JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI e-ISSN: 2614-8811
Published by Departement of Mathematics, Hasanuddin University, Indonesia
https://journal.unhas.ac.id/index.php/jmsk/index
Vol. 19, No. 2, January 2023, pp. 286-303
DOI: 10.20956/j.v19i2.22266

Weibull Regression Model on Hospitalization Time Data of COVID-19 Patients at Abdul Wahab Sjahranie Hospital Samarinda

Model Regresi Weibull pada Data Waktu Rawat Inap Pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda

Siti Fatimah Khairunnisa[1*], Suyitno[2*], Siti Mahmuda[3]**

[*] *Laboratorium Statistika Terapan, FMIPA, Universitas Mulawarman*
[**] *Program Studi S1 Statistika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman*

E-mail: *sitifatimahkhairunnisa21@gmail.com[1], suyitno.stat.unmul@gmail.com[2], sitimahmuda@fmipa.unmul.ac.id [3]*

Received: 24 August 2022; Accepted: 19 November 2022; Published: 5 January 2023

Abstract

The Weibull regression model is a Weibull distribution that is directly influenced by covariates. The Weibull regression model discussed in this study was the Weibull survival and the Weibull hazard regression model. The Weibull regression model in this study was applied to the hospitalization time data of COVID-19 patients from May to September 2021 at the RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda. The event of the study is recovery of patient. This study aims to obtain Weibull survival and hazard regression model to the hospitalization time data of Covid-19 patients, to obtain the factors that affect the chance of not recovering (survive) and the recovery rate of Covid-19 patients, and also to interpret Weibull survival and hazard regression models based on the obtained model. In this study, the Maximum Likelihood Estimation (MLE) was used as the parameter estimation method. The closed form of the Maximum Likelihood (ML) estimator cannot be found analytically, and the approximation of ML estimator was found using Newton-Raphson iterative method. Based on the test results, the factors that influence the chance of not recovering and the recovery rate of COVID-19 patients were comorbidities history. The chance of not not recovering (survive) for patients who have a history of comorbidities is greater than the chance of not recovering (survive) for patients who have no history of comorbidities. The recovery rate for COVID-19 patients who have a history of comorbidities is 0,5358 times the recovery rate for patients without a history of comorbidities.

Keywords: COVID-19, MLE, Newton-Raphson, Weibull hazard regression model, Weibull hazard regression model.

Abstrak

Model regresi Weibull adalah distribusi Weibull yang dipengaruhi langsung oleh kovariat. Model regresi Weibull yang dibahas pada penelitian ini adalah model regresi *survival* Weibull dan model regresi *hazard* Weibull. Model regresi Weibull pada penelitian ini diaplikasikan pada data waktu rawat inap pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda periode Mei-September 2021. *Event* pada penelitian ini adalah kesembuhan pasien. Tujuan penelitian ini adalah memperoleh model regresi *survival* dan regresi *hazard* Weibull pada data waktu rawat inap pasien COVID-19, mengetahui faktor-faktor yang memengaruhi peluang tidak sembuh dan laju kesembuhan pasien COVID-19, serta menginterpretasikan model regresi *survival* dan model regresi *hazard* Weibull berdasarkan model yang diperoleh. Metode penaksiran parameter adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Penaksir eksak *Maximum Likelihood* (ML) tidak dapat ditemukan secara analitikal dan hampiran penaksir ML ditemukan menggunakan metode iteratif Newton-Raphson. Berdasarkan hasil pengujian, disimpulkan bahwa faktor-faktor yang berpengaruh terhadap peluang tidak sembuh dan laju kesembuhan pasien COVID-19 adalah riwayat komorbiditas. Peluang tidak sembuh (*survive*) pasien yang memiliki riwayat komorbiditas lebih besar dibandingkan peluang tidak sembuh (*survive*) bagi pasien yang tidak memiliki riwayat komorbiditas. Laju kesembuhan pasien COVID-19 yang memiliki riwayat komorbiditas adalah 0,5358 kali laju kesembuhan bagi pasien yang tidak memiliki riwayat komorbiditas.

Kata kunci: COVID-19, MLE, Newton-Raphson, Model regresi *hazard* Weibull, Model regresi *Survival* Weibull.

1. PENDAHULUAN

Distribusi Weibull ditemukan pada tahun 1939 oleh ahli Fisika yang berasal dari Sweden, yaitu Wallodi Weibull. Distribusi Weibull sering diaplikasikan untuk pemodelan di berbagai bidang, antara lain bidang teknologi, meteorologi, hidrologi, kimia, kesehatan, dan lingkungan [13]. Pembahasan distribusi Weibull pada umumnya hanya terbatas pada penaksiran parameter dan pengujian distribusi data. Fakta di lapangan menunjukkan bahwa data respon dipengaruh faktor eksternal (kovariat), sehingga perlu pengembangan dari distribusi Weibull ke model distribusi yang dipengaruhi langsung oleh kovariat. Model distribusi Weibull yang dipengaruhi langsung oleh kovariat selanjutnya dinamakan Regresi Weibull.

Regresi Weibull pada penelitian ini diaplikasikan pada data waktu tersensor kanan, yaitu data waktu rawat inap pasien COVID-19. Menurut WHO [17], penyakit *coronavirus disease* 2019 (COVID-19) adalah penyakit menular yang disebabkan oleh virus corona yang baru ditemukan. Kasus COVID-19 di Indonesia pertama kali dikonfirmasi terjadi pada tanggal 2 Maret 2020 dan virus ini menyebar sangat cepat ke seluruh provinsi di Indonesia. Kasus COVID-19 juga telah menyebar ke seluruh kabupaten/kota di Provinsi Kalimantan Timur. Berdasarkan data kumulatif dari Dinas Kesehatan Provinsi Kalimantan Timur [3], kasus terkonfirmasi positif COVID-19 per tanggal 20 Juni 2021 sebanyak 73.662 orang dengan kasus sembuh sebesar 70.499 orang, meninggal sebesar 1.767 orang, dan sedang dalam masa perawatan sebanyak 1.396 orang. Sebulan kemudian per tanggal 20 Juli 2021, kasus terkonfirmasi positif sebesar 98.705 orang dengan kasus sembuh sebesar 79.825 orang, meninggal sebesar 2.556 orang, dan sedang dalam masa perawatan sebanyak 16.324 orang. Pada tanggal 20 Agustus 2021, kasus terkonfirmasi positif meningkat hingga angka 144.455 orang dengan kasus sembuh 127.680 orang, meninggal sebesar 4.765 orang, dan sedang dalam masa perawatan sebanyak 12.010 orang. Peningkatan jumlah kasus yang signifikan menunjukkan bahwa perkembangan kasus COVID-19 menyebar sangat cepat dan merupakan ancaman kesehatan yang serius bagi masyarakat.

Penyebaran virus yang sangat cepat dan mematikan memerlukan tindakan pencegahan dan pemutusan mata rantai penyebarannya. Cara umum pencegahan dan pemutusan mata rantai penyebaran COVID-19 adalah melaksanakan protokol kesehatan dengan disiplin. Cara lain pencegahan dan pemutusan mata rantai penyebaran COVID-19 dengan pemodelan statistika, adalah pemodelan regresi Weibull. Melalui pemodelan regresi Weibull ini dapat diketahui informasi faktor-faktor yang memengaruhi laju kesembuhan dan peluang tidak sembuh pasien COVID-19. Informasi ini dapat digunakan sebagai motivasi dan pertimbangan agar masyarakat tetap disiplin dalam melaksanakan protokol kesehatan.

