ESTIMASI: Journal of Statistics and Its Application
Vol. 6, No. 1, Januari, 2025, Hal. 38-46
DOI: 10.20956/ejsa.v6i1.25751

Perbandingan Kinerja Peta Kendali *Exponentially Weighted Moving Average* dan Peta Kendali *Double Exponentially Weighted Moving Average* dalam Pengendalian Kualitas Produksi Butsudan di PT. Maruki International Indonesia

Sonya[1], Erna Tri Herdiani[2*], Georgina Maria Tinungki[3]
[123]Departemen Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin, Makassar, 90245, Indonesia
*** Corresponding author, email: herdiani.erna@unhas.ac.id**

Abstract

Quality control is an effort in the production process to maintain product quality and minimize the occurrence of defects. One of the quality control tools is a control chart. An exponentially weighted moving average (EWMA) control chart is used to detect small shifts in the process mean. The result of the development of the EWMA control chart is the double exponentially weighted moving average (DEWMA) control chart, which increases the exponential smoothing process, where the control chart is considered more sensitive in detecting small shifts in the process mean. This study aims to obtain a comparison of the performance of the EWMA and DEWMA control charts in controlling the quality of butsudan production at PT. Maruki International Indonesia. The results obtained show that the DEWMA control chart has better performance in detecting small shifts compared to the EWMA control chart based on the smallest ARL value, at $\lambda = 0.1$ *the DEWMA control chart has an ARL value 1.1363 which is smaller than the ARL of EWMA control chart is 1.2268.*

Keywords*: ARL, EWMA, DEWMA, Shift Mean Process, Control Chart.*

Abstrak

Pengendalian kualitas merupakan upaya yang dilakukan dalam proses produksi untuk menjaga kualitas produk serta meminimalisir terjadinya kecacatan. Salah satu alat pengendalian kualitas adalah peta kendali. Peta kendali *exponentially weighted moving average* (EWMA) merupakan peta kendali yang digunakan untuk mendeteksi pergeseran kecil *mean* proses. Hasil pengembangan peta kendali EWMA yaitu peta kendali *double exponentially weighted moving average* (DEWMA) yaitu dengan meningkatkan proses *exponential smoothing* dimana peta kendali tersebut dianggap lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran kecil *mean* proses. Penelitian ini bertujuan memperoleh perbandingan kinerja peta kendali EWMA dan DEWMA dalam pengendalian kualitas produksi butsudan di PT. Maruki International Indonesia. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa peta kendali DEWMA memiliki kinerja lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran kecil dibandingkan dengan peta kendali EWMA berdasarkan nilai ARL yaitu pada $\lambda = 0.1$ peta kendali DEWMA memiliki nilai ARL sebesar 1.1363 lebih kecil dibandingkan dengan nilai ARL peta kendali EWMA yaitu 1.2268.

Kata Kunci: ARL, EWMA, DEWMA, Pergeseran *Mean* Proses, Peta Kendali.

1. Pendahuluan

Dewasa ini persaingan industri semakin ketat, menyebabkan perusahaa berlomba-lomba untuk membuat produk yang baik. Kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi seperti saat ini membuat dunia usaha menjadi semakin kompettitif dibanding sebelumnya. Salah satu cara untuk dapat bersaing di dunia industri dan memiliki prospek keberhasilan jangka panjang yaitu suatu perusahaan mampu menghasilkan produk yang berkualitas tinggi.

Suatu perusahaan harus memiliki jaminan kualitas terhadap produk yang dihasilkan, sehingga produk yang diperoleh merupakan produk yang baik yang mampu memenuhi kebutuhan konsumen dengan spesifikasi yang baik. Dengan demikian suatu perusahaan dapat mempertahankan konsumennya serta tidak menutup kemungkinan bertambahnya konsumen baru. Kondisi seperti inilah yang membuat upaya pengendalian kualitas merupakan hal yang cukup penting bagi suatu perusahaan untuk terus meningkatkan kualitas produk yang dihasilkannya. Pengendalian kualitas merupakan kegiatan keteknikan dan manajemen yang meliputi mengukur kualitas produk, kemudian membandingkannya dengan standar kualitas yang telah ditetapkan, dilanjutkan dengan melakukan tindakan jika terdapat kualitas produk yang tidak sesuai dengan standar yang telah ditetapkan sebelumnya. Pengendalian kualitas statistik merupakan salah satu cara dalam pengendalian kualitas dengan mengontrol variasi yang terjadi selama proses produksi [1].

