

Analysis of a Discrete Predator-Prey Model for Controlling The Extinction of The Pesut Mahakam (Orcaella brevirostris) with Toxic Effect at The Mahakam River

Analisis Model Diskret Predator-Prey untuk Pengendalian Kepunahan Pesut Mahakam (Orcaella brevirostris) dengan Efek Toksik di Sungai Mahakam

Baso Indar¹, Moh. Nurul Huda^{2*}, Syaripuddin³

^{1,2,3}*Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Mulawarman
University, Samarinda, Indonesia*

Email: ¹*indarbaso@gmail.com*, ^{2*}*muh.nurulhuda@fmipa.unmul.ac.id*, ³*syarif92@yahoo.co.id*

Abstract

The Pesut Mahakam (Orcaella brevirostris) is an East Kalimantan animal in critical condition and on the verge of extinction. One of the causes of the extinction of the Mahakam dolphins is the toxic effects of environmental pollution. In this study, an analysis of the discrete predator-prey model using Euler's forward difference between the Pesut Mahakam (Orcaella brevirostris) and its prey was investigated. Dynamic analysis includes determining the equilibrium point, stability analysis of the equilibrium point, and numerical simulation. The value of the Mahakam dolphin growth rate parameter (predator) is obtained by adjusting the curve based on data in the field. Numerical simulations were carried out to describe the results of the analysis. Changes in the value of the toxic effect rate parameter affects the number of Mahakam dolphins and their prey.

Keywords: Pesut Mahakam, numerical simulation, predator-prey model, stability analysis, toxic effect.

Abstrak

Pesut Mahakam (Orcaella brevirostris) merupakan satwa Kalimantan Timur yang berada dalam kondisi kritis menuju kepunahan. Salah satu penyebab kepunahan pesut Mahakam adalah efek racun dari pencemaran lingkungan. Dalam penelitian ini, analisis model predator-prey diskrit dengan menggunakan Euler beda maju antara pesut Mahakam (Orcaella brevirostris) dan mangsanya telah diselidiki. Analisis dinamik meliputi penentuan titik



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Baso Indar, Moh. Nurul Huda, Syaripuddin

kesetimbangan, analisis stabilitas titik kesetimbangan, dan simulasi numerik. Nilai parameter laju pertumbuhan pesut Mahakam (predator) diperoleh dengan menyesuaikan kurva berdasarkan data di lapangan. Simulasi numerik dilakukan untuk menggambarkan hasil analisis. Perubahan nilai parameter laju efek toksik berpengaruh terhadap jumlah pesut Mahakam dan mangsanya

Kata kunci: Pesut Mahakam, simulasi numerik, model predator-prey, analisis kestabilan, efek racun.

1. PENDAHULUAN

Pemodelan matematika merupakan suatu sistem persamaan yang dapat merepresentasikan suatu permasalahan kompleks yang sedang diamati. Pemodelan matematika telah banyak diaplikasikan pada berbagai kasus dalam kehidupan sehari-hari, salah satunya dalam bidang ekologi perairan, khususnya dinamika populasi satwa perairan. Model *predator-prey* merupakan model klasik dinamika populasi. Model *predator-prey* telah banyak dibahas dan umumnya digunakan sebagai contoh dalam model dinamika populasi. Salah satu persoalan dalam populasi adalah interaksi yang tidak saling menguntungkan antara *predator* dan *prey* [9]. *Predator* adalah organisme yang memakan, sedangkan *prey* adalah organisme yang dimakan [11]. Kehidupan *predator* terancam jika tidak ada *prey* dan kehidupan *prey* terancam karena adanya *predator*. Oleh karena itu, dinamika populasi antara *predator* dan *prey* dalam satu populasi perlu dipelajari lebih lanjut [10].