Penelitian data waktu pasien COVID-19 telah dilakukan oleh beberapa peneliti terdahulu yaitu penelitian yang dilakukan oleh Bella dan Mohamat [1] tentang uji kesamaan fungsi *survival* menggunakan metode Kaplan-Meier pada data waktu rawat inap pasien COVID-19 di Kabupaten Jember. Penelitian ini menyimpulkan bahwa pasien laki-laki mempunyai peluang sembuh lebih besar dibandingkan dengan pasien perempuan. Penelitian lain dengan menggunakan metode yang sama juga dilakukan oleh Sulantri dan Wigid [15] pada data waktu pasien COVID-19 di Kabupaten Banyuwangi. Penelitian ini menyimpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan peluang sembuh antara pasien laki-laki dengan pasien perempuan. Analisis survival pasien COVID-19 juga dilakukan di India dengan menggunakan kematian sebagai *event* dari penelitian dan menguji kesamaan fungsi *survival* berdasarkan kelompok umur dan jenis kelamin [8]. Ketiga peneliti tersebut membandingkan fungsi *survival* data waktu dengan metode Kaplan-Meier tetapi tidak menganalisis faktor-faktor (kovariat) yang memengaruhinya. Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap data waktu atau peluang pasien tidak sembuh (*survive*) dan laju kesembuhan pasien COVID-19 dapat dianalisis melalui pemodelan regresi Weibull. Pada penelitian ini akan dilakukan pemodelan Regresi Weibull pada data COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda. Penelitian mengenai Regresi Weibull yang diaplikasikan pada data COVID-19 juga dilakukan di Campinas, Brazil [14]. Selain itu, dengan menggunakan metode yang sama juga dilakukan penelitian mengenai faktor yang memengaruhi pasien COVID-19 di rumah sakit Al-Shiffa Kota Mosul, Irak [18].

Penaksiran parameter model regresi Weibull pada penelitian ini menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Tujuan dari penelitian ini adalah memperoleh model regresi *survival* Weibull dan regresi *hazard* Weibull pada data waktu rawat inap pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda, mengetahui faktor-faktor yang memengaruhi peluang tidak sembuh dan laju kesembuhan pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda dan menginterpretasikan model regresi *survival* Weibull dan regresi *hazard* Weibull pada data waktu rawat inap pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda dengan menggunakan perhitungan rasio. Peluang tidak sembuh (*survive*) dan laju kesembuhan pasien masing-masing dapat dihitung menggunakan model regresi *survival* Weibull dan model regresi *hazard* Weibull.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis *Survival*

Analisis *survival* adalah suatu metode untuk menganalisis data waktu (durasi), mulai dari *time origin* atau *start-point* sampai dengan terjadinya suatu kejadian khusus atau *end point*.

Menurut Kleinbaum dan Klein [7], dalam menentukan waktu survival terdapat tiga elemen yang diperhatikan, yaitu:

1. *Time Origin or Starting Point* (titik awal) adalah waktu dimulainya suatu penelitian.
2. *Event* atau *Ending Event of interest* adalah kejadian yang menjadi inti dari penelitian.
3. *Measurement scale for the passage of time* adalah skala pengukuran waktu misalnya hari, bulan, tahun.

Menurut Lee dan Wang [10], data waktu pada analisis *survival* tergantung pada peubah acak dan setiap peubah acak membentuk sebuah distribusi. Distribusi dari waktu survival biasanya digambarkan atau ditandai oleh tiga fungsi yaitu fungsi *survival*, fungsi densitas, dan fungsi *hazard*.

2.2 Data Waktu

Data waktu terdiri dari data lengkap dan data tidak lengkap. Data lengkap merupakan data waktu dari individu yang mengalami *event*. Data tidak lengkap terdiri dari data tersensor dan data terpotong. Penyensoran ini dilakukan untuk mengatasi beberapa permasalahan dalam suatu analisis misalnya peneliti membutuhkan waktu yang lama untuk mendapatkan data yang lengkap sampai individu mengalami suatu *event* yang diinginkan. Terdapat tiga macam penyensoran di dalam analisis survival, yaitu data tersensor kanan (*right censoring*), data tersensor kiri (*left censoring*), dan data tersensor interval (*left censoring*). Data tersensor kanan dapat terjadi karena beberapa alasan, yaitu: (1) individu belum mengalami suatu *event* sampai masa penelitian berakhir, (2) individu keluar pada saat masa penelitian berlangsung, (3) individu meninggal pada saat penelitian, akan tetapi penyebab meninggal tidak berhubungan dengan *event* yang diperhatikan. Data tersensor kiri terjadi ketika individu tidak diamati pada awal waktu pengamatan, akan tetapi *event* sudah dapat diamati secara penuh sebelum penelitian berakhir atau dapat dikatakan bahwa *event* yang ingin diperhatikan pada individu tersebut sudah terjadi saat subyek pengamatan tersebut masuk ke dalam penelitian. Data tersensor interval terjadi ketika suatu *event* yang diamati pada individu terjadi pada selang waktu tertentu [3].

2.3 Distribusi Variabel Waktu

Misal T adalah variabel waktu, maka fungsi distribusi kumulatif $F(t)$ didefinisikan oleh

$$F(t) = P(T \le t) = \int_0^t f(x)dx,\ t \ge 0, \qquad (2.1)$$

dengan $f(t)$ adalah Fungsi Kepadatan Peluang (FKP) dan didefinisikan oleh

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{F(t+\Delta t) - F(t)}{\Delta t} \right] = \frac{d}{dt} F(t). \qquad (2.2)$$

Fungsi *survival* $S(t)$ didefinisikan dalam persamaan berikut

$$S(t) = P(T > t) = 1 - F(t), \qquad (2.3)$$

dan fungsi *hazard* $h(t)$ didefinisikan oleh

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \left\{ \frac{P(t \le T < t + \Delta t | T \ge t)}{\Delta t} \right\}. \qquad (2.4)$$

Berdasarkan Persamaan (2.2) dan (2.3), fungsi *hazard* pada persamaan (2.4) dapat disederhanakan menjadi

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)}. \qquad (2.5)$$

[7].

2.4 Distribusi Weibull

Distribusi Weibull merupakan distribusi yang memiliki peranan penting dalam analisis data waktu. Distribusi ini banyak digunakan dalam pemodelan analisis *survival*. FKP dari distribusi Weibull dengan parameter gamma dan lambda adalah

$$f(t) = \frac{\gamma}{\lambda} \left(\frac{t}{\lambda} \right)^{\gamma - 1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\lambda} \right)^{\gamma} \right);\ 0 < \lambda, \gamma < 0,\ t \ge 0. \qquad (2.6)$$

Fungsi kumulatif dari distribusi Weibull dengan parameter gamma dan lambda berdasarkan Persamaan (2.1) dan Persamaan (2.6) adalah

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\gamma}\right). \qquad (2.7)$$

Berdasarkan Persamaan (2.3) dan Persamaan (2.7), fungsi *survival* distribusi Weibull adalah

$$S(t) = 1 - F(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\gamma}\right]. \qquad (2.8)$$

Berdasarkan Persamaan (2.5), (2.6), dan (2.8) diperoleh persamaan fungsi *hazard* yaitu

$$h(t) = \gamma\lambda^{-\gamma}t^{\gamma-1}. \quad [9]. \qquad (2.9)$$

2.5 Penaksiran Parameter Distribusi Weibull

Metode penaksiran parameter distribusi Weibull pada penelitian ini adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Metode MLE adalah metode penaksiran parameter dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*. Misal diberikan data sampel $t_1,\ t_2,\ t_3,...,t_n$ yang saling bebas dan berdistribusi identik, yaitu $t_i \sim W(\lambda,\gamma),\ i = 1,\ 2,\ 3,...n.$ Fungsi *likelihood* berdasarkan FKP (2.6) didefinisikan oleh

$$L(\boldsymbol{\theta_0}|\mathbf{t}) = \prod_{i=1}^{n} f(\boldsymbol{\theta_0}|t_i) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\gamma}{\lambda}\left(\frac{t_i}{\lambda}\right)^{\gamma-1} \exp\left(-\left(\frac{t_i}{\lambda}\right)^{\gamma}\right), \qquad (2.10)$$

dengan $\boldsymbol{\theta}_0 = [\lambda \quad \gamma]^T$. Penaksir $(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0)$ yang memaksimumkan *likelihood* (2.10) juga memaksimumkan fungsi *log-likelihood*. Fungsi *log-likelihood* berdasarkan Persamaan (2.10) adalah

$$\ell(\boldsymbol{\theta}_0|\mathbf{t}) = \ln[L(\boldsymbol{\theta_0}|\mathbf{t})]$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left[\ln(\gamma) - \ln(\lambda) + (\gamma-1)[\ln t_i - \ln\lambda] - \left(\frac{t_i}{\lambda}\right)^{\gamma}\right]. \qquad (2.11)$$

