

Pemodelan Regresi Spasial pada Tingkat Kemiskinan di Pulau Sulawesi

Baharuddin^{1*}, Agusrawati², Lilis Laome³

¹²³Program Studi Statistika, Fakultas MIPA, Universitas Halu Oleo, Kendari, 93232, Indonesia

* Corresponding author, email: baharuddin.mtmk@uho.ac.id

Abstract

In regression analysis, the independence assumption of the error terms is often violated when working with spatial data. The 2023 poverty incidence data across regencies/municipalities on Sulawesi Island indicate the presence of spatial autocorrelation. This study aims to compare the performance of classical regression, spatial autoregressive model (SAR), and spatial error model (SEM) in modeling poverty incidence on the island. The regency/municipality-level data used in the study is secondary data published by BPS-Statistics Indonesia. The findings reveal that the SEM model provides more accurate parameter estimates compared to classical regression and SAR model. Factors that have a significant influence on the poverty incidence (Y) in a regency/municipality are life expectancy (X_1), expenditure per capita (X_2), and the error terms for the nearest neighboring regions (λ).

Keywords: Expenditure Per Capita, Life Expectancy, Moran Index, Spatial Autoregressive Model, Spatial Error Model.

Abstrak

Asumsi kebebasan galat dalam analisis regresi terkadang tidak terpenuhi pada data spasial. Data tingkat kemiskinan menurut kabupaten/kota di Pulau Sulawesi tahun 2023 mengisyaratkan adanya otokorelasi spasial. Tujuan penelitian ini adalah membandingkan model regresi klasik, model otoregresif spasial (SAR), dan model galat spasial (SEM) dalam pemodelan tingkat kemiskinan di Pulau Sulawesi. Data menurut kabupaten/kota yang digunakan dalam artikel ini merupakan data sekunder hasil publikasi Badan Pusat Statistik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model SEM memberikan estimasi parameter yang lebih baik dibandingkan dengan model regresi klasik dan model SAR. Faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap tingkat kemiskinan (Y) di suatu kabupaten/kota adalah umur harapan hidup (X_1), pengeluaran riil per kapita (X_2), dan suku-suku galat daerah tetangga terdekatnya (λ).

Kata Kunci: Indeks Moran, Model Galat Spasial, Model Otoregresif Spasial, Pengeluaran Per Kapita, Umur Harapan Hidup.

1. Pendahuluan

Kemiskinan merupakan salah satu permasalahan mendasar di Indonesia termasuk di Pulau Sulawesi. Empat dari enam provinsi yang berada di Pulau Sulawesi memiliki rata-rata tingkat kemiskinan tahun 2023 di atas angka nasional 9.36% [1]. Rata-rata tingkat kemiskinan menurut kabupaten/kota di pulau ini sebesar 10.91%, meningkat dari rata-rata tahun sebelumnya 10.84%. Berbagai program pengentasan masyarakat dari kemiskinan telah dilakukan pemerintah namun tingkat kemiskinan di daerah ini masih cukup tinggi. Tingginya tingkat kemiskinan tersebut menuntut upaya dari berbagai pihak termasuk penelitian dari berbagai aspek yang berkaitan dengan kemiskinan.

Beberapa penelitian telah dilakukan untuk mengkaji faktor-faktor yang berkaitan dengan kemiskinan. Penelitian [2] di Nigeria dan [3] di Provinsi Jambi mengindikasikan angka harapan hidup berpengaruh terhadap kemiskinan. Sementara itu, penelitian [4] di Provinsi Sumatera Barat dan [5] di Provinsi Yogyakarta menunjukkan pengeluaran per kapita berpengaruh terhadap kemiskinan. Keempat penelitian ini menggunakan metode statistika yang belum mengakomodir efek spasial di dalam model. Sementara data yang berbasis spasial seringkali memiliki otokorelasi spasial. Tingkat kemiskinan di suatu daerah misalnya, seringkali berkaitan dengan tingkat kemiskinan di daerah sekitarnya [6]. Jika karakteristik data ini diabaikan, asumsi kebebasan galat terkadang dilanggar sehingga diperlukan suatu model regresi yang mengakomodir efek spasial tersebut.

Model regresi spasial merupakan pengembangan dari model regresi klasik dengan menyertakan pengaruh spasial ke dalam model. Ada beberapa jenis model regresi spasial. Penggunaan suatu model regresi disesuaikan dengan jenis ketergantungan spasial yang dimiliki oleh data. Ketika terdapat ketergantungan spasial pada variabel respon maka digunakan model otoregresif spasial (*spatial autoregressive model*, SAR) [7], sementara model galat spasial (*spatial error model*, SEM) digunakan apabila terdapat ketergantungan spasial pada galat [8].