PT. Maruki International Indonesia merupakan perusahaan yang bergerak dibidang manufaktur dengan produk utama yang dihasilkan yaitu butsudan. *Remaking* adalah istilah untuk produk yang dikembalikan karena cacat, dimana hal ini merupakan masalah yang cukup sering dihadapi oleh perusahaan. Berdasarkan hal tersebut, diperlukan suatu metode penanganan dalam proses produksi atau yang dikenal dengan pengendalian kualitas.

Salah satu alat dalam yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pengendalian kualitas proses produksi adalah peta kendali. Peta kendali merupakan metode yang digunakan untuk memonitoring proses produksi dan pengendalian kualitas serta untuk melihat kualitas hasil proses produksi apakah terkendali secara statistik [2]. Peta kendali *exponentially weighted moving average* (EWMA) merupakan peta kendali yang digunakan untuk mendeteksi pereseran kecil *mean* proses [3]. Peta kendali *double exponentially weighted moving average* (DEWMA) merupakan hasil pengembangan dari peta kendali EWMA dengan meningkatkan proses *exponential smoothing* yang bertujuan untuk mendapatkan peta kendali yang memiliki kesensitifan lebih baik dalam mendeteksi pergeseran *mean* proses yang kecil dibandingkan dengan peta kendali EWMA [4]. Penelitian tentang peta kendali DEWMA pada data sampling yang diulang untuk menghasilkan peta kendali yang lebih sensitive dibandingkan yang sebelumnya [13].

Penelitian sebelumnya yang meneliti tentang peta kendali EWMA adalah Kalgonda dkk telah meneliti tentang peta kendali EWMA dengan nilai ARL diperoleh dari C program [11], Hakam telah melakukan penelitian dengan membandingkan peta kendali *cumulative sum* (CUSUM) dan peta kendali EWMA yang diterapkan pada produksi pipa besi pada PT. Pacific Angkasa Abadi. Hasilnya menunjukkan peta kendali EWMA memberikan hasil yang lebih baik karena dapat mendeteksi 6 plot yang *out of control* [5]. Herdiani dkk telah melakukan penelitian tentang peta kendali EWMA pada data berautokorelasi [12], Sedangkan Hamsah dkk pada tahun 2019 telah melakukan penelitian dengan menerapkan peta kendali EWMA dan peta kendali DEWMA dalam pengendalian kualitas produk mie pada UD. Sinar Sulawesi. Hasil yang diperoleh menunjukkan data produksi mie tidak terdapat data yang *out of control* baik pada peta kendali EWMA maupun peta kendali DEWMA [6]. Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini akan menganalisis kinerja dari peta kendali EWMA dan peta kendali DEWMA untuk mengetahui peta kendali yang memiliki kinerja yang lebih baik dalam pengendalian kualitas produksi butsudan di PT. Maruki International Indonesia.

2. Material dan Metode

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yaitu data *remaking* atau data cacat produksi butsudan hasil inspeksi bulanan mulai Januari 2017 – Desember 2021 yang diperoleh dari data laporan yang telah dtersedia di PT. Maruki International Indonesia.