Penelitian menggunakan model *predator-prey* untuk mengkaji dinamika populasi pernah dilakukan. Penelitian [4] tentang riset model plankton-ikan yang memiliki hubungan *predator-prey* dengan usaha pemanenan. Penelitian [3] membahas model perikanan *predator-prey* dengan usaha pemanenan di mana kedua spesies, baik *predator* maupun *prey* terinfeksi racun. Penelitian [17] mengkaji sistem dinamik model diskret *predator-prey* dengan pengaruh budidaya pada populasi *prey*. Penelitian [10] menyelidiki kestabilan model diskret *predator-prey* dan pengaruh bioekonominya.

Indonesia sangat beruntung memiliki satu-satunya spesies lumba-lumba air tawar bernama lumba-lumba Irrawaddy atau *Irrawaddy dolphin* dalam bahasa Inggris dan *Orcaella brevirostris* dalam bahasa ilmiah. Masyarakat lokal yang tinggal di sepanjang sungai Mahakam, Kalimantan Timur, menyebut satwa ini dengan nama pesut Mahakam. Pesut Mahakam dan lumba-lumba air tawar lainnya umumnya berstatus sangat terancam punah atau di ambang kepunahan [12].

Pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) adalah satwa identitas Kalimantan Timur yang menjadi ikon dan daya tarik wisata dari provinsi ini. Dalam kehidupan nyata, keberadaan pesut Mahakam berguna bagi nelayan dalam menentukan lokasi dan waktu untuk mencari ikan. Secara ekologis, pesut Mahakam juga dapat berperan sebagai indikator bagi kualitas lingkungan hidup [6].

Populasi lumba-lumba Irrawaddy secara keseluruhan, yang hidup di perairan laut maupun tawar, dimasukkan ke dalam status rentan atau *Vulnerable* oleh Badan Konservasi Dunia (*International Union for Conservation of Nature*). Namun demikian, sejak tahun 2000, secara khusus populasi pesut Mahakam (lumba-lumba Irrawaddy yang berhabitat di sungai Mahakam) memperoleh status kritis atau *Critically Endangered* karena populasinya sangat terancam punah. Kategori ini hanya satu tingkat di bawah kategori punah di alam atau *Extinct in the Wild* [5].

Kelompok pesut, lumba-lumba, dan paus yang hidup di air tawar rentan terhadap perubahan dan penurunan kualitas habitat misalnya polusi suara bawah air dan polusi kimia. Pencemaran habitat pesut Mahakam mayoritas disebabkan oleh limbah-limbah dari industri batu bara dan kelapa sawit yang aktif beroperasi di sekitar habitat. Limbah-limbah ini memperburuk kualitas air

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Baso Indar, Moh. Nurul Huda, Syaripuddin

dengan tingginya konsentrasi logam berat yang sangat berbahaya bagi kehidupan pesut Mahakam dan kesehatan masyarakat sekitar [6].

Berbagai penelitian terkait upaya pelestarian Pesut Mahakam telah dilakukan baik penelitian sosial maupun eksak. Penelitian social meliputi pembentukan kebijakan pemerintahan terkait Kawasan konservasi [15] dan sejarah konservasi [13]. Penelitian eksak meliputi penelusuran genetik [2], perhitungan kelimpahan Pesut Mahakam dengan berbagai metode [8], kualitas air habitat Pesut Mahakam [1]. Namun, penelitian terkait pemodelan matematika terkait kelimpahan Pesut Mahakam belum ada yang mengkaji.

Oleh karena itu, berdasarkan permasalahan dan literatur yang telah disebutkan, penelitian ini membahas tentang analisis kestabilan dan simulasi model diskret *predator-prey* populasi pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) dan populasi *prey* dari pesut Mahakam. Pada penelitian ini, digunakan model *predator-prey* dari [14] untuk diterapkan pada populasi pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) dan populasi *prey* dari pesut Mahakam di sungai Mahakam. Selanjutnya, dilakukan diskritisasi yang merupakan prosedur transformasi model kontinu menjadi model diskret.