Paper ini memiliki tiga tujuan utama. Tujuan pertama adalah menguji ada tidaknya otokorelasi spasial pada data tingkat kemiskinan di Pulau Sulawesi. Mengingat bahwa beberapa kabupaten/kota di pulau ini secara geografis terpisah oleh lautan, penelitian ini menggunakan ukuran berbasis jarak dalam pembentukan matriks pembobot spasial. Dalam hal ini, kami menggunakan jarak invers (*inverse distance weight*, IDW) [9] dan *k*-tetangga terdekat (*k-nearest neighbor*, *k*-NN) [10]. Pendekatan ini berbeda dengan penelitian [7] dan [8] yang menggunakan matriks persinggungan (*contiguity*) untuk menggambarkan hubungan ketetanggaan antardaerah.

Tujuan kedua penelitian ini adalah membandingkan model regresi klasik, model SAR, dan model SEM dalam pemodelan pengaruh umur harapan hidup dan pengeluaran riil per kapita terhadap tingkat kemiskinan di Pulau Sulawesi tahun 2023. Dalam hal ini membandingkan beberapa metode yang digunakan oleh penelitian [7] dan [8]. Tujuan ketiga adalah menentukan signifikansi pengaruh kedua variabel penjelas tersebut melalui pendekatan global dan spasial.

2. Material dan Metode

Ada dua jenis variabel dalam penelitian ini, yaitu variabel respon dan variabel penjelas. Variabel respon (*Y*) adalah tingkat kemiskinan (%) menurut kabupaten/kota di Pulau Sulawesi, yang diambil dari publikasi BPS www.bps.go.id/id/publication [1]. Data tersebut merupakan hasil penghitungan dari Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) modul konsumsi pengeluaran periode bulan Maret 2023. Pulau Sulawesi memiliki enam provinsi dengan 81 kabupaten/kota.

Yang dijadikan variabel penjelas dalam artikel ini adalah umur harapan hidup (X_1 , tahun) dan pengeluaran riil per kapita (X_2 , juta rupiah). Kedua variabel penjelas tersebut diperoleh dari publikasi BPS [11]. Umur harapan hidup saat lahir adalah perkiraan rata-rata lamanya waktu yang dapat ditempuh oleh seseorang selama hidupnya. Pengeluaran riil per kapita adalah pengeluaran rumah tangga setahun dibagi dengan jumlah anggota rumah tangga.

Tahapan penelitian ini diawali dengan pendeskripsian variabel respon (tingkat kemiskinan). Keterkaitan data tingkat kemiskinan antardaerah dieksplorasi dengan peta tematik. Pengukuran otokorelasi tersebut dipertegas dengan uji indeks Moran. Dalam penghitungan indeks Moran, kami menggunakan matriks pembobot spasial berbasis jarak invers [9] dan k-tetangga terdekat [10]. Penelusuran otokorelasi spasial secara lokal dilakukan dengan plot pencar Moran untuk mendeteksi adanya pencilon spasial. Identifikasi pola hubungan antara variabel respon dengan masing-masing variabel penjelas dilakukan melalui plot pencar dan analisis korelasi Pearson.

Pemodelan regresi pada data tingkat kemiskinan di Pulau Sulawesi tahun 2023 dilakukan dengan memakai tiga model, yaitu model regresi klasik, model SAR, dan model SEM. Pemodelan regresi klasik diawali dengan estimasi parameter regresi dengan metode kuadrat terkecil. Penentuan signifikansi variabel penjelas dilakukan dengan memakai uji F dan uji t, sementara penentuan tidak terjadinya multikolinearitas didasarkan pada nilai VIF. Pengujian asumsi kenormalan galat dilakukan dengan uji Kolmogorov-Smirnov, sementara asumsi kehomogenan variansi galat diuji dengan statistik Breusch-Pagan, serta asumsi kebebasan galat diuji dengan indeks Moran.

Penerapan model regresi spasial didasarkan pada jenis ketergantungan spasial yang terjadi pada variabel penelitian dan diidentifikasi melalui uji pengganda Lagrange (PL). Pemodelan otonom regresi spasial (SAR) dimulai dengan estimasi parameter dengan metode kemungkinan maksimum. Pengujian parameter regresi dan penentuan signifikansi variabel penjelas didasarkan pada prosedur yang dijabarkan dalam buku [12]. Pengujian asumsi kenormalan galat, kehomogenan variansi galat, dan kebebasan galat model SAR dilakukan mengikuti prosedur sebagaimana pada model regresi klasik.

Pemodelan galat spasial (SEM) diawali dengan pengestimasi parameter regresi memakai metode kemungkinan maksimum. Pengujian parameter regresi dan penentuan signifikansi variabel penjelas didasarkan pada statistik yang dijabarkan dalam buku [12]. Pengujian asumsi galat model SEM dilakukan mengikuti prosedur sebagaimana pada galat regresi klasik. Perbandingan model regresi klasik, model SAR, dan model SEM didasarkan pada koefisien determinasi (R^2), nilai *Akaike information criterion* (AIC), dan nilai RMSE [6], [12].