2.1 Peta Kendali *Exponentially Weighted Moving Average*

Peta kendali *exponentially weighted moving average* (EWMA) pertama kali digagas oleh Roberts pada tahun 1959 yang digunakan dalam memonitor proses dan mendeteksi adanya sebab khusus yang dapat dilihat dari adanya pergeseran terus menerus dalam suatu proses [7]. Dalam pembentukan peta kendali EWMA, pengamatan yang digunakan berasal dari proses yang berdistribusi normal dengan variabel $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ sehingga EWMA didefinsikan sebagai berikut [8]:

$$Y_i = \lambda X_i + (1-\lambda) Y_{i-1} \; ; i = 1,2, \dots, n \qquad (1)$$

dengan:

Y_i	:	nilai EWMA pada waktu ke – i
X_i	:	nilai pengamatan pada waktu ke – i
λ	:	parameter pembobot dengan $0 < \lambda < 1$
n	:	banyaknya pengamatan

Batas kendali peta kendali EWMA yaitu batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB) adalah sebagai berikut:

$$BKA = Y_0 + L\sigma_{Y_i}$$
$$= Y_0 + L\sqrt{\frac{\lambda\sigma^2(1-(1-\lambda)^{2i})}{2-\lambda}}$$
$$= Y_0 + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2i})}{2-\lambda}} \quad (2)$$
$$BKB = Y_0 - L\sigma_{Y_i}$$
$$= Y_0 - L\sqrt{\frac{\lambda\sigma^2(1-(1-\lambda)^{2i})}{2-\lambda}}$$
$$BKB = Y_0 - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2i})}{2-\lambda}} \quad (3)$$

2.2 Peta Kendali *Double Exponentially Weighted Moving Average*

Peta kendali *Double Exponentially Weighted Moving Average* (DEWMA) pertama kali diperkenalkan oleh Shamma S.E dan Shamma A.K pada tahun 1991, dimana peta kendali DEWMA merupakan pengembangan dari peta kendali EWMA yang bertujuan untuk mendeteksi pergeseran nilai rata-rata dalam proses yang lebih kecil. Hal ini dilakukan dengan pengambilan sampel secara berurutan dengan masing-masing berukuran *n* dari suatu proses dimana pengamatan berdistribusi secara independen dan identik (iid) di bawah asumsi normalitas [9]. Nilai DEWMA didefinsikan sebagai berikut:

$$Z_i = \lambda Y_i + (1-\lambda)Z_{i-1} \; ; i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

dengan:
Z_i : nilai DEWMA pada waktu ke – i
Y_i : nilai EWMA pada waktu ke – i
λ : parameter pembobot dengan $0 < \lambda < 1$
n : banyaknya pengamatan

Batas kendali dari peta kendali DEWMA adalah sebagai berikut:

$$BKA = \mu_0 + L\sigma\sqrt{\lambda^4\left(\frac{1+(1-\lambda)^2-(i+1)^2(1-\lambda)^{2i}+(2i^2+2i-1)(1-\lambda)^{2i+2}-i^2(1-\lambda)^{2i+4}}{(1-(1-\lambda)^2)^3}\right)} \quad (5)$$

$$BKB = \mu_0 - L\sigma\sqrt{\lambda^4\left(\frac{1+(1-\lambda)^2-(i+1)^2(1-\lambda)^{2i}+(2i^2+2i-1)(1-\lambda)^{2i+2}-i^2(1-\lambda)^{2i+4}}{(1-(1-\lambda)^2)^3}\right)} \quad (6)$$

2.3 *Average Run Length*

Kriteria yang digunakan untuk mengevaluasi kinerja peta kendali adalah dengan mengukur seberapa cepat peta kendali tersebut menangkap sinyal *out of control*. Peta kendali yang lebih cepat mendeteksi sinyal *out of control* disebut lebih sensitif terhadapa perubahan proses. Salah satu cara untuk mengukur kinerja peta kendali adalah dengan

menggunakan nilai *Average Run Length* (ARL). ARL adalah banyaknya rata-rata atau sampel yang diperlukan sebelum suatu titik atau sampel menunjukkan keadaan tidak terkendali. Nilai ARL dapat dirumuskan sebagai berikut [10]:

$$ARL_1 = \frac{1}{\Pr\left(\text{menerima } H_0 | H_0 \text{ salah}\right)} = \frac{1}{(1-\beta)} \tag{7}$$

