

Dynamics of Intra-guild Predation Model with Stage Structure in Prey

Dinamika Model Predasi Intraguild dengan Tahapan Struktur pada Mangsa

Hukmah^{1*}, Syamsuddin Toaha^{2*}, Jeffry Kusuma^{3*}

Abstract

The Intra-guild predation model is an interaction between three species where two of them compete and prey on each other for the same resource. This study considers the stage structure of prey on and combines Beddington-DeAngelis and Holling type I as functional responses in the model. Furthermore, the equilibrium point and stability of the model will be analyzed. The numerical result at the equilibrium point shows, that the solution converging toward the equilibrium point so that the population is stable and will not become extinct with increasing time. In addition, the population tends to be stable when the density of prey is larger than the predator.

Keywords: Intra-guild Predation, Stage Structure, Holling Type I, Beddington-DeAngelis.

Abstrak

Model predasi intraguild merupakan interaksi antara tiga spesies dimana dua spesies diantaranya saling berkompetisi dan memangsa untuk memperebutkan sumber daya yang sama. Penelitian ini mempertimbangkan tahapan struktur pada mangsa dan menggabungkan fungsi respon Beddington-DeAngelis dan Holling tipe I pada model. Selanjutnya akan dianalisis titik kesetimbangan dan kestabilan model. Hasil numerik pada titik kesetimbangan E_5^* menunjukkan bahwa solusi konvergen menuju titik kesetimbangan sehingga populasi stabil dan tidak akan punah dengan bertambahnya waktu. Selain itu, populasi cenderung stabil ketika populasi mangsa lebih besar dari populasi pemangsa.

Kata kunci: Predasi Intraguild, Tahapan Struktur, Fungsi Respon Holling Tipe I, Fungsi Respon Beddington-DeAngelis.

1. Pendahuluan

Penelitian tentang model matematika yang melibatkan beberapa spesies atau populasi dalam dinamika populasi telah banyak dilakukan. Kajian tentang dinamika populasi bertujuan untuk mengungkap perilaku populasi dalam ekosistem akibat dari interaksi dan kondisi ekosistem di mana populasi tersebut melanjutkan kehidupannya. Peran matematika dalam hal pemodelan dinamika populasi adalah untuk memprediksi keberlanjutan populasi untuk waktu yang panjang serta juga dapat merekomendasikan suatu strategi yang dapat diterapkan untuk menjaga keberlanjutan populasi [13].

Interaksi antar spesies maupun antar populasi dalam rantai makanan sangat mempengaruhi dinamika populasi dalam suatu ekosistem. Salah satu bentuk interaksi yang paling sering terjadi dalam ekosistem adalah bentuk pemangsaan, satu populasi berperan sebagai pemangsa dan

* Program Studi Magister Matematika FMIPA-UNHAS

Email address:¹ hukmahrusdi90123@gmail.com, ²syamsuddint@yahoo.com, ³jeffry.kusuma@gmail.com



populasi lainnya berperan sebagai mangsa. Beberapa contoh dinamika populasi yang melibatkan bentuk pemangsaan berserta varian-variannya serta tujuan kajiannya dapat ditemukan pada [[1], [9], [12], [14], [15], [16], 19]]. Salah satu bentuk interaksi yang unik adalah predasi intraguild, yang merupakan kombinasi antara kompetisi dan predasi/parasitisasi. Perbedaan antara predasi intraguild dan kompetisi adalah pada predasi intraguild, salah satu spesies mendapatkan keuntungan (+,-), sedangkan pada kompetisi kedua spesies secara umum mengalami kerugian (-,-). Predasi intraguild menjadi faktor utama dalam keberhasilan pengendalian hayati [18].

Penelitian model predasi intraguild telah banyak dikembangkan dalam berbagai dinamika populasi. Kang dan Wedekin [8] memvariasikan predator menjadi dua jenis yaitu predator khusus dan predator umum untuk mengetahui jenis predator yang cenderung menyebabkan koeksistensi ke tiga spesies. Wei dkk., [17] mempertimbangkan pengganti mangsa (*prey switching*) yang memungkinkan predator mengkonsumsi mangsa secara proporsional terhadap kelimpahan mangsa. Selain jenis populasi, model juga dikembangkan dengan berbagai faktor perlakuan terhadap populasi, misalnya dengan melibatkan pemanenan [2], dengan melibatkan faktor difusi dan waktu tunda dalam mekanisme pertumbuhan populasi [5].

Sejumlah spesies umumnya memiliki dua tahap dalam siklus hidupnya, yaitu tahapan spesies yang belum dewasa (*immature*) dan spesies yang sudah dewasa (*mature*). Dalam banyak faktor dan tujuan tertentu, populasi tersebut dibagi dalam sub-sub populasi. Hal tersebut telah dipertimbangkan dalam beberapa penelitian model predasi intraguild, seperti Collera & Magpantay [3] yang meneliti tentang dinamika model predasi intraguild dengan tahapan struktur pada populasi mangsa intraguild. Pada artikel ini, dinamika populasi mangsa pemangsa dengan mangsa intraguild dikaji untuk mengetahui pengaruh dari pemangsaan dan struktur umur yang dilibatkan dalam model. Perilaku populasi dikaji dengan menganalisis kestabilan lokal dari titik kesetimbangan model melalui pendekatan linearisasi yang melibatkan matriks Jacobi dan nilai eigen.

2. Model Predasi Intraguild

Bentuk umum model predasi intraguild telah dikaji oleh penulis [7] dalam bentuk sistem persamaan differensial autonomus sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dt} &= w(\varphi(w) - \rho_1(w, y, z)y - \rho_2(w, y, z)z), \\ \frac{dy}{dt} &= y(e_1\rho_1(w, y, z)w - \rho_3(w, y, z)z - d_1), \\ \frac{dz}{dt} &= z(e_2\rho_2(w, y, z)w + e_3\rho_3(w, y, z)y - d_2) \end{aligned} \tag{2.1}$$

Variabel w , y , dan z pada Model (2.1) menyatakan kepadatan populasi mangsa, mangsa intraguild (mangsa IG) dan pemangsa intraguild (pemangsa IG). Fungsi pertumbuhan mangsa tanpa interaksi dengan pemangsa dinyatakan dengan persamaan $w\varphi(w)$, sedangkan fungsi respon pemangsa dinyatakan dengan $\rho_1(w, y, z)y$, $\rho_2(w, y, z)z$, dan $\rho_3(w, y, z)z$. Parameter e_1 , e_2 , dan e_3 menyatakan laju konversi pemangsaan kepada pemangsa. Sementara laju kematian populasi mangsa IG dan pemangsa IG dinotasikan dengan d_1 dan d_2 . Parameter yang terlibat dalam Model (2.1) semuanya diasumsikan bernilai positif.