3. Hasil dan Diskusi

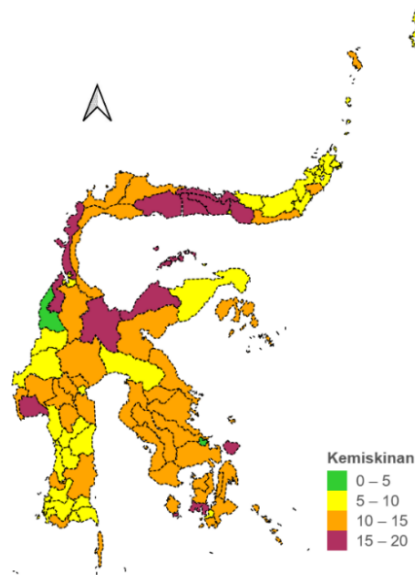
3.1 Eksplorasi Data Tingkat Kemiskinan

Rata-rata tingkat kemiskinan (Y) menurut kabupaten/kota di Pulau Sulawesi sebesar 10.91% (Tabel 1) dan berada di atas angka nasional 9.36% [1]. Tingkat kemiskinan ini beragam nilainya antardaerah dengan simpangan baku 3.78%. Kota Kendari di Provinsi Sulawesi Tenggara merupakan daerah dengan tingkat kemiskinan terendah (4.59%), sementara Kabupaten Boalemo di Provinsi Gorontalo merupakan daerah dengan tingkat kemiskinan tertinggi (18.38%).

Tabel 1. Statistik deskriptif dari variabel penelitian

Variabel	Minimum	Maksimum	Rata-rata	Simpangan baku
Y	4,59	18,38	10,91	3,78
X_1	67,35	75,34	72,46	1,80
X_2	7,56	17,89	10,70	2,04

Sebaran tingkat kemiskinan menurut kabupaten/kota adalah bervariasi namun cenderung membentuk pola sistematis. Peta tematik pada Gambar 1 memperlihatkan bahwa kabupaten/kota yang memiliki tingkat kemiskinan dengan kategori sangat tinggi (berwarna marun) cenderung mengumpul pada suatu area, demikian juga dengan kategori tinggi (berwarna oranye), kategori sedang (berwarna kuning), serta kategori rendah (berwarna hijau limau). Hal tersebut mengindikasikan adanya keterkaitan tingkat kemiskinan antarkabupaten/kota yang letaknya berdekatan. Indikasi ini dapat diperkuat dengan menggunakan uji formal semisal indeks Moran [6].

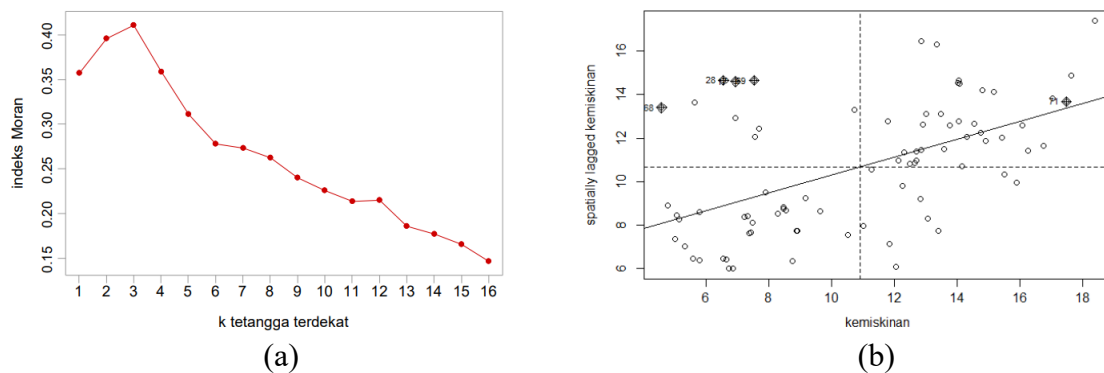


Gambar 1. Peta tematik tingkat kemiskinan (%) di Pulau Sulawesi tahun 2023

Hasil penghitungan dengan memakai matriks pembobot jarak invers memberikan nilai indeks Moran sebesar 0.11 dengan nilai $p = 0.00$. Penggunaan matriks pembobot spasial berbasis jarak ini dilakukan mengingat adanya kabupaten/kota yang terpisah

dengan daratan Pulau Sulawesi. Di sisi lain, penerapan metode semisal persinggungan sisi-sudut dapat mengakibatkan adanya kabupaten/kota yang tidak memiliki tetangga sehingga pembentukan matriks pembobot sulit dilakukan [9]. Penghitungan yang lain mengenai indeks Moran juga dapat menggunakan ukuran k-tetangga terdekat [10].

Konsep dasar dari k-tetangga terdekat adalah menentukan k tetangga kabupaten/kota yang terdekat menurut ukuran jarak Euclidnya. Hasil penelusuran pada Gambar 2(a) memberikan nilai k optimum sama dengan tiga, dalam hal ini, indeks Moran terbesar 0,41 dicapai pada saat $k = 3$. Hal ini berarti bahwa dalam penghitungan statistik di suatu kabupaten/kota akan melibatkan tiga kabupaten/kota yang berdekatan sebagai tetangga terdekat. Karena nilai p yang diperoleh sama dengan 0,00 lebih kecil dari taraf nyata 0,05 maka dapat dikatakan bahwa terdapat otokorelasi spasial positif pada data tingkat kemiskinan di Pulau Sulawesi. Analisis data spasial selanjutnya akan memakai matriks pembobot yang didasarkan pada ukuran $k = 3$ tetangga terdekat.