dengan β dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\beta = Pr\left(BKB \leq X \leq BKA|_{\mu=\mu_0+k\sigma}\right) \tag{8}$$

karena $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, persamaan (8) menjadi:

$$\begin{aligned}
\beta &= Pr\left(\frac{BKB-\mu}{\sigma} \leq \frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{BKA-\mu}{\sigma}\middle|\mu = \mu_0 + k\sigma\right) \\
&= Pr\left(\frac{BKB-\mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{BKA-\mu}{\sigma}\middle|\mu = \mu_0 + k\sigma\right) \\
&= Pr\left(\frac{BKB-(\mu_0+k\sigma)}{\sigma} \leq Z \leq \frac{BKA-(\mu_0+k\sigma)}{\sigma}\right) \\
\beta &= \left(Pr\left(Z \leq \tfrac{BKA-(\mu_0+k\sigma)}{\sigma}\right) - Pr\left(Z \leq \tfrac{BKB-(\mu_0+k\sigma)}{\sigma}\right)\right)
\end{aligned} \tag{9}$$

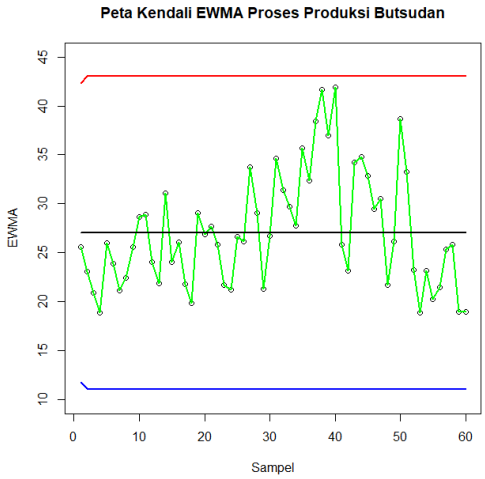
3. Hasil dan Diskusi

Pada artikel ini akan dianalisis kinerja dari peta kendali *exponentially weighted moving average* (EWMA) dan peta kendali *double exponentially weighted moving average* (DEWMA) untuk melihat peta kendali yang memiliki keefektifan lebih baik dalam mendeteksi pergeseran *mean* proses yang kecil pada data cacat produksi butsudan. Dalam pembentukan peta kendali EWMA dan DEWMA diperlukan nilai pembobot λ, pada penelitian ini digunakan $\lambda = 0.1, \lambda = 0.2, \lambda = 0.3, \lambda = 0.4, \lambda = 0.5, \lambda = 0.6, \lambda = 0.7, \lambda = 0.8$, dan $\lambda = 0.9$ yang kemudian akan ditentukan λ optimum dari nilai-nilai λ tersebut untuk peta kendali EWMA dan peta kendali DEWMA. Nilai λ optimum yaitu nilai λ yang digunakan untuk membentuk peta kendali dimana sebagian besar data pengamatan berada dalam batas-batas kendali dari peta kendali.

3.1 Analisis dengan Menggunakan Peta Kendali *Exponentially Weighted Moving Average*

Langkah awal dalam penyusunan peta kendali *exponentially weighted moving average* (EWMA) yaitu menetukan nilai masing-masing Y_i menggunakan Persamaan (1). Nilai Y_i saling berkaitan, yaitu nilai Y_1 diperlukan untuk mencari nilai Y_2, dan seterusnya hingga mendapatkan nilai Y_{60}. Nilai Y_0 merupakan nilai awal yang digunakan untuk memperoleh nilai Y_1, nilai Y_0 diperoleh dari nilai *mean* data yaitu $Y_0 = \mu_0 = 27.0667$ dan nilai standar deviais $\sigma = 7.2670$. Setelah diperoleh nilai masing-masing Y_i, selanjutnya menentukan batas kendali atas (BKA) dan batas kendali

bawah (BKB) dari peta kendali EWMA dengan menggunakan Persamaan (2) dan (3). Penerapan peta kendali EWMA pada data cacat produksi butsudan dengan menggunakan $\lambda = 0.7$ merupakan λ optimum karena titik-titik data berada dalam batas kendali seperti yang ditampilkan pada Gamabr 1 di bawah ini.