Penaksir ML, yakni $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0 = [\hat{\lambda} \quad \hat{\gamma}]^T$ yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* (2.11) diperoleh dari turunan pertama Persamaan (2.11) terhadap semua parameter komponen vektor $\boldsymbol{\theta}_0$ dan disamakan dengan nol, yaitu:

$$\frac{\partial\ell(\boldsymbol{\theta_0}|\mathbf{t})}{\partial\boldsymbol{\theta_0}} = \mathbf{0}, \qquad (2.12)$$

dengan $\mathbf{0}$ adalah vektor nol berdimensi 2. Ruas kiri dari Persamaan (2.12) adalah vektor gradien, yaitu

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}_0) = \frac{\partial\ell(\boldsymbol{\theta_0}|t)}{\partial\boldsymbol{\theta_0}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial\ell(\boldsymbol{\theta}_0|\mathbf{t})}{\partial\lambda} \\ \dfrac{\partial\ell(\boldsymbol{\theta}_0|\mathbf{t})}{\partial\gamma} \end{bmatrix}. \qquad (2.13)$$

Persamaan (2.12) adalah persamaan *likelihood*. Persamaan ini terdiri dari persamaan-persamaan non linier yang saling bergantungan, sehingga solusi untuk mendapatkan penaksir eksak *Maximum Likelihood* (ML) tidak dapat ditemukan secara analitis. Metode alternatif untuk mendapatkan penaksir ML adalah metode iteratif Newton-Raphson. Algoritma iterasi Newton-Rapshon adalah

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_0^{(q+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_0^{(q)} - \left[\mathbf{H}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0^{(q)}\right)\right]^{-1} \mathbf{g}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0^{(q)}\right), \tag{2.14}$$

dengan $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}_0)$ adalah vektor gradien yang diberikan oleh Persamaan (2.13) dan $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0)$ adalah matriks *Hessian*. Bentuk umum matriks *Hessian* adalah

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}_0) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta}_0|\mathbf{t})}{\partial \lambda^2} & \dfrac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta}_0|\mathbf{t})}{\partial \lambda \partial \gamma} \\ \dfrac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta}_0|\mathbf{t})}{\partial \gamma \partial \lambda} & \dfrac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta}_0|\mathbf{t})}{\partial \gamma^2} \end{bmatrix}. \tag{2.15}$$

Proses iterasi algoritma (2.14) dimulai dari menentukan harga awal $\boldsymbol{\theta}_0^{(0)} = [\lambda^{(0)} \quad \gamma^{(0)}]$ dan dihentikan pada iterasi ke-$q+1$ jika dipenuhi kondisi konvergen, yaitu jika $\left\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_0^{(q+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_0^{(q)}\right\| < \varepsilon$, dengan ε adalah bilangan *real* positif yang cukup kecil misalnya 10^{-6}, dan $\|.\|$ menyatakan *norm* suatu vektor [16].

2.6 Pengujian Distribusi Data

Pengujian kesesuaian distribusi data digunakan untuk mengetahui distribusi dari data waktu. Salah satu metode pengujian distribusi data adalah uji *Kolmogorov-Smirnov*. Hipotesis pengujian distribusi data adalah

H_0 : $F(t) = \hat{F}(t)$

H_1 : $F(t) \neq \hat{F}(t)$,

dengan $\hat{F}(t)$ adalah fungsi distribusi kumulatif teoritis yang diberikan oleh Persamaan (2.7). Statistik uji adalah

$$D = \max_{1 \le i \le n} \left|\hat{F}(t_i) - F_n(t_i)\right|, \tag{2.16}$$

dengan $F_n(t)$ adalah fungsi distribusi kumulatif empiris berdasarkan data sampel, dan

$$F_n(t_i) = \frac{\text{Banyaknya data yang} \le t_i}{n}. \tag{2.17}$$

H_0 ditolak pada taraf signifikansi α jika $D > D_{(1-\alpha;n)}$, dengan $D_{(1-\alpha;n)}$ adalah nilai kritis uji *Kolmogorov-Smirnov*.

2.8 Model Regresi Weibull

Model regresi Weibull merupakan model regresi yang diperoleh dari distribusi Weibull dengan parameter lambda (λ) dinyatakan dalam parameter regresi dan dinyatakan dalam hubungan sebagai berikut

$$\ln \lambda = \boldsymbol{\beta}^{\mathbf{T}} \mathbf{x} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \ldots + \beta_p X_p$$

atau

$$\lambda = \exp[\boldsymbol{\beta}^{\mathbf{T}} \mathbf{x}], \tag{2.18}$$

dengan $\boldsymbol{\beta}^{\mathbf{T}} = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \ldots \quad \beta_p]$ adalah vektor parameter regresi berdimensi $p+1$ dan $\mathbf{x} = [X_0 \quad X_1 \quad \ldots \quad X_p]^T$ vektor variabel bebas dengan $X_0 = 1$ [16].

Berdasarkan Persamaan (2.8) dan (2.18) diperoleh model regresi *survival* Weibull sebagai berikut

$$S(t,\boldsymbol{\theta}) = \exp\left[-t^{\gamma}\exp\left[-\gamma\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{x}\right]\right], \tag{2.19}$$

dengan $\boldsymbol{\theta} = \left[\gamma \quad \beta_0 \quad \beta_1 \quad \cdots \quad \beta_p\right]^{T}$ adalah vektor parameter berdimensi $p+2$. Berdasarkan Persamaan (2.9) dan (2.18) diperoleh model regresi *hazard* Weibull sebagai berikut

$$h(t,\boldsymbol{\theta}) = \gamma t^{\gamma-1}\exp[-\gamma\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{x}]. \tag{2.20}$$

Berdasarkan Persamaan (2.18), FKP yang diberikan oleh Persamaan (2.6) menjadi

$$f(t,\boldsymbol{\theta}) = \gamma t^{\gamma-1}\exp[-\gamma[\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{x}]]\exp[-t^{\gamma}\exp[-\gamma\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{x}]]. \tag{2.21}$$

[16].

2.9 Penaksiran Parameter Model Regresi Weibull

Misalkan diketahui n data waktu dengan waktu *survival* dari suatu individu ke-i adalah t_i. Peluang individu ke-i mengalami *event* dengan status $\delta_i = 1$ adalah $f(t_i)$ dan peluang tidak mengalami *event* (*survive*) dengan status $\delta_i = 0$ adalah $S(t_i)$ Hasil pengamatan terhadap sampel ke-i dapat dinyatakan dalam pasangan berurut (t_i, δ_i); $i = 1, 2, 3 \ldots n.$ Fungsi *likelihood* berdasarkan Persamaan (2.19), (2.20) dan (2.21) didefinisikan oleh

$$L(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^{n}\left[f(t_i)\right]^{\delta_i}\left[S(t_i)\right]^{1-\delta_i} = \prod_{i=1}^{n}\left[h(t_i)\right]^{\delta_i}S(t_i)$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\left(\gamma t_i^{\gamma-1}\exp\left[-\gamma\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{x}_{\mathrm{i}}\right]\right)^{\delta_i}\exp\left[-t_{\mathrm{i}}^{\gamma}\exp\left[-\gamma\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{x}_{\mathrm{i}}\right]\right]. \tag{2.22}$$