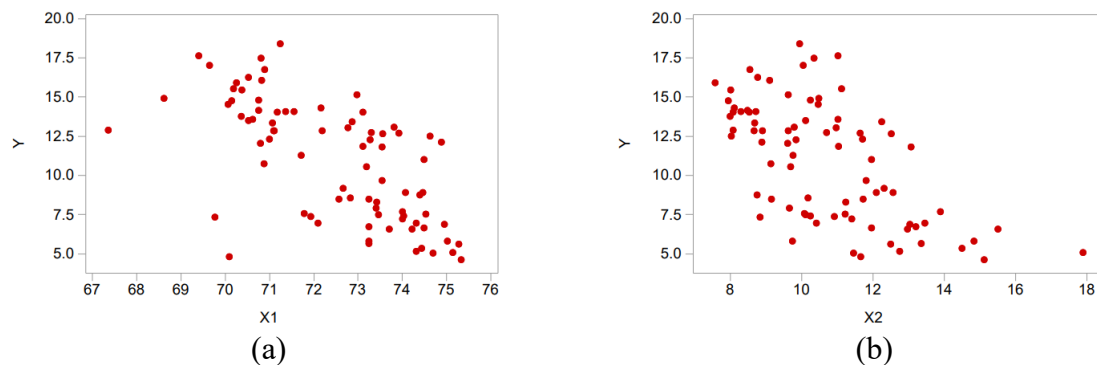
Gambar 2. (a) Nilai indeks Moran untuk berbagai nilai k tetangga terdekat; (b) Plot pencar Moran dari tingkat kemiskinan (%) menurut kabupaten/kota di Pulau Sulawesi

Plot pencar Moran pada Gambar 2(b) juga memperlihatkan adanya ketergantungan spasial. Sebagian besar kabupaten/kota tergambar pada kuadran satu (terletak di kanan atas) dan kuadran tiga (terletak di kiri bawah). Hal tersebut menjelaskan keberadaan hubungan linear antara tingkat kemiskinan suatu kabupaten/kota (sumbu horizontal) dengan rata-rata tingkat kemiskinan dari kabupaten/kota yang merupakan tetangganya (sumbu vertikal). Gradien garis fit yang positif pada Gambar 2(b) mempertegas adanya otokorelasi spasial positif pada data tingkat kemiskinan di Pulau Sulawesi tahun 2023. Adanya otokorelasi spasial pada kasus kemiskinan juga terjadi pada penelitian [13] di Provinsi Chongqing, China.

Gambar 2(b) juga menjelaskan bahwa ada empat kabupaten/kota yang signifikan berotokorelasi spasial secara lokal, yaitu Kota Kendari (68), Kota Palu (28), Kabupaten Banggai (17), dan Kota Baubau (69). Kabupaten/kota tersebut tergambar pada kuadran dua (terletak di kiri atas) dan merupakan daerah coldspot, yaitu daerah dengan tingkat kemiskinan rendah namun dikelilingi oleh daerah-daerah dengan tingkat kemiskinan yang lebih tinggi. Daerah tersebut termasuk pencilan spasial pada kasus kemiskinan

karena secara lokal berotokorelasi negatif dengan daerah tetangganya. Kondisi pada daerah tersebut menuntut perlunya digalakkan program pencegahan peningkatan tingkat kemiskinan mengingat adanya interaksi spasial dengan daerah sekitarnya.

Variasi tingkat kemiskinan (Y) pada penelitian ini akan dimodelkan dengan dua variabel penjelas, yaitu umur harapan hidup (X_1) dan pengeluaran riil per kapita (X_2). Pola hubungan antara tingkat kemiskinan dengan kedua variabel penjelas tersebut dapat dieksplorasi melalui Gambar 3. Plot pencar pada Gambar 3(a) mengindikasikan adanya hubungan linear antara tingkat kemiskinan dengan umur harapan hidup (X_1). Hubungan linear ini diperkuat oleh koefisien korelasi Pearson yang diperoleh sebesar -0.65 dengan nilai $p = 0.00$. Demikian juga, tingkat kemiskinan memiliki hubungan linear dengan pengeluaran riil per kapita (X_2), hal tersebut ditunjukkan oleh Gambar 3(b). Koefisien korelasi Pearson antara Y dan X_2 adalah -0.62 dengan nilai $p = 0.00$.



Gambar 3. (a) Plot pencar antara X_1 dan Y ; (b) Plot pencar antara X_2 dan Y

Dengan adanya hubungan antara tingkat kemiskinan (Y) dengan umur harapan hidup (X_1) dan pengeluaran riil per kapita (X_2) maka terhadap data tersebut layak dilakukan analisis dengan pemodelan regresi. Pemodelan regresi pada artikel ini akan menerapkan tiga model. Model regresi pertama yang akan ditinjau adalah model regresi klasik.