Dinamika populasi pada penelitian ini dimodelkan secara matematis menggunakan sistem persamaan differensial. Model dikembangkan dari penelitian Kang dan Wedekin [8] dengan asumsi bahwa laju predasi dipengaruhi oleh interferensi (kompetisi intraspesifik) pada pemangsa gz . Ketika kepadatan pemangsa meningkat, maka laju konsumsi pemangsa menurun akibat interferensi antar pemangsa [6]. Selain itu, diasumsikan bahwa populasi mangsa diklasifikasikan menjadi dua tahapan usia, yaitu mangsa yang belum dewasa u dan mangsa yang sudah dewasa w [4]. Model persamaan differensial dibangun dengan asumsi sebagai berikut:

- 1) Populasi mangsa kecil u akan berkurang sebesar r_2u ketika mengalami transformasi menjadi dewasa. Predasi oleh mangsa IG dan pemangsa IG menyebabkan berkurangnya mangsa kecil masing-masing sebesar ρy dan δz . Tetapi akan bertambah sebesar r_1w akibat perkembangbiakan oleh populasi mangsa dewasa.
- 2) Populasi mangsa dewasa w mengalami pertumbuhan logistik sebesar $r_3w\left(1 - \frac{w}{k}\right)$ dan bertambah sebesar r_2u akibat transformasi mangsa kecil menjadi dewasa. Namun, populasi akan berkurang sebesar αwz akibat laju predasi oleh pemangsa IG.
- 3) Populasi mangsa IG y akan bertambah sebesar $e_1\rho y$ akibat interaksi dengan mangsa kecil dan akan berkurang sebesar $\frac{\beta yz}{1+hy+gz}$ akibat interaksi dengan pemangsa IG.
- 4) Populasi pemangsa IG z akan bertambah sebesar $e_2\alpha wz$, $e_3\frac{\beta yz}{1+hy+gz}$, dan $e_4\delta uz$ akibat interaksi dengan mangsa (kecil, dewasa, dan IG).
- 5) Predasi intraguild ditunjukkan oleh interaksi antara mangsa IG sebagai kompetitor potensial dan pemangsa IG untuk memperebutkan sumber daya (mangsa kecil). Predasi terhadap mangsa (kecil dan dewasa) menggunakan fungsi respon Holling Tipe I dan Beddington-DeAngelis untuk predasi terhadap mangsa IG.
- 6) Populasi mangsa IG dan pemangsa IG akan berkurang sebesar d_1y dan d_2z akibat kematian alami.
- 7) Salah satu fenomena yang menggambarkan dinamika predasi intraguild pada penelitian ini adalah interaksi antara populasi kucing (*Felis catus*) dan tikus (*Rattus rattus*, *Rattus exulans*, *Rattus norvegicus*) dalam memangsa populasi burung pantai (*seabird*) [[10], [11]]. Dengan mempertimbangkan asumsi tersebut, diperoleh sistem persamaan diferensial berikut.

$$\begin{aligned}
 \frac{du}{dt} &= r_1w - u(r_2 + \rho y + \delta z), \\
 \frac{dw}{dt} &= r_3w\left(1 - \frac{w}{k}\right) + r_2u - \alpha wz, \\
 \frac{dy}{dt} &= y\left(e_1\rho u - \frac{\beta z}{1 + hy + gz} - d_1\right), \\
 \frac{dz}{dt} &= z\left(e_2\alpha w + e_3\frac{\beta y}{1 + hy + gz} + e_4\delta u - d_2\right)
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

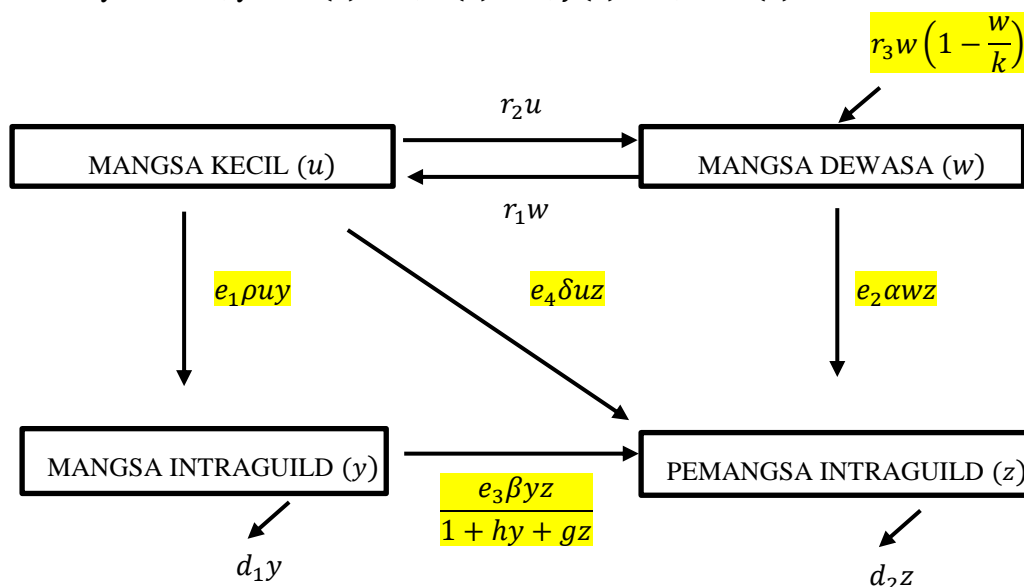
Keterangan simbol untuk Model (2.2) diberikan pada Tabel 2.1 dan kompartemen diagram pada Model (2.2) ditunjukkan pada Gambar 2.1.

