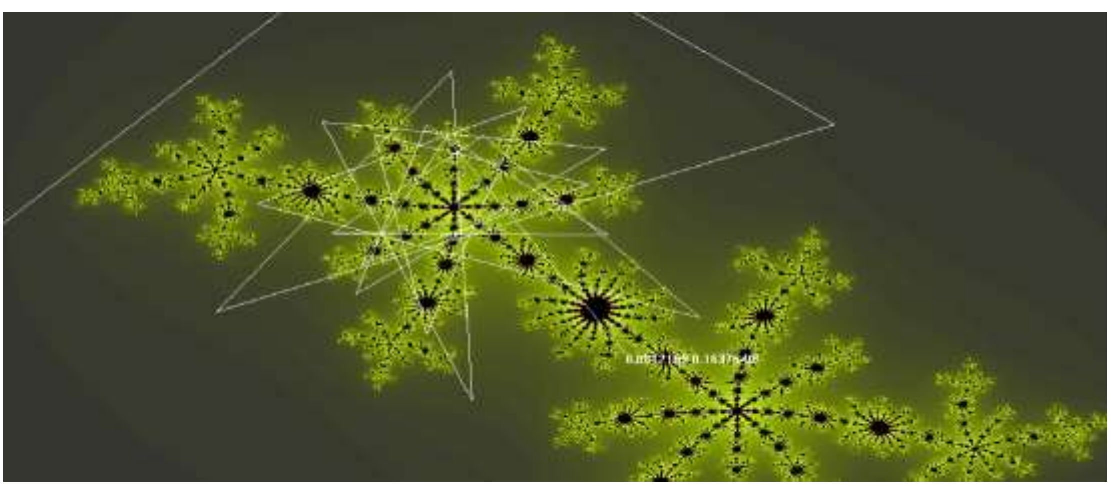
Gambar 2. Himpunan Julia, Orbit a = 0.00 + 0.88i.

Bentuk visualisasi fraktal himpunan Julia yang lain diberikan oleh bentuk fraktal ”*Crab Claws*”, yang memperlihatkan orbit titik dalam himpunan Julia dan di *escape set*-nya. Pada Gambar 3, diperlihatkan himpunan Julia berbentuk kepiting dengan jepitan di kedua sisi miring. Pada jepit kepitingnya terdapat lagi kepiting dengan jepitan lagi, dan seterusnya. Inilah yang menyebabkan sehingga visualisasi fraktalnya disebut *Crab Claws*.



Gambar 3. Fraktal dari Himpunan Julia Crab Claws.

Dari Gambar 3, diperlihatkan orbit fraktal untuk titik awal $z_0 = 0$, dan nilai masukan c adalah -0.0024 + 0.006i . Titik c terletak dalam himpunan Julia, sehingga orbitnya akan konvergen ke sebuah titik dalam himpunan Julia. Pada dasarnya sembarang titik c yang diambil di daerah himpunan Julia, akan selalu berorbit konvergen ke titik tersebut. Hasil simulasi memberikan bahwa titik konvergen dari iterasinya adalah di sekitar titik z_n = -0.207+0.399i. Kekurangan simulasi ini adalah terbatasnya iterasi hingga iterasi ke 64. Sebaliknya pada Gambar 4, jika titik c dipilih dari *escape set*-nya, maka terlihat orbitnya tidak konvergen ke suatu titik.



Gambar 4. Orbit untuk Titik di Luar Himpunan Julia.

4. Algoritma Fraktal pada Himpunan Julia

Algoritma Himpunan Julia yang diterjemahkan ke dalam bahasa program adalah sebagai berikut :

a. Menentukan banyaknya titik-titik (n) dari setiap orbit yang akan diuji. Menentukan warna pada titik-titik yang berada dalam himpunan Julia dan menentukan warna pada titik-titik yang berada diluar himpunan Julia.
b. Input bilangan kompleks c.
c. Memilih titik-titik dari ruang/bidang untuk diuji
d. Untuk setiap titik-titik dari bagian bidang yang telah dipilih , lakukan perhitungan dari titik awal orbit dengan menggunakan fungsi $Q(z) = z^2 + c$.
e. Jika terdapat titik dari suatu orbit terletak di luar lingkaran dengan radius 2, hentikan iterasi dan warna untuk titik ini, misalkan warna kuning kehitam-hitaman atau merah kehitam-hitaman.
f. Jika semua dari titik-titik dari suatu orbit terletak dalam lingkaran dengan radius 2 maka membuat warna hitam pada himpunan julia.
g. Jika semua titik-titik yang berada dalam bidang telah dihitung maka selesai.

5. Kesimpulan

Himpunan Julia merupakan kumpulan dari beberapa titik-titik yang berada dalam batas antara *escape set* dan *prisoner set*. Daerah himpunan Julia (*filled Julia set*) dapat dibentuk apabila z memiliki radius kurang dari 2, atau kurang dari $|c|$, dan harus berada dalam interval $-2 \le x \le 2$ dan $-2 \le y \le 2$.

Fungsi yang digunakan untuk membangkitkan fraktal pada himpunan Julia dan himpunan Mandelbrot adalah sama, yaitu $z_n = z_{n-1}^2 + c$, n = 1,2,3,….. dan z, c bilangan kompleks.

Dengan adanya bantuan algoritma dan program untuk melihat secara visual terhadap fraktal pada himpunan Julia, maka dapat diketahui titik-titik orbit mana saja yang merupakan himpunan Julia, daerah himpunan Julia (*Filled Julia Set*), dan di luar daerah himpunan Julia.

Acknowledgments

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Eric Kuennen atas kesediannya untuk diskusi, melalui balasan email dan paper yang membantu dalam penulisan makalah ini.

Daftar Pustaka

[1] E. Kuennen. 2005. *Chaotic Dynamics and Fractals.* [10 Februari 2007]

[2] D. Oliver. 1997. *Memandang Realita dengan Fractal Vision.* Edisi 1, Cetakan 1. Penerbit Andi, Yogyakarta.

[3] Peitgen, Jürgens, dan Saupe. 1992. Fractal for the classroom part two: Complex system and Mandlebort set. *National Council of Teachers of Mathematics*, Springer-Verlag.

[4] R. T. Steven. 1989. *Fractal Programming in C.* M&T Publishing, California. http://www.geocities.com/CapeCanaveral/4257/Paper.html. [7 Desember 2001]