3.2 Model Regresi Klasik

Model regresi klasik pada data tingkat kemiskinan (Y) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2) \quad (1)$$

dengan X_1 adalah umur harapan hidup, X_2 adalah pengeluaran riil per kapita, dan ε adalah galat regresi klasik. Estimasi parameter regresi β_k dilakukan dengan metode kuadrat terkecil dan memberikan persamaan regresi:

$$\hat{Y} = 85.79 - 0.94X_{1i} - 0.66X_{2i} \quad (2)$$

dengan $i = 1, 2, 3, \dots, 81$ menyatakan indeks kabupaten/kota di Pulau Sulawesi menurut urutan dalam [1].

Pengujian secara simultan terhadap kedua variabel penjelas memberikan statistik F sebesar 40,79 dengan nilai $p = 0,00$. Hal ini berarti bahwa minimal ada satu variabel penjelas yang berpengaruh signifikan terhadap tingkat kemiskinan pada taraf nyata 0,05. Selanjutnya, masing-masing variabel penjelas diuji secara parsial dengan uji t (Tabel 2). Hasil uji t memberikan nilai p masing-masing variabel sebesar 0,00 yang menunjukkan bahwa kedua variabel penjelas berpengaruh signifikan terhadap tingkat kemiskinan di Pulau Sulawesi.

Tabel 2. Estimasi dan pengujian parameter regresi klasik

Prediktor	Estimasi parameter	Nilai t	Nilai p	VIF
Intersep	85.79	6.26	0.00	
X_1	-0.94	-4.61	0.00	1.49
X_2	-0.66	-3.70	0.00	1.49

Tabel 2 juga menerangkan bahwa kedua variabel penjelas yang digunakan tidak mengalami multikolinearitas. Hal ini dapat dilihat dari nilai VIF yang lebih kecil dari 10. Sementara itu, pemodelan regresi klasik memberikan koefisien determinasi R^2 sebesar 51.12%. Koefisien determinasi yang nilainya relatif sedang ini mengindikasikan bahwa keragaman tingkat kemiskinan tidak hanya dipengaruhi oleh variabel X_1 dan X_2 , akan tetapi kemiskinan merupakan permasalahan yang kompleks dan berkaitan dengan banyak faktor. Nilai *Akaike information criterion* (AIC) yang diperoleh dari model ini sebesar 394.21.

Model regresi klasik harus memenuhi tiga asumsi galat, yaitu: kenormalan galat, kehomogenan variansi galat, dan kebebasan galat. Asumsi kenormalan galat dapat diuji dengan uji Kolmogorov-Smirnov (KS). Penggunaan uji ini memberikan statistik $KS = 0.05$ dengan nilai p yang lebih besar dari 0.15. Hal ini berarti bahwa hipotesis H_0 (galat regresi klasik berdistribusi normal) diterima pada taraf nyata 0.05.

Pengujian asumsi kehomogenan variansi galat dilakukan dengan uji Breusch-Pagan (BP). Hipotesis H_0 dalam pengujian ini adalah variansi galat homogen versus H_1 adalah variansi galat tidak homogen. Statistik BP yang diperoleh adalah 6.08 dengan nilai $p = 0.048$. Dengan demikian, hipotesis H_0 ditolak pada taraf nyata 0.05 yang bermakna bahwa variansi galat tidak homogen.

Pengujian kebebasan galat dilakukan dengan uji indeks Moran. Hipotesis H_0 pada pengujian ini adalah galat saling bebas versus H_1 adalah galat berotokorelasi positif. Indeks Moran yang diperoleh dari uji ini adalah 0.34 dengan nilai p sebesar 0.00. Hal ini berarti bahwa terjadi otokorelasi positif pada galat regresi klasik. Pelanggaran asumsi tersebut disebabkan oleh adanya pengaruh spasial pada data tingkat kemiskinan (Y). Penanganan terhadap pelanggaran kedua asumsi regresi klasik (kehomogenan variansi galat dan kebebasan galat), pada penelitian ini, dilakukan dengan menerapkan model regresi spasial.

3.3 Model Regresi Spasial

Ketergantungan spasial dapat terjadi pada suatu variabel penelitian. Identifikasi terhadap jenis ketergantungan spasial ini diperlukan untuk menentukan model regresi spasial yang tepat digunakan. Identifikasi ini dilakukan menggunakan uji pengganda Lagrange (PL). Hasil pengujian ketergantungan spasial dalam lag pada Tabel 3 memberikan statistik PL_{lag} sebesar 10.15 dengan nilai $p = 0.00$. Ini berarti bahwa model otoregresif spasial (SAR) layak digunakan pada data tingkat kemiskinan. Demikian juga, pengujian ketergantungan spasial dalam galat memberikan statistik PL_{galat} sebesar 16.14 dengan nilai $p = 0.00$ yang mengarahkan penggunaan model galat spasial (SEM).