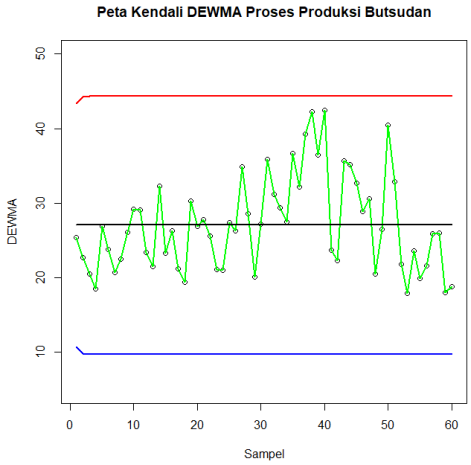


Gamabr 1. Peta Kendali EWMA dengan menggunakan $\lambda = 0.7$

3.2 Analisis dengan Menggunakan Peta Kendali *Double Exponentially Weighted Moving Average*

Penyusunan peta kendali *double exponentially weighted moving average* (DEWMA) sama halnya dalam penyusunan peta kendali EWMA yaitu menghitung nilai Z_i berdasarkan Persamaan (4) dengan Z_0 merupakan nilai awal yang diperoleh dari rata-rata data yaitu $Z_0 = Y_0 = \mu_0 = 27.0667$ dan nilai standar deviais $\sigma = 7.2670$. Nilai masing-masing Z_i saling berkaitan dengan yang lainnya. Nilai Z_0 dibutuhkan untuk memperoleh nilai Z_1, nilai Z_1 dibutuhkan untuk memperoleh nilai Z_2, begitupun seterusnya hingga memperoleh nilai Z_{60}. Setelah nilai masing-masing Y_i diperoleh, selanjutnya menentukan batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB) dari peta kendali EWMA dengan menggunakan Persamaan (5) dan (6).

Peta kendali DEWMA yang menampilkan proses produksi cacat *butsudan* dengan menggunakan λ optimum yaitu $\lambda = 0.8$ ditunjukkan pada Gambar 2 berikut.



Gamabr 2. Peta Kendali DEWMA dengan menggunakan $\lambda = 0{,}8$

3.3 Perbandingan Kinerja Peta Kendali *Exponentially Weighted Moving Average* dan peta kendali *Double Exponentially Weighted Moving Average*

Setelah penerapan masing-masing peta kendali pada data produksi cacat butsudan, selanjutnya dilakukan perbandingan kedua metode untuk mengindikasikan peta kendali yang memiliki kinerja lebih baik dalam mendeteksi pergeseran kecil proses, hal tersebut dapat dinilai berdasarkan hasil perbandingan nilai *average run length* (ARL) dari masing-masing peta kendali. Semakin kecil nilai ARL yang diperoleh maka semakin cepat pula peta kendali mendeteksi pergeseran proses. Perhitungan nilai ARL dapat dihitung berdasarkan Persamaan (7), namun sebelum menghitung nilai ARL terlebih dahulu menghitung nilai β berdasarkan persamaan (9) dengan menggunakan nilai rata-rata batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB) dari peta kendali EWMA dan peta kendali DEWMA. Nilai ARL peta kendali EWMA dan peta kendali DEWMA dengan pergeseran $1{,}5\sigma$ ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai ARL Peta Kendali EWMA dan Peta Kendali DEWMA

λ	EWMA	DEWMA
0.1	1.2268	1.1363
0.2	1.4207	1.2676
0.3	1.6609	1.4329
0.4	1.9825	1.6667
0.5	2.4340	2.0197
0.6	3.0982	2.5838
0.7	4.1286	3.5395
0.8	5.8329	5.2619
0.9	8.8884	8.5487