Tabel 2.1 Deskripsi Variabel dan Parameter Model

Simbol	Keterangan
$\frac{du}{dt}$	menyatakan laju perubahan ukuran populasi mangsa kecil terhadap waktu t .
$\frac{dw}{dt}$	menyatakan laju perubahan ukuran populasi mangsa dewasa terhadap waktu t .
$\frac{dy}{dt}$	menyatakan laju perubahan ukuran populasi mangsa IG terhadap waktu t .
$\frac{dz}{dt}$	menyatakan laju perubahan ukuran populasi pemangsa IG terhadap waktu t .
r_1	menyatakan laju kelahiran individu populasi mangsa dewasa
r_2	menyatakan transformasi individu populasi mangsa kecil menjadi dewasa
r_3	menyatakan tingkat pertumbuhan intrinsik individu populasi mangsa dewasa
ρ	menyatakan tingkat predasi maksimum mangsa IG terhadap mangsa belum dewasa
δ	menyatakan tingkat predasi maksimum pemangsa IG terhadap mangsa belum

	dewasa
β	menyatakan tingkat predasi maksimum pemangsa IG terhadap mangsa intraguild
α	menyatakan tingkat predasi maksimum pemangsa IG terhadap mangsa dewasa
k	menyatakan daya dukung lingkungan
h	menyatakan tingkat penanganan dan pencernaan mangsa IG
g	menyatakan kekuatan saling interferensi antar pemangsa
d_1	menyatakan laju kematian mangsa IG
d_2	menyatakan laju kematian pemangsa IG
e_1	menyatakan laju konversi konsumsi mangsa belum dewasa ke dalam tingkat pertumbuhan mangsa IG
e_2	menyatakan laju konversi konsumsi mangsa belum dewasa ke dalam tingkat pertumbuhan pemangsa IG
e_3	menyatakan laju konversi konsumsi mangsa dewasa ke dalam tingkat pertumbuhan pemangsa IG
e_4	menyatakan laju konversi konsumsi mangsa intraguild ke dalam tingkat pertumbuhan pemangsa IG

Sebagai syarat untuk menganalisis dinamika populasi mangsa dan pemangsa maka semua populasi diberikan syarat awal, yaitu $u(0) \geq 0$, $w(0) \geq 0$, $y(0) \geq 0$, dan $z(0) \geq 0$.



Gambar 2.1 Diagram Model Interaksi Predasi Intraguild

3. Analisis Dinamika Populasi

Dalam menganalisis dinamika populasi, salah fokus kajian adalah penentuan titik keseimbangan sistem. Pada kondisi populasi setimbang, semua populasi tidak berubah dengan bertambahnya waktu sehingga kestabilan dari titik kesetimbangan tersebut menjadi penentu dalam mengetahui dinamika populasi di sekitar titik kesetimbangan tersebut. Titik kesetimbangan dari Model (2.2) diperoleh dengan menyelesaikan $\frac{du}{dt} = 0$, $\frac{dw}{dt} = 0$, $\frac{dy}{dt} = 0$, dan $\frac{dz}{dt} = 0$ secara simultan.

$$u \left(\frac{r_1 w}{u} - (r_2 + \rho y + \delta z) \right) = 0, \text{ maka diperoleh}$$

$$u = 0 \text{ atau } \frac{r_1 w}{u} - (r_2 + \rho y + \delta z) = 0 \tag{3.1}$$

$$w \left(r_3 \left(1 - \frac{w}{k} \right) + \frac{r_2 u}{w} - \alpha z \right) = 0, \text{ maka diperoleh}$$

$$w = 0 \text{ atau } r_3 \left(1 - \frac{w}{k} \right) + \left(\frac{r_2 u}{w} - \alpha z \right) = 0 \quad (3.2)$$

$$y \left(e_1 \rho u - \frac{\beta z}{1 + hy + gz} - d_1 \right) = 0, \text{ maka diperoleh}$$

$$y = 0 \text{ atau } e_1 \rho u - \frac{\beta z}{1 + hy + gz} - d_1 = 0 \quad (3.3)$$

$$z \left(e_2 \alpha w + e_3 \frac{\beta y}{1 + hy + gz} + e_4 \delta u - d_2 \right) = 0, \text{ maka diperoleh}$$

$$z = 0 \text{ atau } e_2 \alpha w + e_3 \frac{\beta y}{1 + hy + gz} + e_4 \delta u - d_2 = 0 \quad (3.4)$$

Berdasarkan uraian tersebut diperoleh lima titik kesetimbangan nonnegative yaitu $E_1(0, 0, 0, 0)$, $E_2(u_2^*, w_2^*, 0, 0)$, $E_3(u_3^*, w_3^*, y^*, 0)$, $E_4(u_4^*, w_4^*, 0, z_4^*)$, dan $E_5(u_5^*, w_5^*, y_5^*, z_5^*)$. Titik kesetimbangan E_1 dan E_2 merupakan titik kesetimbangan yang tidak relevan dengan dinamika biologi dan tidak terlalu menarik untuk dianalisis kestabilan titik kesetimbangan tersebut, karena populasi mangsa dan pemangsa IG bernilai nol. Sementara E_3 dan E_4 merupakan titik kesetimbangan pada dinamika mangsa pemangsa yang juga ada melibatkan populasi setimbang dengan nilai nol. Dalam dinamika populasi, biasanya yang menarik untuk dikaji adalah titik kesetimbangan untuk semua populasi bernilai positif. Oleh karena itu, titik kesetimbangan yang dianalisis pada Model (2.2) hanya E_5^* karena relevan dengan dinamika predasi intraguild. Misalkan $\Lambda_1 = r_3 \left(1 - \frac{w}{k} \right)$ sebagai fungsi pertumbuhan mangsa dewasa dan $\Lambda_2 = \frac{\beta}{1 + hy + gz}$ sebagai fungsi respon pemangsa IG terhadap mangsa IG, maka dari Persamaan (3.1), (3.2), (3.3), dan (3.4) diperoleh titik kesetimbangan E_5 berikut.