Tabel 3. Pengujian ketergantungan spasial dengan uji pengganda Lagrange PL

PL	Statistik PL	Chi-kuadrat	Nilai p	Model
Lag	10.15	3.84	0.00	Model SAR
Galat	16.14	3.84	0.00	Model SEM

Model otoregresif spasial (SAR) merupakan salah satu model regresi spasial yang menambahkan komponen otoregresif pada variabel respon. Model SAR pada data tingkat kemiskinan (Y) dapat dituliskan:

$$Y = \rho WY + X\beta + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2 I_n) \quad (3)$$

dengan ρ adalah parameter otoregresif lag spasial, W adalah matriks pembobot spasial k-NN, ε adalah vektor galat model SAR. Estimasi parameter model SAR dilakukan dengan metode kemungkinan maksimum dan memberikan persamaan regresi:

$$\hat{Y}_i = 0.30 \sum_{j=1; i \neq j}^3 w_{ij} Y_j + 67.15 - 0.72X_{1i} - 0.65X_{2i} \quad (4)$$

dengan j menyatakan indeks kabupaten/kota diantara tiga tetangga terdekat dari kabupaten/kota ke- i . Persamaan regresi ini menggambarkan bahwa tingkat kemiskinan di suatu daerah dipengaruhi oleh variabel X_1 , X_2 , dan tingkat kemiskinan tiga daerah tetangga terdekatnya. Tingkat kemiskinan di Kota Kendari misalnya akan dipengaruhi oleh tingkat kemiskinan Kabupaten Konawe, Konawe Selatan, dan Konawe Kepulauan sebagai akibat interaksi spasial dengan daerah sekitarnya.

Pengujian terhadap parameter model SAR secara simultan memberikan statistik $F = 35.51$ yang lebih besar dari tabel $F_{(0.05;3;79)} = 2.72$. Ini menunjukkan bahwa minimal ada satu prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap tingkat kemiskinan pada taraf nyata 0.05. Selanjutnya, pengujian secara parsial terhadap masing-masing variabel penjelas memberikan nilai p sebesar 0.00 (Tabel 4) yang menandakan bahwa semua variabel penelitian berpengaruh signifikan terhadap tingkat kemiskinan di Pulau Sulawesi.

Tabel 4. Estimasi dan pengujian parameter regresi SAR

Prediktor	Estimasi parameter	Nilai t	Nilai p
Intersep	67.15	4.71	0.00

X_1	-0.72	-3.59	0.00
X_2	-0.65	-3.94	0.00
ρ	0.30	3.23	0.00

Tabel 4 juga menyajikan nilai estimasi parameter otoregresif lag spasial ρ sebesar 0.30. Pengujian terhadap parameter ini memberikan nilai $p = 0.00$. Hal ini menandakan bahwa model SAR lebih layak digunakan pada data tingkat kemiskinan dibandingkan dengan model regresi klasik. Hasil pengujian terhadap parameter ρ yang signifikan ini menggambarkan bahwa tingkat kemiskinan di suatu kabupaten/kota akan bertambah sebesar 0.30 kali rata-rata tingkat kemiskinan tiga kabupaten/kota yang merupakan tetangganya apabila variabel lain diasumsikan tetap.

Pemodelan SAR pada data tingkat kemiskinan di Pulau Sulawesi memberikan koefisien determinasi $R^2 = 57.42\%$. Nilai ini lebih besar dibandingkan dengan koefisien determinasi regresi klasik 51.12%. Demikian juga, nilai AIC yang diperoleh sebesar 386.96 lebih kecil dari nilai AIC regresi klasik 394.21. Hasil perbandingan kedua ukuran ini mempertegas kelayakan penggunaan model regresi SAR dibandingkan dengan regresi klasik.

Galat model SAR, sebagaimana galat model regresi klasik, juga memiliki beberapa asumsi. Pengujian kenormalan galat dengan uji Kolmogorov-Smirnov memberikan statistik $KS = 0.07$ dengan nilai p yang lebih besar dari 0.15. Ini menunjukkan bahwa galat model SAR berdistribusi normal. Demikian juga, pengujian asumsi kehomogenan variansi galat dengan uji Breusch-Pagan memberikan statistik $BP = 5.68$ dengan nilai $p = 0.06$ yang menandakan bahwa variansi galat homogen. Sementara itu, pengujian asumsi kebebasan galat menghasilkan indeks Moran sebesar 0.16 dengan nilai $p = 0.02$ yang berarti bahwa otokorelasi positif masih terjadi pada galat model SAR.

Model regresi ketiga yang akan ditinjau adalah model galat spasial (SEM). Model regresi ini membagi suku-suku galat menjadi dua komponen, yaitu komponen galat otoregresif dan komponen galat acak. Komponen galat otoregresif mengakomodir otokorelasi spasial di dalamnya. Model SEM pada data tingkat kemiskinan (\mathbf{Y}) dapat dituliskan menjadi:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \lambda\mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{u}, \quad \mathbf{u} \sim N(\mathbf{0}, \sigma_u^2 \mathbf{I}_n) \quad (5)$$

dengan λ adalah parameter otokorelasi spasial galat, $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor galat otoregresif, dan \mathbf{u} adalah vektor galat acak model SEM. Estimasi terhadap parameter model SEM dilakukan dengan metode kemungkinan maksimum dan memberikan persamaan regresi:

$$\hat{Y}_i = 89.73 - 1.00X_{1i} - 0.59X_{2i} + 0.53 \sum_{j=1; i \neq j}^3 w_{ij}\varepsilon_j \quad (6)$$

dengan ε_j adalah nilai galat di kabupaten/kota ke- j yang merupakan tetangga terdekat kabupaten/kota ke- i . Persamaan regresi (6) ini menerangkan bahwa tingkat kemiskinan

di suatu daerah dipengaruhi oleh variabel X_1 , X_2 , dan suku-suku galat daerah tetangga terdekatnya.