Berdasarkan Tabel 1 dapat dilihat bahwa nilai ARL peta kendali DEWMA relatif lebih kecil dibandingkan dengan nilai ARL pada peta kendali EWMA dengan nilai ARL terkecil terletak pada $\lambda = 0.1$, yaitu pada peta kendali DEWMA sebesar 1.1363 dan pada peta kendali EWMA memiliki nilai ARL sebsar 1.2268. Hal ini menunjukkan bahwa peta kendali DEWMA cenderung lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran kecil *mean* proses prsoduksi butsudan, sehingga peta kendali DEWMA dianggap memiliki kinerja yang lebih baik dalam pengendalian kualitas dibandingkan dengan peta kendali EWMA karena mempunyai nilai ARL yang lebih kecil.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dalam penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa peta kendali DEWMA lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran kecil *mean* proses dibandingkan dengan peta kendali EWMA.

Daftar Pustaka

[1] Montgomery, D. C. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik* (Yogyakarta). Universitas Gajah Mada, 1990.

[2] Hamsah, L., Purnamasari, I., & Satriya, M. A. Penerapan Peta Kendali Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) dan Peta Kendali Double Exponentially Weighted Moving Average (DEWMA) dalam Pengendalian Kualitas Produk Mie pada UD. Sinar Sulawesi. *Prosiding Seminar Nasional Matematika, Statistika, dan Aplikasinya*, 222–230, 2019.

[3] Montgomery, D. C. *Introduction To Statistical Quality Control 6th Edition.* Arizona State University: John Wiley & Sons, Inc, 2009.

[4] Adeoti, O. A. On Control Chart for Monitoring Exponentially Distributed Quality Characteristic. *Transactions of the institute of Meassurement and Control,* 1-11, 2019.

[5] Hakam, M. *Perbandingan Grafik Kendali CUSUM (Cumulatif Sum) dan EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) dalam Pengendalian Kualitas Produksi Pipa Besi pada Pt. Pacific Angkasa Abadi*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2017.

[6] Hamsah, L., Purnamasari, I., & Satriya, M. A. Penerapan Peta Kendali Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) dan Peta Kendali Double Exponentially Weighted Moving Average (DEWMA) dalam Pengendalian Kualitas Produk Mie pada UD. Sinar Sulawesi. *Prosiding Seminar Nasional Matematika, Statistika, dan Aplikasinya*, 222–230, 2019.

[7] Nelwati, Hazmira, Y., & Maiyastri. Peta Kendali Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) untuk Jumlah Wisatawan yang Berkunjung Ke Sumatera. *Jurnal Matematika UNAND*, 4(4), 83–90, 2019.

[8] Adji, M. H. S., Soehardjoepri, Widjajati, F. A. Analisa Proses Produksi Wheeldops PT. Morodadi Prima dengan Data Tidak Normal Menggunakan Peta Kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) dan Peta Kendali *Double Exponentially Weighted Moving Average* (DEWMA). *Jurnal Sains dan Seni ITS,* 8(1), 2019.

[9] Adeoti, O. A., & Malela-Majika, J. C. Double Exponentially Weighted Moving Average Control Chart with Supplementary Runs-Rules. *Quality Technology & Quantitative Management*, 1–24, 2019.

[10] Montgomery, D. C. *Introduction Statistical Quality Control 7th Edition*. New York; John Wiley & Sons, Inc, 2012.

[11] Kalgonda, A. A., Koshti, V. V., & Ashokan, K. V. Exponentially weighted moving average control chart, *Asian Journal of Management Research*, 2, 253-263, 2011.

[12] Herdiani, E. T., Fandrilla, G., & Sunusi, N. Modified Exponential Weighted Moving Average (EWMA) Control Chart on Autocorrelation Data, *Journal of Physics: Conference Series*, 1-7, 2018.

[13] Adeoti, O. A. A new double exponentially weighted moving average control chart using repetitive sampling. *International Journal of Quality & Reliability Management*, 35, 387-404, 2016.