2. MODEL MATEMATIKA

2.1 Model Predator-Prey antara Populasi Pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) dan Populasi Prey dari Pesut Mahakam

Model *predator-prey* antara populasi pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) dan populasi *prey* dari pesut Mahakam menggunakan model *predator-prey* pada rantai makanan fitoplankton-zooplankton yang dikaji pada penelitian [14]. Pada dasarnya model *predator-prey* dapat digunakan untuk macam-macam rantai makanan termasuk pada siklus ekosistem pesut Mahakam. Dalam penelitian ini, diasumsikan bahwa pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) sebagai *predator*, dan *prey* dari pesut Mahakam berupa ikan kecil, *crustacea* dan udang kecil. Model *predator-prey* antara populasi pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) dan populasi *prey* dari pesut Mahakam sebagai berikut:

$$\frac{dM}{dt} = rM \left(1 - \frac{M}{C}\right) - \frac{\gamma MP}{\mu + M}, \quad (4)$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\theta MP}{\mu + M} - dP - \frac{\sigma MP}{\mu + M}. \quad (5)$$

Beberapa penjelasan untuk model *predator-prey* pada persamaan (4) dan (5) adalah:

- Variabel M menyatakan jumlah populasi *prey* dari pesut Mahakam dan P menyatakan jumlah populasi pesut Mahakam, dengan kondisi awal $M(0) = M_0 > 0$ serta $P(0) = P_0 > 0$.
- Parameter r menyatakan laju pertumbuhan populasi *prey* dari pesut Mahakam dan C adalah daya dukung lingkungan (*carrying capacity*).
- Parameter $\gamma > 0$ menyatakan laju pengurangan *prey* oleh *predator* atau tingkat konsumsi maksimum oleh pesut Mahakam, $\theta > 0$ menyatakan laju pertumbuhan populasi pesut Mahakam, di mana $\theta < \gamma$, dan d adalah laju kematian alami pesut Mahakam.
- Parameter $\sigma > 0$ menyatakan laju efek racun dari pencemaran lingkungan.
- Bentuk $\frac{\gamma MP}{\mu + M}$ merepresentasikan fungsi respon *prey* terhadap *predator* dan μ adalah konstanta setengah saturasi. Diasumsikan bahwa kontribusi *prey* untuk pertumbuhan pesut Mahakam sebanding dengan kontribusi racun untuk kematian pesut Mahakam. Oleh karena itu, digunakan bentuk $\frac{\sigma MP}{\mu + M}$ untuk menjelaskan efek racun yang berkontribusi pada kematian pesut Mahakam.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Baso Indar, Moh. Nurul Huda, Syaripuddin

2.2 Diskretisasi Model

Proses diskretisasi dilakukan dengan pendekatan metode Euler beda maju yaitu $\frac{dM}{dt} = \frac{M_{n+1} - M_n}{h}$ pada persamaan *prey*, kemudian untuk $\frac{dP}{dt} = \frac{P_{n+1} - P_n}{h}$ pada persamaan *predator*. Model diskret *predator-prey* antara populasi pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) dan populasi *prey* dari pesut Mahakam sebagai berikut:

$$M_{n+1} = M_n + h r M_n \left(1 - \frac{M_n}{C}\right) - \frac{h \gamma M_n P_n}{\mu + M_n} = f(M_n, P_n), \quad (6)$$

$$P_{n+1} = P_n + \frac{h \theta M_n P_n}{\mu + M_n} - h d P_n - \frac{h \sigma M_n P_n}{\mu + M_n} = g(M_n, P_n). \quad (7)$$