$$\begin{aligned} u_5^* &= \frac{1}{\rho_1} (\Lambda_2 z_5^* + d_1), \\ w_5^* &= \frac{(r_2 u_5^*)}{(\alpha z_5^* - \Lambda_1)}, \\ y_5^* &= \frac{((\Lambda_2 \alpha_1 r_2 + \alpha d_1 \delta_1 - \alpha d_2 \rho_1) \delta - \Lambda_2 \alpha \delta_1 r_2) z_5^*}{((\delta e_3 \rho_1 - \delta_1 \rho) \Lambda_2 (\Lambda_1 - \alpha z_5^*))} + \\ &\quad \frac{(\Lambda_1 d_2 \rho_2 + \alpha_2 d_1 r_2 - \Lambda_1 d_1 \delta_1) \delta + \Lambda_2 \delta_1 r_2 (\Lambda_1 + r_1)}{((\delta e_3 \rho_1 - \delta_1 \rho) \Lambda_2 (\Lambda_1 - \alpha z_5^*))} \\ z_5^* &= \sqrt{A^2 + B + C} \end{aligned} \quad (3.5)$$

dengan nilai-nilai $A = (\Lambda_2 \alpha \delta e_3 \rho_1 - \Lambda_2 \alpha \delta_1 \rho)$, $B = (-\Lambda_1 \Lambda_2 \delta e_3 \rho_1 + \Lambda_2 \alpha e_3 r_2 \rho_1 + \Lambda_1 \Lambda_2 \delta_1 \rho - \Lambda_2 \alpha_1 r_2 \rho - \alpha d_1 \delta_1 \rho + \alpha d_2 \rho \rho_1)$, dan $C = -\Lambda_1 \Lambda_2 e_2 r_2 \rho_1 - \Lambda_2 r_1 r_2 e_2 \rho_1 + \Lambda_1 d_1 \delta_1 \rho - \Lambda_1 d_2 \rho \rho_1 - \alpha_1 d_1 r_2 \rho$. Selanjutnya, untuk menganalisis kestabilan lokal titik kesetimbangan E_5^* pada persamaan (3.5) dilakukan linearisasi di sekitar titik kesetimbangan dengan menggunakan matriks Jacobi berikut.

$$J(E_5^*) = \begin{bmatrix} -\delta z_5^* - \rho y_5^* - r_2 & r_1 & -\rho u_5^* & -\delta u_5^* \\ r_2 & -\alpha z_5^* + \Lambda_1 & 0 & -\alpha w_5^* \\ \rho_1 y_5^* & 0 & \rho_1 u_5^* - \Lambda_2 z_5^* - d_1 & -\Lambda_2 y_5^* \\ \delta_1 z_5^* & \alpha_1 z_5^* & e_3 \Lambda_2 z_5^* & e_3 \Lambda_2 y_5^* + \alpha_1 w_5^* + \delta_1 u_5^* - d_2 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dari matriks Jacobi $J(E_5^*)$ diperoleh dengan menyelesaikan $|J(E_5^*) - \lambda I| = 0$ menghasilkan persamaan karakteristik $P(\lambda) = c_0 \lambda^4 + c_1 \lambda^3 + c_2 \lambda^2 + c_3 \lambda + c_4$ dengan $c_0 = 1$, $c_1 = -(J_{11}^{[5]} + J_{22}^{[5]} + J_{33}^{[5]} + J_{44}^{[5]})$, $c_2 = (J_{11}^{[5]} + J_{33}^{[5]} + J_{44}^{[5]})J_{22}^{[5]} + (J_{11}^{[5]} + J_{44}^{[5]})J_{33}^{[5]} + J_{11}^{[5]}J_{44}^{[5]} - J_{34}^{[5]}J_{43}^{[5]} - J_{14}^{[5]}J_{41}^{[5]} - J_{42}^{[5]}J_{24}^{[5]} - J_{21}^{[5]}J_{12}^{[5]} - J_{13}^{[5]}J_{31}^{[5]}$, $c_3 = ((-J_{11}^{[5]} - J_{44}^{[5]})J_{33}^{[5]} - J_{11}^{[5]}J_{44}^{[5]} + J_{34}^{[5]}J_{43}^{[5]} + J_{41}^{[5]}J_{14}^{[5]} + J_{31}^{[5]}J_{13}^{[5]})J_{22}^{[5]} + (-J_{11}^{[5]}J_{44}^{[5]} + J_{12}^{[5]}J_{21}^{[5]} + J_{14}^{[5]}J_{41}^{[5]} + J_{24}^{[5]}J_{42}^{[5]})J_{33}^{[5]} + (J_{24}^{[5]}J_{42}^{[5]} + J_{34}^{[5]}J_{43}^{[5]})J_{11}^{[5]} + (J_{12}^{[5]}J_{21}^{[5]} + J_{13}^{[5]}J_{31}^{[5]})J_{44}^{[5]} - J_{41}^{[5]}J_{24}^{[5]}J_{12}^{[5]} - J_{34}^{[5]}J_{41}^{[5]}J_{13}^{[5]} - J_{14}^{[5]}(J_{21}^{[5]}J_{42}^{[5]} + J_{31}^{[5]}J_{43}^{[5]})$, dan $c_4 = ((J_{11}^{[5]}J_{44}^{[5]} - J_{14}^{[5]}J_{41}^{[5]})J_{33}^{[5]} - J_{11}^{[5]}J_{34}^{[5]}J_{43}^{[5]} + J_{34}^{[5]}J_{41}^{[5]}J_{13}^{[5]} + J_{43}^{[5]}J_{14}^{[5]}J_{31}^{[5]} - J_{31}^{[5]}J_{13}^{[5]}J_{44}^{[5]})J_{22}^{[5]} + (-J_{11}^{[5]}J_{24}^{[5]}J_{42}^{[5]} - J_{12}^{[5]}J_{21}^{[5]}J_{44}^{[5]} + J_{12}^{[5]}J_{24}^{[5]}J_{41}^{[5]} + J_{14}^{[5]}J_{21}^{[5]}J_{42}^{[5]})J_{44}^{[5]} - (-J_{12}^{[5]}J_{43}^{[5]} + J_{13}^{[5]}J_{42}^{[5]})J_{21}^{[5]}J_{34}^{[5]} - J_{24}^{[5]}J_{31}^{[5]}$.