Fungsi *log-likelihood* dari Persamaan (2.22) adalah

$$\ell(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{n}\left[\delta_i\left[\ln\gamma + (\gamma-1)\ln t_i - \gamma\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{x}_i\right] - t_i^{\gamma}\exp\left[-\gamma\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{x}_i\right]\right]. \tag{2.23}$$

Penaksir ML $(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ diperoleh dengan menyelesaikan Persamaan *likelihood* sebagai berikut

$$\frac{\partial\ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}, \tag{2.24}$$

dengan $\mathbf{0}$ adalah vektor nol berdimensi $p+2$ dan ruas kiri pada Persamaan (2.24) adalah vektor gradien berdimensi $p+2$, yaitu

$$g(\boldsymbol{\theta}) = \left[\frac{\partial\ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\gamma} \quad \frac{\partial\ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\beta}^{T}}\right]^{T}, \tag{2.25}$$

Persamaan *likelihood* (2.24) terdiri dari persamaan nonlinier dan saling bergantung, sehingga solusi eksak untuk mendapatkan penaksir eksak (*closed form*) ML tidak dapat ditemukan secara analitis. Hampiran penaksir ML dapat ditemukan menggunakan metode iteratif Newton-Raphson. Vektor gradien diberikan oleh Persamaan (2.25) dan matriks *Hessian* adalah matriks turunan orde kedua dari fungsi *log-likelihood* terhadap semua kombinasi vektor $\boldsymbol{\theta}$ dengan bentuk umum sebagai berikut

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2\ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\gamma^2} & \dfrac{\partial^2\ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\gamma\partial\boldsymbol{\beta}^{T}} \\ \dfrac{\partial^2\ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\beta}\partial\gamma} & \dfrac{\partial^2\ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\beta}\partial\boldsymbol{\beta}^{T}} \end{bmatrix}. \tag{2.26}$$

Algoritma Newton-Raphson diberikan oleh Persamaan berikut [16]:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)} - \left[\mathbf{H}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q+1)}\right)\right]^{-1} \mathbf{g}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)}\right),\ q = 0,1,2,... \qquad (2.27)$$

2.10 Pengujian Signifikansi Parameter Model Regresi Weibull

Pengujian signifikansi parameter model regresi Weibull terdiri dari pengujian signifikansi parameter secara serentak dan parsial. Pengujian signifikansi parameter secara serentak digunakan untuk mengkonfirmasi apakah parameter-parameter yang ditaksir memberikan model regresi yang cocok (*fit)*. Hipotesis pengujian signifikansi parameter secara serentak adalah

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_p = 0$

H_1: Minimal ada satu $\beta_k \neq 0,\ k = 1,\ 2,...,p$

Statistik uji ditentukan dengan metode *likelihood ratio test* dan diberikan oleh

$$G = 2(\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - \ell(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{0}})), \qquad (2.28)$$

dengan $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left\{\hat{\gamma}, \hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, ..., \hat{\beta}_{\boldsymbol{p}}\right\}$ adalah himpunan parameter di bawah populasi yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* pada Persamaan (2.23). Nilai maksimum fungsi *log-likelihood* pada Persamaan (2.23) adalah

$$\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \sum_{i=1}^{n}\left[\hat{\delta}_i\left[\ln\hat{\gamma} + (\hat{\gamma}-1)\ln t_i - \hat{\gamma}\hat{\boldsymbol{\beta}}^T\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i}}\right] - t_i^{\gamma}\exp\left[-\hat{\gamma}\hat{\boldsymbol{\beta}}^T\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i}}\right]\right]. \qquad (2.29)$$

$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{0}} = \left\{\hat{\gamma}, \hat{\beta}_{00}\right\}$ adalah himpunan parameter di bawah H_0 dan berdasarkan Persamaan (2.23) nilai maksimum fungsi *log-likelihood* di bawah H_0 adalah

$$\ell\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{0}}\right) = \ln\left(L\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{0}}\right)\right) = \sum_{i=1}^{n}\left[\delta_i\left[\ln\hat{\gamma}_0 + (\gamma_0 - 1)\ln t_i - \hat{\gamma}_0\hat{\beta}_{00}\right] - t_i^{\gamma}\exp\left[-\hat{\gamma}_0\hat{\beta}_{00}\right]\right]. \text{ [11]} \qquad (2.30)$$

Statistik uji G yang diberikan oleh Persamaan (2.28) dapat dihampiri oleh

$$G \approx \hat{\mathbf{B}}^T\left[\mathbf{I}^{22}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)\right]^{-1}\hat{\mathbf{B}}, \qquad (2.31)$$

dengan $\hat{\mathbf{B}} = \left[\hat{\beta}_1 \quad \hat{\beta}_2 \quad ... \quad \hat{\beta}_{\boldsymbol{p}}\right]^{\mathrm{T}}$ dan $\left[\mathbf{I}^{22}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)\right]$ diperoleh dari invers matriks informasi Fisher yang diberikan oleh

$$\left[\mathbf{I}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)\right] = -\left[\mathbf{H}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)\right], \qquad (2.32)$$

dengan menghapus baris ke-1 dan ke-2 serta kolom ke-1 dan ke-2.

Daerah kritis pada pengujian signifikansi parameter secara serentak ialah H_0 akan ditolak pada taraf signifikansi α apabila nilai $G \geq \chi^2_{(\alpha,p)}$ atau $p_{value} < \alpha$ dimana

$$p_{value} = P(G_v > G) = 1 - F(\hat{G}), \qquad (2.33)$$

dengan G_v adalah variabel acak berdistribusi $\chi^2_{(\alpha)}$ dan $F(\hat{G})$ adalah fungsi distribusi kumulatif [16].

Pengujian hipotesis secara parsial digunakan untuk mengetahui apakah kovariat tertentu secara individu berpengaruh terhadap model regresi. Hipotesis pengujian secara parsial untuk β_k tertentu, $k = 0,\ 1,\ 2,...,p$ adalah

$H_0 : \beta_k = 0$

$H_1 : \beta_k \neq 0$

Statistik uji adalah statistik *Wald* diberikan oleh

$$W_0 = \frac{\hat{\beta}_k}{SE\left(\hat{\beta}_k\right)} \sim N\left(0,1\right) \qquad (2.34)$$

dengan $SE\left(\hat{\beta}_k\right) = \sqrt{var\left(\hat{\beta}_k\right)}$ dan $var\left(\hat{\beta}_k\right)$ adalah elemen diagonal utama ke $k+1$ invers matriks informasi Fisher [11]. Daerah kritis dari pengujian signifikansi parameter secara parsial ialah H_0 akan ditolak pada taraf signifikansi α jika $\left|W_0\right| > Z_{1-\alpha/2}$ atau $p_{value} < \alpha$ dimana

$$p_{value} = p\left(\left|W\right| > W_{hitung}\right) = 1 - 2p\left(W > \left|W_{hitung}\right|\right), \qquad (2.35)$$

dengan W adalah variabel acak berdistribusi $N(0,1)$ [16].

2.11 Pendeteksian Multikolinieritas

Menurut Draper dan Smith [4], multikolinearitas adalah kondisi terdapat hubungan linear atau korelasi yang kuat antar kovariat dalam model regresi. Multikolinieritas dapat dideteksi dengan melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) yang dihitung berdasarkan rumus sebagai berikut

$$VIF = \frac{1}{1 - R_k^2}, \qquad (2.36)$$

dengan

$$R_k^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_{ki} - \hat{X}_{ki}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(X_{ki} - \bar{X}_k\right)^2}, \qquad (2.37)$$

Keterangan:

X_{ki} adalah nilai pengamatan ke-*i* untuk variabel bebas ke-*k*

$\hat{X}_{ki}$ adalah nilai taksiran dari X_{ki} dan $\bar{X}_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_{ki}$, dan

R_k^2 adalah koefisien determinasi dari kovariat ke-*k* yang diregresikan terhadap kovariat yang lainnya. Nilai VIF yang lebih besar dari 10 menunjukkan adanya multikolinieritas antar kovariat [12].