Tabel 1 Titik Kesetimbangan dan Syarat-syaratnya

Titik Kesetimbangan	Syarat Eksistensi Titik	Syarat Kestabilan Lokal
$E_1 = (0,0)$	-	-
$E_2 = (C, 0)$	$C > 0$	$0 < h < \min \left\{ \frac{2}{r}, \frac{2}{\left(d + \frac{\sigma C}{\mu + C} - \frac{\theta C}{\mu + C}\right)} \right\}$ $r > 0,$ $d + \frac{\sigma C}{\mu + C} > \frac{\theta C}{\mu + C}.$ $\theta > \sigma,$ $H_1 > H_2,$ $0 < h < h_1,$ atau $\theta > \sigma,$ $H_1 = H_2,$ $Q \neq 0,$ $R \neq 0,$ $0 < h < h^*,$ atau $\theta > \sigma,$ $H_1 < H_2,$ $0 < h < h^* = \text{Re}(h_1) = \text{Re}(h_2).$
$E_3 = (m^*, p^*)$	$\theta > \sigma + d$	

3. HASIL UTAMA

3.1 Titik Kesetimbangan Model

Titik kesetimbangan model diskret *predator-prey* pada persamaan (6) dan (7) merupakan titik (M_n^*, P_n^*) yang memenuhi persamaan $f(M_n^*, P_n^*) = M_n^*$ dan $g(M_n^*, P_n^*) = P_n^*$. Titik-titik kesetimbangan model diskret *predator-prey* pada persamaan (6) dan (7) adalah:

- i. Titik kesetimbangan $E_1(M_n^*, P_n^*) = (0,0)$. Titik E_1 merepresentasikan populasi *prey* dan *predator* mengalami kepunahan.
- ii. Titik kesetimbangan $E_2(M_n^*, P_n^*) = (C, 0)$, dengan syarat $C > 0$. Titik E_2 merepresentasikan populasi *prey* lestari di alam, sedangkan populasi *predator* punah.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Baso Indar, Moh. Nurul Huda, Syaripuddin

- iii. Titik kesetimbangan $E_3(M_n^*, P_n^*) = (m^*, p^*)$, dengan syarat $\theta > \sigma + d$, di mana $m^* = \frac{d\mu}{\theta - \sigma - d}$ dan $p^* = \frac{r\mu(C(\theta - \sigma - d) - d\mu)(\theta - \sigma)}{\gamma C(\theta - \sigma - d)^2}$. Titik E_3 merepresentasikan baik populasi *prey* maupun *predator* tetap lestari di alam.

Kestabilan titik kesetimbangan telah dirangkum pada Tabel 1. Keterangan pada tabel 1 yaitu

$$\begin{aligned}
 H_1 &= \left(\frac{rm^*}{C} - \frac{\gamma m^* p^*}{(\mu + m^*)^2} \right)^2; \\
 H_2 &= 4 \left(\frac{\gamma \mu \theta m^* p^*}{(\mu + m^*)^3} - \frac{\gamma \mu \sigma m^* p^*}{(\mu + m^*)^3} \right); \\
 h^* &= \frac{-R}{2Q} = \frac{(rm^*(\mu + m^*)^2 - C\gamma m^* p^*)(\mu + m^*)}{C\gamma \mu m^* p^*(\theta - \sigma)}; \\
 h_1 &= h^* - \frac{\sqrt{R^2 - 4QS}}{2Q}; \\
 h_2 &= h^* + \frac{\sqrt{R^2 - 4QS}}{2Q}; \\
 R &= -2 \left(\frac{rm^*}{C} - \frac{\gamma m^* p^*}{(\mu + m^*)^2} \right); \\
 Q &= \frac{\gamma \mu \theta m^* p^*}{(\mu + m^*)^3} - \frac{\gamma \mu \sigma m^* p^*}{(\mu + m^*)^3}.
 \end{aligned}$$