Berdasarkan kriteria uji kestabilan Routh Hurwitz, yaitu jika $c_0 > 0$, $c_1 > 0$, $c_2 > 0$, $c_3 > 0$, $c_4 > 0$, dan $c_1 c_2 > c_3$, $c_1 c_2 c_3 > c_1^2 c_4 + c_3^2$ maka titik kesetimbangan E_5^* bersifat stabil asimtotik lokal.

4. Simulasi Numerik

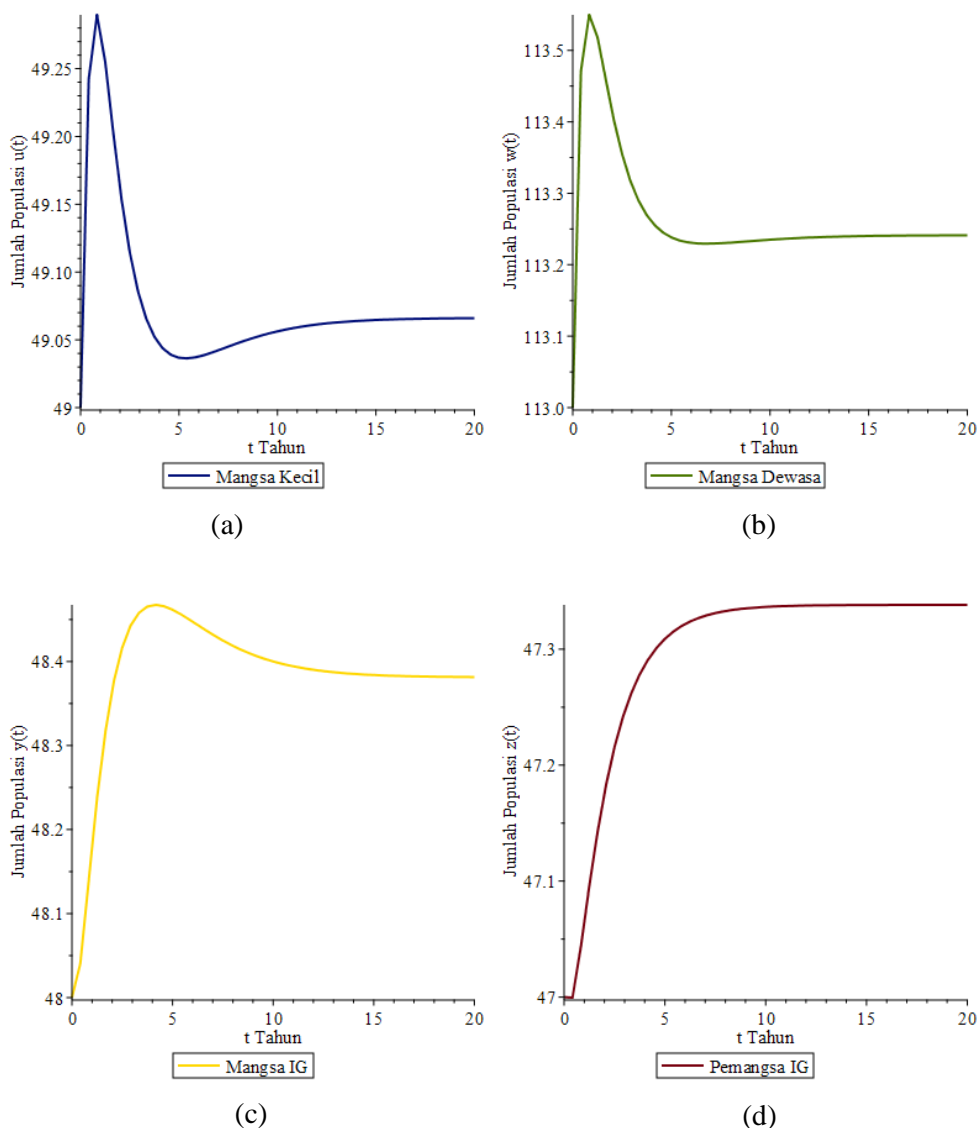
Untuk mengetahui dinamika populasi mangsa dan pemangsa dan mengkonfirmasi hasil analisis yang diberikan sebelumnya dilakukan simulasi numerik untuk mengetahui perilaku dinamik di sekitar titik kesetimbangan E_5^* . Simulasi Model (2.2) menggunakan nilai parameter pada Tabel 4.1 berikut

Tabel 4.1 Deskripsi Variabel dan Parameter Model

Variabel/ Parameter	Nilai	Dimensi	Sumber [[4], [20]]
r_1	3	[Tahun] ⁻¹	[4]
r_2	(0-5); 4.5	[Tahun] ⁻¹	Asumsi
r_3	4	[Tahun] ⁻¹	[4]
ρ	(0-1); 0.05	[Mangsa IG] ⁻¹ [Tahun] ⁻¹	Asumsi
δ	(0-1); 0.0001	[Pemangsa IG] ⁻¹ [Tahun] ⁻¹	Asumsi
k	100	Biomassa	[4]
α	(0-1); 0.03	[Pemangsa IG] ⁻¹ [Tahun] ⁻¹	Asumsi
β	(0-1); 0.035	[Pemangsa IG] ⁻¹ [Tahun] ⁻¹	Asumsi
e_1	(0-1); 0.4	[Mangsa IG] [Mangsa kecil] ⁻¹	Asumsi
e_2	(0-1); 0.3	[Pemangsa IG] [Mangsa dewasa] ⁻¹	[20]
e_3	(0-1); 0.7	[Pemangsa IG] [Mangsa IG] ⁻¹	[20]
e_4	(0-1); 0.5	[Pemangsa IG] [Mangsa kecil] ⁻¹	Asumsi

d_1	(0-1.8); 0.6	[Tahun] ⁻¹	Asumsi
d_2	(0-1.8); 1.3	[Tahun] ⁻¹	Asumsi
h	0.03	[Mangsa IG] ⁻¹	[4]
g	0.04	[Pemangsa IG] ⁻¹	[4]