2.12 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik digunakan untuk mendapatkan model yang bersifat parsimoni terbaik. Kriteria pemilihan model terbaik yaitu model regresi yang didapat adalah *fit* berdasarkan pengujian hipotesis secara serentak terdapat paling sedikit satu kovariat yang berpengaruh dan memberikan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) terkecil. Nilai AIC dapat diperoleh dari Persamaan berikut:

$$AIC = -2\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}}) + 2k, \qquad (2.38)$$

dengan $\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ diberikan oleh Persamaan (2.29) dan k adalah banyaknya parameter pada setiap model yang terbentuk [2].

2.13 Interpretasi Model

Interpretasi model regresi Weibull dilakukan dengan menggunakan nilai rasio dari *survival* Weibull dan *hazard* Weibull.Nilai rasio dari regresi *survival* Weibull untuk data kontinu adalah

$$R_s(X_k)=\frac{S(t,\mathbf{x}|X_k+1)}{S(t,\mathbf{x})}$$
$$=\frac{\exp\left[-t_i^{\hat{\gamma}}\exp\left[-\hat{\gamma}(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1X_1+...+\hat{\beta}_k(X_1+1)+...+\hat{\beta}_pX_p)\right]\right]}{\exp\left[-t_i^{\hat{\gamma}}\exp\left[-\hat{\gamma}(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1X_1+...+\hat{\beta}_kX_k+...+\hat{\beta}_pX_p)\right]\right]} \quad (2.39)$$

Nilai rasio dari *hazard* Weibull untuk data kontinu adalah

$$R_h(X_k)=\frac{h(t,\mathbf{x}|X_k+1)}{h(t,\mathbf{x})}=\exp[-\hat{\gamma}\hat{\beta}_k] \quad (2.40)$$

Nilai rasio dari regresi *survival* Weibull untuk data kategorik adalah

$$R_s(X_k)=\frac{S(t,\mathbf{x}|X_k=1)}{S(t,\mathbf{x}|X_k=0)}$$
$$=\frac{\exp\left[-t_i^{\hat{\gamma}}\exp\left[-\hat{\gamma}(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1X_1+...+\hat{\beta}_k(1)+...+\hat{\beta}_pX_p)\right]\right]}{\exp\left[-t_i^{\hat{\gamma}}\exp\left[-\hat{\gamma}(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1X_1+...+\hat{\beta}_k(0)+...+\hat{\beta}_pX_p)\right]\right]} \quad (2.41)$$

Nilai rasio dari *hazard* Weibull untuk data kategorik [6] adalah:

$$R_h(X_k)=\frac{h(t,\mathbf{x}|X_k=1)}{h(t,\mathbf{x}|X_k=0)}=\exp[-\hat{\gamma}\hat{\beta}_k] \quad (2.42)$$

3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Data dan Variabel Penelitian

Jenis data pada penelitian ini adalah data sekunder dari rekam medis pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda. Populasi penelitian ini adalah pasien penderita COVID-19 RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda Tahun 2021. Teknik *sampling* penelitian ini adalah *purposive sampling* dengan pertimbangan pada masa Pemberlakuan Pembatasan Kegiatan Masyarakat (PPKM) di Indonesia terjadi kenaikan jumlah kasus COVID-19 yang signifikan di Kota Samarinda. Sampel pada penelitian ini adalah pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda bulan Mei-September 2021 (masa PPKM level 1).

Status penyensoran pada penelitian ini dikategorikan menjadi dua yaitu status pasien yang mengalami *event* kesembuhan dan status pasien tersensor (tidak mengalami *event*). Variabel penelitian ini terdiri dari variabel respon dan kovariat. Variabel respon yaitu data waktu rawat inap pasien COVID-19 yang dinyatakan dalam hari. Kovariat yang digunakan dalam penelitian ini yaitu:

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Nama Variabel	Tipe Variabel	Keterangan/ Satuan data
X_1	Usia pasien	Kontinu	Tahun
X_2	Suhu tubuh	Kontinu	Derajat Celcius
X_3	Saturasi oksigen	Kontinu	Persen (%)
X_4	Kadar gula darah	Kontinu	mg/dL
X_5	Tekanan darah sistolik	Kontinu	mmHg
X_6	Tekanan darah diastolic	Kontinu	mmHg
X_7	Berat badan	Kontinu	Kg

X_8	Jenis Kelamin	Kategorik	0 : Perempuan 1 : Laki-laki
X_9	Riwayat komorbiditas	Kategorik	0 : Tidak ada 1 : Ada

3.2 Tahapan Analisis Data

Tahapan analisis data pada penelitian ini yaitu

1. Pendeskripsian Data.
2. Penaksiran parameter FKP distribusi Weibull versi skala bentuk berdasarkan Persamaan (2.7).
3. Pengujian distribusi data berdasarkan Persamaan (2.16).
4. Pendeteksian mutikolinearitas antar kovariat menggunakan Persamaan (2.36).
5. Penaksiran parameter model regresi Weibull berdasarkan Persamaan (2.27).
6. Pengujian hipotesis secara serentak dan parsial berdasarkan Persamaan (2.31) dan Persamaan (2.34).
7. Menghitung nilai AIC menggunakan Persamaan (2.38).
8. Interpretasi model berdasarkan nilai rasio *survival* dan rasio *hazard* menggunakan Persamaan (2.39), (2.40), (2.41), dan (2.42).

4. Hasil dan Pembahasan

4.1 Statistika Deskriptif

Deskripsi data dinyatakan dalam statistik deskriptif yang terdiri dari rata-rata, nilai minimum, nilai maksimum, dan simpangan baku. Perhitungan statistik deskriptif menggunakan *software* R dan hasil perhitungan dapat dilihat pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Statistik Deskriptif

Kovariat	Rata-rata	Minimum	Maksimum	Simpangan baku
Waktu rawat inap (T)	9	2	21	4,080
Usia (X_1)	49,377	1	82	14,779
Suhu tubuh (X_2)	36,748	35	39	0,744
Saturasi oksigen (X_3)	89,300	46	100	11,289
Kadar gula darah (X_4)	175,411	39	549	98,831
Tekanan darah sistolik (X_5)	133,500	70	209	25,849
Tekanan darah diastolik (X_6)	76,866	30	120	15,490
Berat badan (X_7)	67,711	10	105	15,228

Dari Tabel 4.1 diketahui bahwa waktu rawat inap pasien COVID-19 paling cepat 2 hari dan paling lama 21 hari. Rata-rata waktu rawat inap pasien adalah 9 hari dengan nilai simpangan baku sebesar 4,080 hari. Rata-rata usia pasien rawat inap adalah 49,37 tahun dengan nilai simpangan baku sebesar 14,779. Rata-rata suhu tubuh pasien sebesar 36,748 derajat celcius dengan suhu paling rendah ialah 35 derajat celcius dan suhu paling tinggi ialah 39 derajat celcius. Rata-rata saturasi oksigen pasien rawat inap ialah 89,3% dengan saturasi oksigen paling rendah sebesar 46% dan paling tinggi sebesar 100%. Simpangan baku saturasi oksigen pasien adalah 11,289%. Rata-rata kadar gula darah pasien adalah 175,411 mg/dL dengan simpangan baku sebesar 98,831. Kadar gula darah pasien paling rendah ialah 39 mg/dL dan paling tinggi 549 mg/dL. Tekanan darah sistolik pasien paling rendah sebesar 70 mmHg dan paling tinggi sebesar 209 mmHg. Rata-rata tekanan darah diastolik pasien sebesar 76,86 mmHg dengan tekanan paling rendah sebesar 30 mmHg dan paling tinggi sebesar 120 mmHg. Simpangan baku tekanan darah diastolik pasien adalah 15,49. Rata-rata berat badan pasien rawat inap COVID-19 ialah 67,71 kg dengan berat badan paling kecil ialah 10 kg dan berat badan paling besar ialah 105 kg.