Pengujian secara simultan terhadap parameter model SEM memberikan statistik $F = 45.77$ yang lebih besar dari tabel $F_{(0.05;3;79)} = 2.72$. Ini berarti bahwa minimal ada satu prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap tingkat kemiskinan. Selanjutnya, pengujian secara parsial terhadap masing-masing variabel penjelas memberikan nilai p sebesar 0.00 (Tabel 5) yang menegaskan bahwa semua variabel penelitian berpengaruh signifikan terhadap tingkat kemiskinan di Pulau Sulawesi.

Tabel 5. Estimasi dan pengujian parameter regresi SEM

Prediktor	Estimasi parameter	Nilai t	Nilai p
Intersep	89.73	6.59	0.00
X_1	-1.00	-5.05	0.00
X_2	-0.59	-3.98	0.00
λ	0.53	5.58	0.00

Tabel 5 juga menyajikan nilai estimasi parameter otokorelasi spasial galat λ sebesar 0.53. Pengujian terhadap parameter ini memberikan nilai $p = 0.00$. Hal ini menandakan bahwa model SEM lebih layak digunakan pada data tingkat kemiskinan dibandingkan dengan model regresi klasik. Hasil pengujian terhadap parameter λ yang signifikan ini menggambarkan bahwa besarnya galat di suatu kabupaten/kota akan bertambah sebesar 0.53 kali rata-rata nilai galat tiga kabupaten/kota yang merupakan tetangganya apabila variabel yang lain diasumsikan konstan. Besarnya galat tersebut secara tidak langsung mempengaruhi tingkat kemiskinan daerah yang merupakan tetangga terdekatnya.

Galat model SEM juga memiliki beberapa asumsi yang harus dipenuhi. Pengujian asumsi kenormalan galat dengan uji Kolmogorov-Smirnov memberikan statistik $KS = 0.06$ dengan nilai p yang lebih besar dari 0.15. Hal ini menandakan bahwa galat model SEM berdistribusi normal. Demikian juga, pengujian asumsi kehomogenan variansi galat dengan uji Breusch-Pagan memberikan statistik $BP = 3.25$ dengan nilai $p = 0.20$ yang mengisyaratkan bahwa variansi galat homogen. Sementara itu, pengujian asumsi kebebasan galat menghasilkan indeks Moran sebesar 0.05 dengan nilai $p = 0.21$ yang bermakna bahwa galat model SEM saling bebas.

Tabel 6 menyajikan beberapa perbandingan hasil pemodelan regresi klasik, model SAR, dan model SEM. Nilai AIC yang dihasilkan model SEM lebih kecil dibandingkan dengan nilai AIC regresi klasik dan model SAR. Demikian juga, koefisien determinasi R^2 model SEM lebih besar dibandingkan dengan R^2 regresi klasik dan model SAR. Lagi pula, nilai RMSE model SEM lebih kecil daripada nilai RMSE regresi klasik dan model SAR. Hasil perbandingan ketiga ukuran ini menunjukkan bahwa model SEM lebih baik daripada regresi klasik dan model SAR dalam memodelkan data tingkat kemiskinan di Pulau Sulawesi tahun 2023.

Tabel 6. Perbandingan regresi klasik, model SAR, dan model SEM

Model	AIC	R²	RMSE	Tanda β_1	Tanda β_2
Regresi klasik	394.21	51.12%	2.62	Negatif	Negatif
SAR	386.96	57.42%	2.45	Negatif	Negatif
SEM	379.41	63.48%	2.27	Negatif	Negatif

Pemodelan regresi SEM menghasilkan tanda koefisien X_1 negatif yang konsisten dengan hasil regresi klasik dan model SAR (Tabel 6). Hal ini mengisyaratkan bahwa peningkatan umur harapan hidup di suatu daerah akan menurunkan tingkat kemiskinan pada daerah tersebut. Hasil penelitian ini searah dengan penelitian [3] di Provinsi Jambi. Demikian juga, konsistensi tanda negatif pada koefisien X_2 bermakna bahwa pengaruh peningkatan pengeluaran riil per kapita akan menurunkan tingkat kemiskinan. Hasil ini sejalan dengan penelitian [4] di Provinsi Sumatera Barat dan penelitian [5] di Provinsi Yogyakarta.