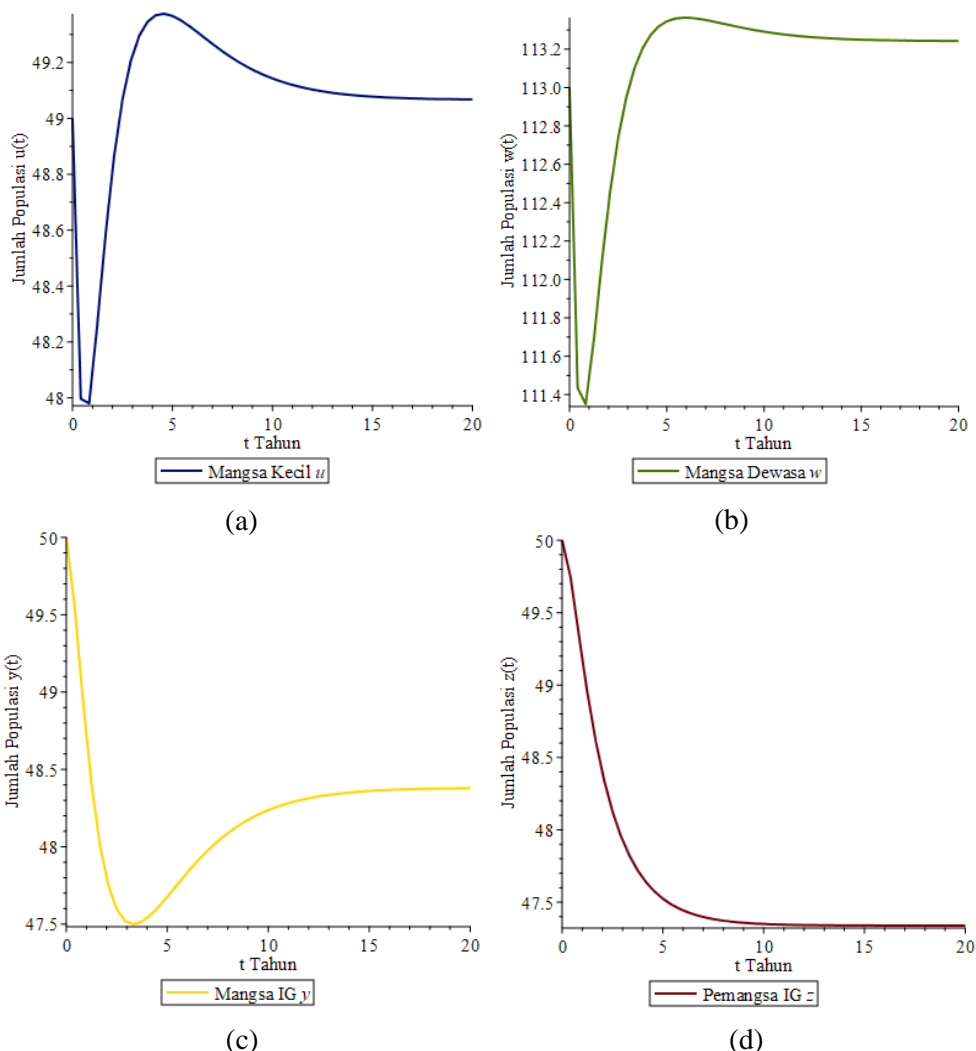
Dengan menggunakan nilai parameter yang diberikan pada Tabel 4.1. diperoleh titik kesetimbangan $E_5^*(49.06, 113.24, 48.38, 47.33)$. Nilai eigen dari matriks Jacobi yang berseuaian dengan titik keseimbangan $E_5^*(49.06, 113.24, 48.38, 47.33)$ adalah $\lambda_1 = -10.19$, $\lambda_2 = -2.19$, $\lambda_3 = -0.59$, $\lambda_4 = -0.41$. Semua nilai eigen bernilai real dan negatif yang menunjukkan bahwa titik kesetimbangan E_5^* bersifat stabil asimtotik lokal. Dengan mengambil nilai awal populasi $u(0) = 49$, $w(0) = 113$, $y(0) = 48$, dan $z(0) = 47$, diperoleh kurva solusi yang menggambarkan perilaku populasi di sekitar titik kesetimbangan E_5^* seperti ditunjukkan oleh Gambar 4.1. berikut.



Gambar 4.1. Grafik perubahan populasi (a) mangsa belum dewasa, (b) mangsa dewasa, (c) mangsa IG, dan (d) pemangsa IG terhadap waktu.