4.2 Penaksiran Parameter Distribusi Weibull

Penaksiran parameter distribusi Weibull diterapkan pada data waktu rawat inap pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda yang mengalami *event* (sembuh). Penaksiran parameter menggunakan metode MLE yang diselesaikan dengan metode iterasi Newton-Raphson dengan algoritma. Perhitungan penaksiran parameter distribusi Weibull menggunakan *software* Octave 6.4.0. Hasil penaksiran dapat dilihat pada Tabel 4.2 berikut.

Tabel 4.2 Penaksir Parameter Distribusi Weibull

Parameter	**Taksiran**
Skala (λ)	11,8107
Bentuk (γ)	3,0327

Berdasarkan hasil penaksiran parameter pada Tabel 4.2 didapatkan penaksir fungsi *survival* adalah

$$\hat{S}(t) = \exp\left(-\left(\frac{t}{11,8107}\right)^{3,0327}\right), \tag{4.1}$$

dan penaksiran fungsi distribusi kumulatif adalah

$$\hat{F}(t) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{11,8107}\right)^{3,0327}\right). \tag{4.2}$$

4.3 Pengujian Distribusi Data Waktu

Pengujian distribusi data *event* waktu rawat inap menggunakan pendekatan Kolmogorov-Smirnov. Pengujian ini bertujuan untuk mengetahui distribusi data waktu rawat inap pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda. Hipotesis pengujian distribusi adalah

$H_0 : F(t) = \hat{F}(t)$

(Data mengikuti distribusi Weibull dengan fungsi distribusi kumulatif $\hat{F}(t)$ yang diberikan pada Persamaan (2.7)).

$H_1 : F(t) \neq \hat{F}(t)$

(Data tidak mengikuti distribusi Weibull dengan fungsi distribusi kumulatif $\hat{F}(t)$).

Hasil perhitungan menggunakan *software* Octave 6.4.0. dapat dilihat pada Tabel 4.3 berikut.

Tabel 4.3 Hasil Pengujian Distribusi Weibull

$\mathbf{D_{hitung}}$	$\mathbf{D_{(60;0,05)}}$	**Keputusan**
0,13	0,172	Gagal menolak H_0

Berdasarkan Tabel 4.3 diperoleh $D_{\text{hitung}} = 0{,}13 < D_{(60;0{,}05)} = 0{,}172$ maka diputuskan menerima H_0 pada taraf signifikansi 5%. Kesimpulan pengujian adalah data waktu rawat inap pasien COVID-19 berdistribusi Weibull dengan fungsi distribusi diberikan oleh Persamaan (2.7).

4.4 Pendeteksian Multikolinearitas

Pendeteksian multikolinearitas pada penelitian ini menggunakan nilai VIF dengan perhitungan menggunakan Persamaan (2.36). Nilai $\text{VIF} > 10$ menunjukkan adanya multikolinaritas antar kovariat. Hasil perhitungan nilai VIF setiap kovariat menggunakan *software* Octave 6.4.0. disajikan dalam Tabel 4.4 berikut.

Tabel 4.4 Nilai VIF Kovariat

Kovariat	**Nilai VIF**
Usia (X_1)	1,2768
Suhu tubuh (X_2)	1,1650
Saturasi oksigen (X_3)	1,0777
Kadar gula darah (X_4)	1,3725
Tekanan darah sistolik (X_5)	2,8320
Tekanan darah diastolik (X_6)	2,5481
Berat badan (X_7)	1,2721
Jenis Kelamin (X_8)	1,9850
Riwayat Komorbiditas (X_9)	1,2151

Berdasarkan Tabel 4.4 diketahui bahwa nilai VIF setiap kovariat kurang dari 10 sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat multikolinearitas antar kovariat. Analisis berikutnya yaitu pemodelan regresi Weibull dengan menggunakan 9 kovariat yaitu usia (X_1), suhu tubuh (X_2), saturasi oksigen (X_3), kadar gula darah (X_4), tekanan darah sistolik (X_5), tekanan darah diastolik (X_6), berat badan (X_7), jenis kelamin (X_8), dan riwayat komorbiditas (X_9).

4.5 Penaksiran Parameter Model Regresi Weibull Terbaik

Model terbaik diperoleh melalui penaksiran parameter setiap model dari semua kemungkinan kombinasi kovariat. Kriteria pemilihan model terbaik adalah model regresi Weibull yang layak (*fit*), terdapat kovariat yang berpengaruh dan nilai AIC terkecil. Berdasarkan 9 kovariat pada Tabel 4.4, dapat dibentuk sebanyak 511 model regresi Weibull. Berdasarkan hasil pemilihan, diperoleh model terbaik adalah model dengan 3 kovariat yaitu, usia (X_1), saturasi oksigen (X_3), dan riwayat komorbiditas (X_9). Model terbaik ini memberikan nilai AIC sebesar -673,518. Model regresi *survival* Weibull berdasarkan Persamaan (2.19) dengan 3 kovariat adalah

$$S(t) = \exp(-t^{\gamma} \exp(-\gamma(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_3 X_3 + \beta_9 X_9))), \qquad (4.3)$$

dan model regresi *hazard* Weibull adalah

$$h(t) = \gamma t^{\gamma-1} \exp(-\gamma(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_3 X_3 + \beta_9 X_9))). \qquad (4.4)$$

Hasil penaksiran parameter menggunakan metode MLE dapat dilihat pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5. Penaksir Parameter Model Regresi Weibull

Kovariat	Parameter	Taksiran
-	γ	3,3905
-	β_0	3,4316
Usia (X_1)	β_1	-0,0030
Saturasi oksigen (X_3)	β_3	-0,0098
Riwayat komorbiditas (X_9)	β_9	0,1840

Berdasarkan Tabel 4.5 didapatkan taksiran model regresi *survival* Weibull terbaik adalah

$$\hat{S}(t) = \exp\left(-t^{3,3905}\exp\left(-11,6348 + 0,0101X_1 + 0,0332X_3 - 0,6238X_9\right)\right), \tag{4.5}$$

dan model regresi *hazard* Weibull adalah

$$\hat{h}(t) = 3,3905t^{2,3905}\exp\left(-11,6348 + 0,0101X_1 + 0,0332X_3 - 0,6238X_9\right). \tag{4.6}$$

Model regresi *survival Weibull* pada Persamaan (4.5) menyatakan peluang tidak sembuh pasien COVID-19 dan model *hazard* Weibull pada Persamaan (4.6) menyatakan laju kesembuhan pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie. Berdasarkan Persamaan (4.5), peluang tidak sembuh (*survive*) pasien ke-8 dengan waktu rawat inap pasien $t = 11$ (sebagai contoh) adalah $S(11) = 0{,}5434,$ artinya peluang pasien ke-8 tidak sembuh setelah dirawat selama 11 hari adalah 0,5434. Berdasarkan model regresi *hazard* Weibull pada Persamaan (4.6), didapatkan nilai *hazard* pasien ke $h(11) = 0{,}1879$, artinya laju kesembuhan pasien ke-8 pada hari perawatan ke-11 sebesar 0,1879 pasien sembuh per hari atau 1 pasien sembuh dalam 5,3219 hari.

4.6 Pengujian Signifikansi Parameter Regresi Weibull

Hipotesis pengujian signifikansi parameter secara serentak adalah

$H_0 : \beta_1 = \beta_3 = \beta_9 = 0$

(Model regresi Weibull tidak layak (tidak *fit*)).

H_1 :Minimal ada satu $\beta_k \neq 0;\ k = 1,3,9$

(Model regresi Weibull layak (*fit*)).

Statistik uji adalah statistik uji G pada Persamaan (2.31) dengan $G \sim \chi^2_{(3)}$. Nilai kritis pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ adalah $\chi^2_{(0,95;3)} = 7,8147$. Hasil pengujian signifikansi parameter regresi Weibull secara serentak dapat dilihat pada Tabel 4.6.