Umur harapan hidup (X_1) merupakan indikator derajat kesehatan individu dan masyarakat di suatu daerah. Meningkatnya umur harapan hidup mengindikasikan bahwa kesehatan masyarakat secara umum juga membaik, termasuk di dalamnya akses dan kualitas pelayanan kesehatan [11]. Kondisi tersebut akan berimplikasi pada peningkatan produktivitas masyarakat, dari segi ekonomi, pendapatan penduduk akan meningkat. Dengan meningkatnya kesejahteraan di suatu daerah, tingkat kemiskinan akan menurun.

Pengeluaran riil per kapita (X_2) menggambarkan besarnya pengeluaran yang dapat dibelanjakan oleh setiap individu dalam masyarakat selama setahun di suatu daerah. Ini mencerminkan kemampuan daya beli masyarakat untuk memenuhi kebutuhan dasar mereka seperti makanan, pakaian, dan perumahan. Ketika pengeluaran riil per kapita meningkat, akses terhadap berbagai sumber daya juga akan membaik, yang pada gilirannya akan meningkatkan tingkat kesejahteraan [5]. Peningkatan kesejahteraan ini akan menurunkan tingkat kemiskinan.

4. Kesimpulan

Data tingkat kemiskinan menurut kabupaten/kota di Pulau Sulawesi tahun 2023 menunjukkan adanya otokorelasi spasial. Model galat spasial (SEM) menghasilkan estimasi parameter yang lebih baik dibandingkan dengan model regresi klasik dan model otoregresif spasial (SAR) dalam menganalisis data tingkat kemiskinan ini. Hal tersebut terlihat dari nilai AIC model SEM yang lebih kecil, koefisien determinasi yang lebih besar, dan nilai RMSE yang lebih kecil dibandingkan dengan model regresi klasik dan model SAR. Faktor-faktor yang berpengaruh nyata terhadap tingkat kemiskinan di suatu kabupaten/kota adalah umur harapan hidup (X_1), pengeluaran riil per kapita (X_2), dan suku-suku galat daerah tetangga (λ).

Daftar Pustaka

- [1] BPS. *Data dan Informasi Kemiskinan Kabupaten/Kota Tahun 2023*. Jakarta: Badan Pusat Statistik, 2023.
- [2] Lawanson, O. I., & Umar, D. I. The Life Expectancy-Economic Growth Nexus in Nigeria: The Role of Poverty Reduction. *SN Business & Economics*, 1(127), 2021.
- [3] Hasanah, R., Syaparuddin, & Rosmeli. Pengaruh Angka Harapan Hidup, Rata-rata Lama Sekolah, dan Pengeluaran Perkapita terhadap Tingkat Kemiskinan pada Kabupaten/Kota di Provinsi Jambi. *e-Jurnal Perspektif Ekonomi dan Pembangunan Daerah*, 10(3), 2021.
- [4] Puteri, R. M., & Marwan. Pengaruh Pengangguran, Pengeluaran Per Kapita, Pendidikan dan Kesehatan terhadap Kemiskinan di Provinsi Sumatera Barat. *Arzusin: Jurnal Manajemen dan Pendidikan Dasar*, 3(3), 2023.
- [5] Qurrotu'aini, L. & Purbadharmaja, I. B. P. The Effect of Minimum Wage and Per Capita Expenditure on Poverty in Provincial Districts D.I. Yogyakarta. *Jurnal Syntax Admiration*, 4(9), 2023.
- [6] Liu, M., Ge, Y., Hu, S., Stein, A., & Ren, Z. The Spatial-Temporal Variation of Poverty Determinants. *Spatial Statistics*, 50(100631), 2022.
- [7] Djami, R. J., & Haumahu, G. Pemodelan Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Maluku dan Maluku Utara dengan Menggunakan Spatial Autoregressive Model (SAR). *Variance: Journal of Statistics and Its Applications*, 5(1), 2023.
- [8] Nurjanah, Rinaldi, A., & Pitri, R. Spatial Error Model pada Tingkat Kemiskinan Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung. *Variance: Journal of Statistics and Its Applications*, 5(1), 2023.
- [9] Huda, N. M., & Imro'ah, N. Determination of the Best Weight Matrix for the Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Model in the Covid-19 Case on Java Island, Indonesia. *Spatial Statistics*, 54(100734), 2023.
- [10] Baharuddin, Yahya, I., & Ihwal, M. Otokorelasi Spasial pada Prevalensi Balita Stunting, Wasting, Underweight, dan Overweight di Pulau Sulawesi Tahun 2022. *Journal of Mathematics, Computation and Statistics*, 7(2), 472-482, 2024.
- [11] BPS. *Indeks Pembangunan Manusia 2023*. Jakarta: Badan Pusat Statistik, 2024.
- [12] Yasin, H., Hakim, A. R., & Warsito, B. *Regresi Spasial: Aplikasi dengan R*. Pekalongan: Wade Group, 2020.
- [13] Shi, K., Chang, Z., Chen, Z., Wu, J., & Yu, B. Identifying and Evaluating Poverty Using Multisource Remote Sensing and Point of Interest (POI) Data: A Case Study of Chongqing, China. *Journal of Cleaner Production*, 255(120245), 2020.