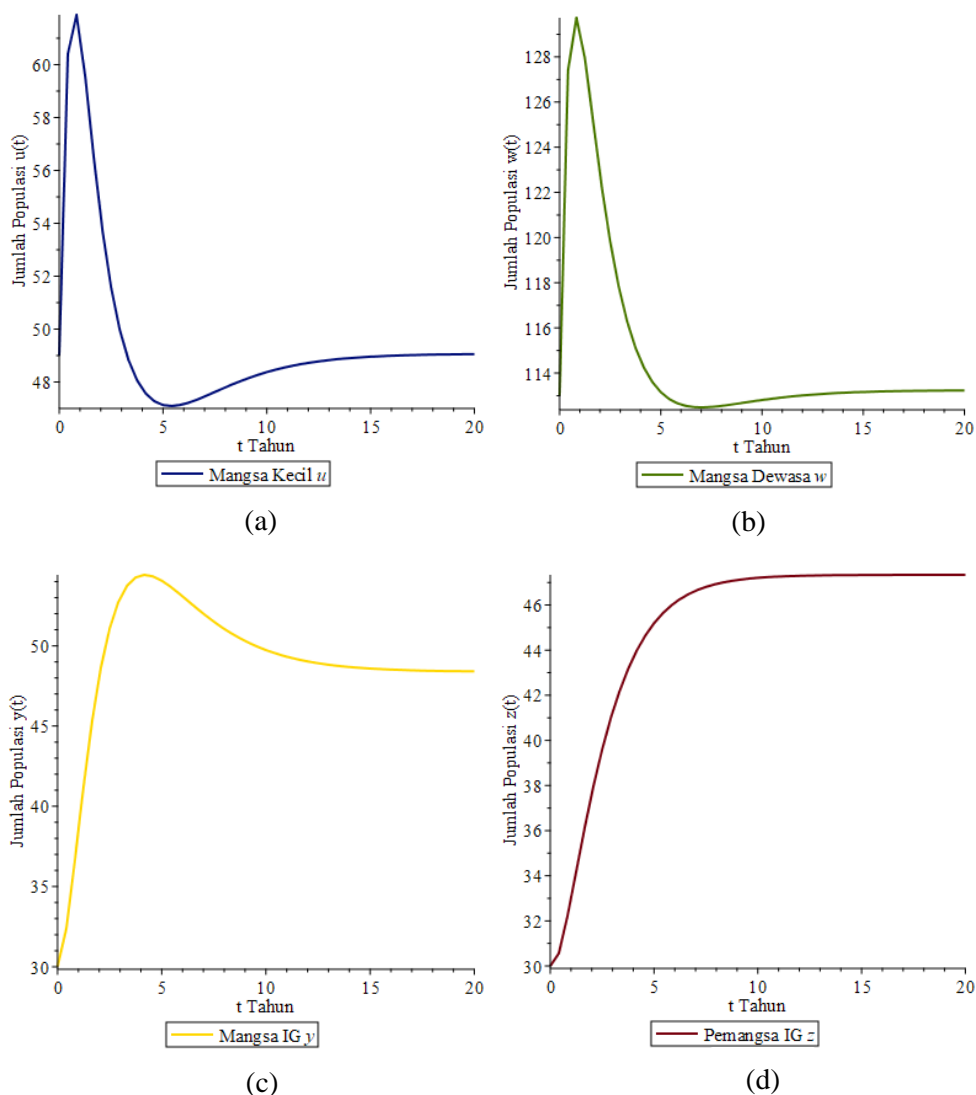
Gambar 4.1. (a)(b) menunjukkan bahwa awalnya kurva solusi meningkat pada $t \leq 1$ tahun dan menurun dalam jangka waktu $1 < t < 5$ tahun. Gambar tersebut juga menunjukkan bahwa populasi mangsa dewasa lebih cepat konvergen menuju titik kesetimbangan

$E_5^*(49.06, 113.24, 48.38, 47.33)$ dibandingkan populasi mangsa kecil. Hal tersebut dipengaruhi oleh populasi mangsa kecil memiliki pemangsa yang lebih banyak dibandingkan mangsa dewasa. Gambar 4.1. (c) menunjukkan bahwa awalnya kurva solusi meningkat pada $t < 4$ tahun dan menurun dalam jangka waktu $4 \leq t < 12$ tahun kemudian konvergen menuju titik kesetimbangan E_5^* . Hal tersebut menyebabkan populasi mangsa IG tidak stabil dalam jangka waktu $t < 12$ tahun. Populasi pemangsa IG pada Gambar 4.1. (d) tidak stabil dalam jangka waktu $t \leq 7$ tahun kemudian stabil yang ditunjukkan dengan kurva solusi konvergen menuju titik kesetimbangan E_5^* . Populasi mangsa IG membutuhkan waktu yang lama untuk mencapai keadaan stabil karena selain berkompetisi dengan pemangsa IG sekaligus menjadi mangsa dari pemangsa IG. Kurva solusi konvergen menuju titik kesetimbangan $E_5^*(49.06, 113.24, 48.38, 47.33)$ menunjukkan bahwa populasi tidak akan punah dengan bertambahnya waktu t . Jika diberikan nilai awal populasi mangsa IG dan pemangsa IG masing-masing sebesar $y(0) = 50$, $z(0) = 50$ dan $y(0) = 30$, $z(0) = 30$ maka perilaku kurva solusi di sekitar titik kesetimbangan ditunjukkan oleh Gambar 4.2. dan Gambar 4.3 berikut.



Gambar 4.2 Grafik perubahan populasi (a) mangsa belum dewasa, (b) mangsa dewasa, (c) mangsa IG, dan (d) pemangsa IG terhadap waktu.

Jurnal Matematika, Statistika & Komputasi
Hukmah, Syamsuddin Toaha, Jeffry Kusuma



Gambar 4.3 Grafik perubahan populasi (a) mangsa belum dewasa, (b) mangsa dewasa, (c) mangsa IG, dan (d) pemangsa IG terhadap waktu.

Interval waktu yang dibutuhkan populasi untuk konvergen menuju titik kesetimbangan E_5^* pada Gambar 4.2.(a)-(d) dan Gambar 4.3.(a)-(d) cenderung sama meskipun pola pergerakan kurva solusi berbeda. Namun jika dibandingkan dengan Gambar 4.1.(a)-(d), maka interval waktu yang dibutuhkan populasi untuk konvergen menuju titik kesetimbangan E_5^* cenderung besar. Selain itu, laju perubahan populasi pada Gambar 4.3.(a)-(d) lebih signifikan dibandingkan Gambar 4.2.(a)-(d). Misalnya pada $t < 1$ tahun, jumlah populasi mangsa kecil pada Gambar 4.2.(a) menurun sebesar $u(t) = 48$ sedangkan pada Gambar 4.3.(a) meningkat sebesar $u(t) = 62$ untuk nilai awal yang sama. Keadaan yang sama juga terjadi pada populasi mangsa dewasa (b), mangsa IG (c), dan pemangsa IG (d) dimana selisih antara jumlah populasi awal dan jumlah populasi pada t tertentu lebih besar pada Gambar 4.3. (b)-(d) dibandingkan Gambar 4.2.(b)-(d). Hal tersebut dipengaruhi oleh nilai awal populasi mangsa IG dan pemangsa IG pada Gambar 4.2.(a)-(d) memiliki selisih yang lebih kecil dari titik kesetimbangan E_5^* dibandingkan Gambar 4.3.(a)-(d) Jadi besarnya selisih antara nilai awal dan titik kesetimbangan mempengaruhi interval waktu yang dibutuhkan populasi untuk konvergen menuju titik kesetimbangan E_5^* .