Tabel 4.6 Hasil Pengujian Signifikansi Secara Serentak

Statistik Uji *G*	$\chi^2_{(0,95;7)}$	p_{value}	**Keputusan**
8,5066	7,8147	0,0366	Menolak H_0

Berdasarkan hasil perhitungan pengujian secara serentak diputuskan menolak H_0 pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ karena $G = 8,5066 > \chi^2_{(0,95;7)} = 7,8147$ dan $p_{value} = 0{,}0366 < \alpha = 0,05.$ Kesimpulan pengujian adalah model regresi Weibull dengan 3 kovariat, yaitu kovariat usia, saturasi oksigen, dan riwayat komorbiditas memberikan model yang layak (*fit*).

Pengujian signifikansi parameter berikutnya adalah pengujian parameter secara parsial. Hipotesis pengujian signifikansi parameter untuk β_k tertentu, $k = 0,1,3,9$ adalah

$H_0 : \beta_k = 0;\ k = 0,1,3,9$

$H_1 : \beta_k \neq 0;\ k = 0,1,3,9$

Statistik uji adalah statistik *Wald* yang diberikan oleh Persamaan (2.34) dengan W~N(0,1). Nilai kritis pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ adalah $Z_{(0,975)} = 1,96$. Hasil pengujian signifikansi parameter regresi Weibull secara parsial dapat dilihat pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Hasil Pengujian Signifikansi Secara Parsial

Variabel	W_{hitung}	p_{value}	**Keputusan**
Konstanta (β_0)	32,6286	0,0000	Menolak H_0
Usia (β_1)	1,7418	0,1869	Gagal menolak H_0
Saturasi oksigen (β_3)	2,4790	0,1153	Gagal menolak H_0
Riwayat komorbiditas (β_9)	5,2001	0,0225	Menolak H_0

Berdasarkan hasil perhitungan pengujian secara parsial, didapatkan bahwa nilai *W* hitung untuk konstanta dan variabel riwayat komorbiditas (X_9) masing-masing lebih besar dari $Z_{(0,975)} = 1,96$ dan p_{value} kurang dari $\alpha = 0,05$ sehingga diputuskan menolak H_0 pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dan disimpulkan bahwa konstanta berbeda dengan nol dan kovariat riwayat komorbiditas (X_9) secara individual berpengaruh terhadap model regresi Weibull. Kovariat usia (X_1) dan saturasi oksigen masing-masing memiliki nilai *W* hitung kurang dari nilai kritis $Z_{(0,975)} = 1,96$ dan p_{value} lebih besar dari $\alpha = 0,05$ sehingga diputuskan untuk gagal menolak H_0 pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dan disimpulkan bahwa kovariat usia (X_1) dan saturasi oksigen (X_3) secara individual tidak berpengaruh terhadap model regresi Weibull.

4.7 Interpretasi Model Regresi Weibull

Interpretasi model regresi *survival* Weibull berdasarkan nilai rasio regresi *survival* Weibull dan berdasarkan kovariat yang berpengaruh, yaitu riwayat komorbiditas (X_9). Sedangkan interpretasi model regresi *hazard* Weibull berdasarkan nilai rasio regresi *hazard* Weibull. Sebagai contoh perhitungan rasio regresi *survival* Weibull pada pasien ke-8 dengan $t = 11;\ X_1 = 60;\ X_2 = 36,9;$ $X_3 = 91;\ X_4 = 277;\ X_5 = 131;\ X_7 = 74;$ dan $X_9 = 1$ adalah

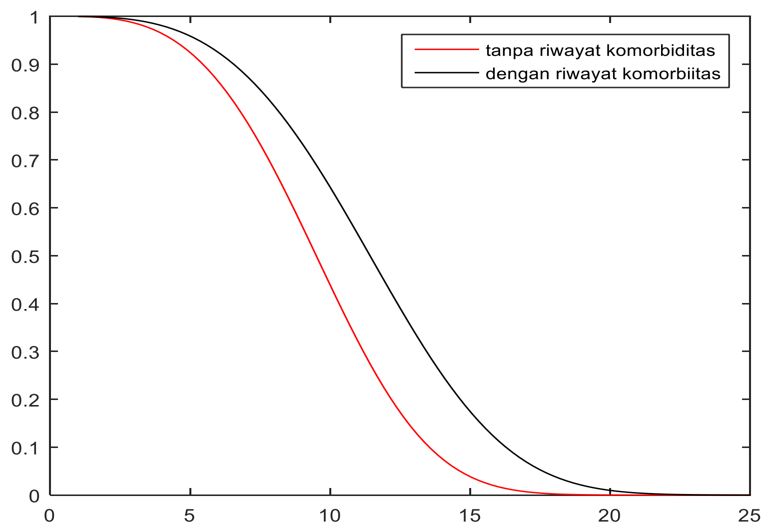
$$R_s(X_9) = \frac{\hat{S}(t|X_9 = 1)}{\hat{S}(t|X_9 = 0)}$$

$$= \frac{\exp(-3395,0165\exp\left(-11,6348 + 0,0101(60) + 0,0332(91) - 0,6238(1)\right)}{\exp(-3395,0165\exp\left(-11,6348 + 0,0101(60) + 0,0332(91) - 0,6238(0)\right)}$$

$$= 1,6957.$$

Berdasarkan hasil perhitungan rasio regresi *survival* Weibull untuk pasien ke-8, dapat diinterpretasikan bahwa pasien COVID-19 yang memiliki riwayat komorbiditas dan diasumsikan nilai variabel lainnya tetap, maka peluang pasien tidak sembuh (*survive*) setelah dirawat selama 11 hari adalah 1,6957 kali peluang tidak sembuh (*survive*) bagi pasien yang tidak memiliki riwayat komorbiditas. Dengan cara yang sama dapat dihitung nilai rasio regresi *survival* Weibull untuk pasien yang lainnya. Berdasarkan hasil perhitungan dapat disimpulkan bahwa nilai rasio regresi *survival* Weibull pada kovariat yang sama untuk setiap pasien berbeda-beda, tetapi nilai rasio regresi *survival* Weibull setiap pasien akan lebih besar dari satu. Ini berarti peluang tidak sembuh (*survive*) pasien yang memiliki riwayat komorbiditas lebih besar dibandingkan peluang tidak sembuh (*survive*) bagi pasien yang tidak memiliki riwayat komorbiditas.

Grafik fungsi *survival* pasien dengan riwayat komorbiditas dan tanpa riwayat komorbiditas pada interval waktu rawat inap $1 \le t \le 25$ dengan nilai data pengamatan sama dengan data pasien ke-8 dapat dilihat pada Gambar 4.1. Berdasarkan Gambar 4.1, grafik berwarna hitam adalah fungsi *survival* Weibull pasien dengan riwayat komorbiditas dan grafik berwarna merah adalah fungsi *survival* Weibull pasien tanpa riwayat komorbiditas. Grafik berwarna hitam berada di atas grafik berwarna merah menunjukkan bahwa peluang tidak sembuh pasien ke-8 yang memiliki riwayat komorbiditas lebih besar dibandingkan dengan jika pasien tidak memiliki riwayat komorbiditas.

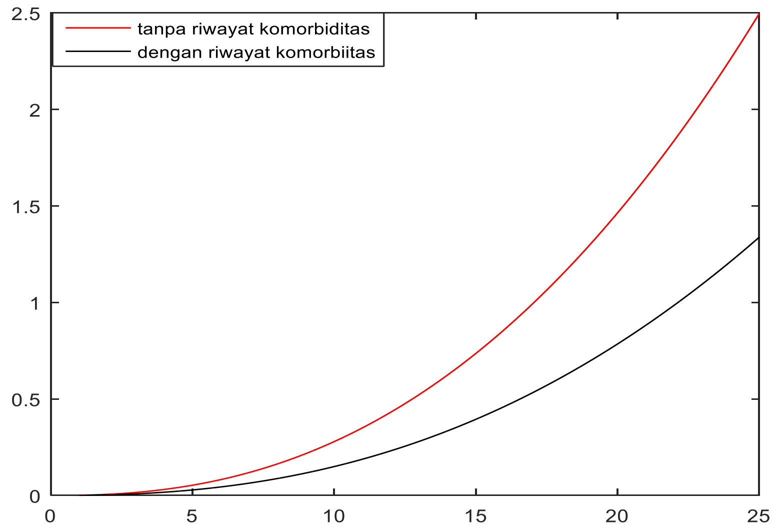


Gambar 4.1 Grafik Fungsi *Survival* Weibull Pasien
Tanpa dan Dengan Riwayat Komorbiditas (X_9)

Rasio regresi *hazard* Weibull untuk setiap pasien dihitung berdasarkan Persamaan (2.38) yaitu $R_h(X_k) = \exp(-\hat{\gamma}\hat{\beta}_k)$. Berdasarkan persamaan tersebut, nilai rasio regresi *hazard* Weibull untuk setiap pasien pada kovariat tertentu adalah sama. Perhitungan rasio regresi *hazard* Weibull berdasarkan kovariat riwayat komorbiditas adalah

$$R_h(X_{i9}) = \frac{h(t|X_{i9}=1)}{h(t|X_{i9}=0)} = \exp[-\hat{\gamma}\hat{\beta}_9] = \exp(-3{,}3905 \times 0{,}1840) = 0{,}5358.$$

Berdasarkan hasil perhitungan rasio regresi *hazard* Weibull, dapat diinterpretasikan bahwa laju kesembuhan pasien yang memiliki riwayat komorbiditas 0,5358 kali laju kesembuhan bagi pasien yang tidak memiliki riwayat komorbiditas. Ini berarti laju kesembuhan pasien yang memiliki riwayat komorbiditas lebih rendah daripada pasien yang tidak memiliki riwayat komorbiditas. Grafik fungsi *hazard* pasien dengan riwayat komorbiditas dan tanpa riwayat komorbiditas pada interval waktu rawat inap $1 \le t \le 25$ dapat dilihat pada Gambar 4.2. Berdasarkan Gambar 4.2, grafik berwarna merah adalah grafik fungsi regresi *hazard* Weibull pasien tanpa riwayat komorbiditas dan grafik berwarna hitam adalah grafik fungsi *hazard* Weibull pasien tanpa riwayat komorbiditas. Grafik berwarna merah terlihat berada di atas grafik berwarna hitam menunjukkan bahwa laju kesembuhan pasien tanpa riwayat komorbiditas lebih tinggi dibandingkan dengan laju kesembuhan pasien yang memiliki riwayat komorbiditas.



Gambar 4.2 Grafik Fungsi *Hazard* Weibull Pasien Tanpa dan Dengan Riwayat Komorbiditas (X_9)

5. KESIMPULAN

1. Model regresi *survival* Weibull yang menyatakan peluang pasien tidak sembuh setelah dirawat t hari pada data waktu rawat inap pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda adalah

   $$\hat{S}(t) = \exp\left(-t^{3,3905} \exp\left(-11,6348 + 0,0101X_1 + 0,0332X_3 - 0,6238X_9\right)\right).$$

   Model regresi *hazard* Weibull yang menyatakan kesembuhan pada saat t hari pasien dirawat pada data waktu rawat inap pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda adalah

   $$\hat{h}(t) = 3,3905t^{2,3905} \exp\left(-11,6348 + 0,0101X_1 + 0,0332X_3 - 0,6238X_9\right).$$
2. Faktor-faktor yang memengaruhi peluang pasien tidak sembuh dan laju kesembuhan pasien COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie adalah riwayat komorbiditas (X_9).
3. Interpretasi model regresi *survival* Weibull dan regresi *hazard* Weibull berdasarkan perhitungan rasio untuk riwayat komorbiditas (X_9) adalah
   a. Nilai rasio regresi *survival* Weibull pada kovariat yang sama untuk setiap pasien berbeda-beda, tetapi nilai rasio regresi *survival* Weibull setiap pasien akan lebih besar dari satu. Ini berarti peluang tidak sembuh (*survive*) pasien yang memiliki riwayat komorbiditas lebih besar dibandingkan peluang tidak sembuh (*survive*) bagi pasien yang tidak memiliki riwayat komorbiditas.
   b. Laju kesembuhan pasien COVID-19 yang memiliki riwayat komorbiditas adalah 0,5358 kali laju kesembuhan bagi pasien yang tidak memiliki riwayat komorbiditas.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bella, A. & Mohamat., 2020. Analisis Survival pada Data Pasien COVID-19 di Kabupaten Jember. *BERKALA SAINSTEK*. Vol. 8, No. 4, 118-121.

[2] Collett, D. 2003. *Modelling Survival Data in Medical Research-Second Edition.* New York: Chapman and Hall.

[3] Dinas Kesehatan Provinsi Kalimantan Timur, 2021. *PRESS RELEASE* COVID-19. Kalimantan Timur: Dinas Kesehatan Provinsi Kalimantan Timur.

[4] Draper, N., & Smith, H. 1992. Analisis Regresi Terapan Edsi Kedua. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.

[5] Herlinda, Y., Suyitno, & Purnamasari, I., 2022. Model Hazard Rate Weibull Kesembuhan Pasien Rawat Inap Penyakit Jantung Koroner di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda. *Prosiding Seminar Nasional Matematika, Statistika dan Aplikasinya Terbitan II,* e-ISSN:2657-232x.

[6] Hosmer, D.W., Lemeshow,S & May, S., 2008. *Applied Survival Analysis: Regression Modelling of Time-to-Event Data. 2nd Edition*. New Jersey: John Wilsey & Sons.

[7] Kleinbaum, D.G. & Klein, M., 2005. *Survival Analysis: A Self-Learning Text*. *Third Edition*. New York: Springer.

[8] Kundu, S., Chauhan, K., & Mandal, D. 2021. *Survival Analysis of Patients with COVID-19 in India by Demographic Factors: Quantitative Study*. *JMIR.* Vol. 5, No. 5, e23251.

[9] Lawless, J. F. 2003. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data Second Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons.

[10] Lee, E.T & Wang, J.W., 2003. *Statistical Methods for Survival Data Analysis*. New Jersey: John Wiley & Sons.

[11] Pawitan, Y. 2001. *In All Likelihood Statistical Modelling and Inference Using Likelihood*. Sweden: Clarendon Press-Oxford.

[12] Rencher, A.C & Schaalje, G.B., 2008. *Linear Models in Statistics*. New Jersey: John Wiley & Sons.

[13] Rinne, H., 2009. *The Weibull Distribution A Handbook*. Germany: CRC Press.

[14] Rodrigues, G.M., Ortega, E.M.M., Cordeiro, G.M., & Vila, R., 2022. *An Extended Weibull Regression for Censored Data: Application for COVID-19 in Campinas, Brazil*. *Mathematics 2022.* Vol. 10, 3644.

[15] Sulantari, & Wigid, H., 2020. Analisis Survival Waktu Sembuh Pasien COVID-19 di Kabupaten Banyuwangi. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika*. Vol. 4, No. 2, 375-386.

[16] Suyitno, 2017. Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis Model Regresi Weibull Univariat. *Jurnal Eksponensial*. Vol. 8, No. 2, 179-184.

[17] WHO., 2020. Coronavirus disease 2019 (COVID-19). *Situation Report-94*. World Health Organization.

[18] Yaseen, H. W & Al Rassam, R. S., 2021. *Study of the Factors Affecting the Incidence of COVID-19 Infection Using an Accelerrated Weibull Regression Model. 2021 7th International Conference on Contemporary Information Technology an Mathematics (ICCITM)*. 322-327.