Kurva solusi konvergen menuju titik kesetimbangan menunjukkan keadaan stabil pada populasi sehingga ekosistem dengan interaksi predasi intraguild memungkinkan populasi mangsa dan pemangsa yang hidup bersama di dalamnya dapat berlangsung tanpa ada yang punah untuk waktu yang lama.

5. Kesimpulan

Predasi intraguild ditunjukkan pada interaksi populasi mangsa IG dan pemangsa IG terhadap mangsa kecil. Hasil analisis dari Model (2.2) diperoleh 5 titik kesetimbangan, tetapi hanya $E_5(u_5^*, w_5^*, y_5^*, z_5^*)$ yang memenuhi interaksi predasi intraguild. Titik kesetimbangan E_5 bersifat stabil asimtotik jika memenuhi syarat tertentu. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa solusi konvergen menuju titik kesetimbangan E_5 sehingga populasi stabil dan tidak akan punah dengan bertambahnya waktu. Hal ini menunjukkan bahwa dengan kondisi tertentu kewujudan titik keseimbangan yang semuanya bernilai positif dapat dicapai. Dan dengan kondisi tertentu pula, titik kesetimbangan $E_5(u_5^*, w_5^*, y_5^*, z_5^*)$ stabil secara asimtotik. Hal ini bermakna bahwa kedua populasi, populasi mangsa dan pemangsa dengan struktur umur, dapat hidup bersama secara berkelanjutan dalam suatu ekosistem meskipun terjadi pemangsaan asalkan laju pemangsaan tidak terlalu besar dan terkontrol.

Daftar Pustaka

- [1] Agus, A., Toaha, S. & Kasbawati. 2018. Analisis Model Populasi Mangsa Pemangsa dengan Area Reservasi dan Pemanenan Pemangsa. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, Vol. 15, No. 1, 1-12.
- [2] Collera, J. A. 2016. Harvesting in Delayed Food Web Model with Omnivory. *AIP Conference Proceedings* 1705, 020033.
- [3] Collera, J.A., & Magpantay, F.M.G. 2018. Dynamics of a Stage Structured Intraguild Predation Model. *Springer International Publishing*, pp.327-337.
- [4] Dubey, B., & Kumar, A. 2019. Dynamics of Prey-Predator Model with Stage Structure in Prey Including Maturation and Gestation Delays. *Nonlinear Dynamics*.
- [5] Han, R., Dai, B., & Wang, Lin. 2018. Delay Induced Spatiotemporal Patterns in a Diffusive Intraguild Predation Model with Beddington-DeAngelis Functional Response. *Mathematical Bioscience and Engineering*, 595-627.
- [6] Garain, K., Kumar, U., & Mandal, P.S. 2019. Global Dynamics in a Beddington-DeAngelis Prey-Predator Model with Density Dependent Death Rate of Predator. *Differential Equations and Dynamical Systems*, 29.265-283.
- [7] Holt, R.D., & Polis, G.A., 1997. A Theoretical Framework for Intraguild Predation. *The American Naturalist*, 149, 745-764.
- [8] Kang, Y., & Wedekin, L. 2013. Dynamic of a Intraguild Predation Model with Generalist or Specialist Predator. *Journal of Mathematical Biology*, 67(5), 1227-1259.
- [9] Pratama, R.A., Toaha, S. & Kasbawati. 2019. Optimal Harvesting and Stability of Predator Prey Model with Monod-Haldane Predation Response Function and Stage Structure for Predator. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* 279 (1), 012015.
- [10] Russel, J.C., Lecomte, V., Dumont, Y., & Corre, M.L. 2009. Intraguild Predation and Mesopredator Release Effect on Long-Lived Prey. *Ecological Modelling*, 220. 1098-1104
- [11] Ringler, D., Russell, J.C., & Corre, M.L. 2015. Trophic Role of Black Rats and Seabird Impacts on Tropical Island: Mesopredator Release or Hyperpredation. *Biological Conservation*, 185. 75-84.

- [12] Siddik, A.M.A., Toaha, S., & Anwar, A.M. 2021. Stability Analysis of Prey-Predator Model with Holling Type IV Functional Response and Infectious Predator. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, Vol. 17, No. 2, 155-165.
- [13] Toaha, S. *Pemodelan Matematika dalam Dinamika Populasi*. Makassar, Satu Dua Press, 2013.
- [14] Toaha, S., & Azis, M. I. 2018. Stability and Optimal Harvesting of Modified Leslie-Gower Predator-Prey Model. *IOP Conf. Series: Journal of Physics* (Vol. 979). <https://doi.org/doi:10.1088/1742-6596/979/1/012069>.
- [15] Toaha, S. 2019. The effect of Harvesting with Threshold on the Dynamics of Prey Predator Model. *IOP Conf. Series: Journal of Physics* 1341 (6), 062021.
- [16] Ulya, F.H, Toaha, S. & Kasbawati. 2019. Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Leslie-Gower Fungsi Respon Holling III dengan Pemanenan pada Populasi Predator dan Prey. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*. Vol 16, Nol 1, 74-87. doi:10.20956/jmsk.v16i1.6784.
- [17] Wei, H. C., Chen, Y. Y., Lin, J. T., & Hwang, S. F. 2018. The Dynamics of an Intraguild Predation Model with Prey Switching. *AIP Conference Proceedings* 1978, 470012.
- [18] Widiastuty. 2010. *Predasi Intraguild: Fenomena dan Pengaruhnya dalam Pengendalian Hayati*. Kopertis Wilayah Nanggroe Aceh Darussalam (NAD), Sumatra Utara, Indonesia. Vol. 14. No.2.
- [19] Yusrianto, Y., Toaha, S. & Kasbawati. 2019. Analisis Kestabilan Model Mangsa Pemangsa dengan Pemanenan Ambang Batas pada Populasi Pemangsa. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, Vol. 16, No. 1, 97-106.
- [20] Zhang, D & Dai, B. 2018. Spreading and Vanishing in a Diffusive Intraguild Predation Model with Intraspecific Competition and Free Boundary. *Mathematical Method Applied Sciences*, 42.1-27