3.2 Simulasi Numerik

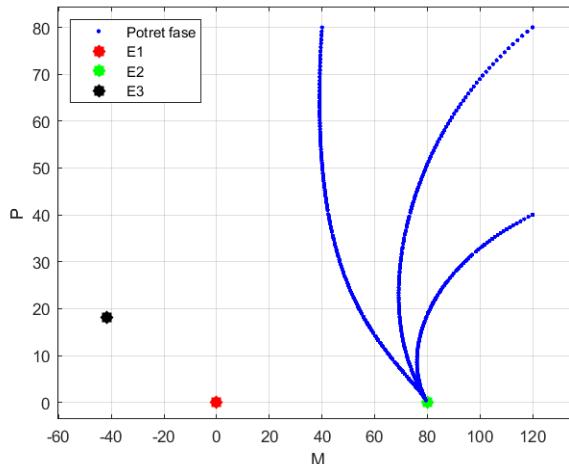
Simulasi numerik dilakukan untuk menggambarkan secara numerik model diskret *predator-prey*. Simulasi numerik terdiri dari tiga simulasi dengan pemilihan parameter dugaan / tidak berdasarkan kondisi pada alam. Nilai-nilai parameter hipotesa dipilih sehingga memenuhi syarat-syarat kestabilan lokal masing-masing titik kesetimbangan pada Tabel 1. Adapun nilai-nilai parameter yang digunakan untuk simulasi numerik ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai-nilai Parameter untuk Simulasi Numerik

Parameter	dimensi	Simulasi Numerik		
		I	II	III
r	per tahun	2	2	2
C	mass	80	80	80
γ	per tahun	1.4	1.4	1.4
θ	per tahun	0.8	0.8	0.8
μ	mass	50	50	50
d	per tahun	1	0.3	0.1
σ	per tahun	1	0.3	0.3
h	tahun	0.01	0.01	0.01

Simulasi numerik I menggunakan nilai-nilai parameter pada Tabel 2 (Simulasi numerik I) dan hasilnya adalah sebagai berikut.

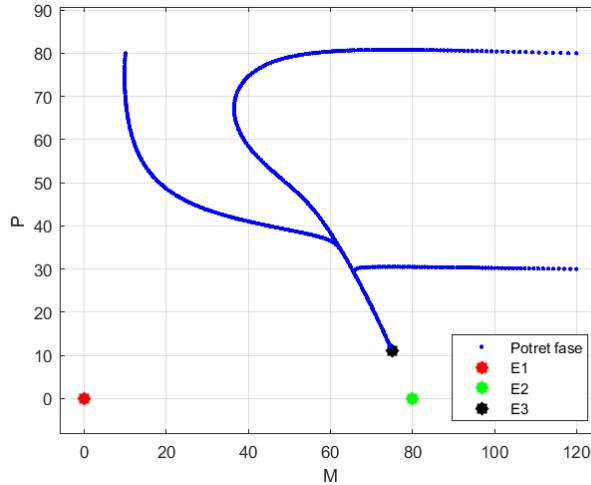
JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Baso Indar, Moh. Nurul Huda, Syaripuddin



Gambar 1: Simulasi numerik untuk kestabilan lokal titik kesetimbangan E_2 dari model (6)-(7). M menyatakan kepadatan prey dan P menyatakan kepadatan predator.

Pada Gambar 1 menunjukkan bahwa titik kesetimbangan $E_2 = (80,0)$ eksis dan bersifat stabil asimtotik. Hal ini dapat dilihat dari arah potret fase yang menuju titik E_2 . Adapun titik kesetimbangan $E_1 = (0,0)$ eksis dan bersifat tidak stabil, sedangkan titik kesetimbangan E_3 tidak eksis karena bernilai negatif, yaitu $E_3 = (-41.667, 18.1052)$.

Simulasi numerik II menggunakan nilai-nilai parameter pada Tabel 2 (Simulasi numerik II). Pada simulasi ini, parameter d dan σ yang pada simulasi sebelumnya berturut-turut bernilai 1 dan 1 diturunkan menjadi 0.3 dan 0.3. Hasil simulas dengan menggunakan nilai-nilai parameter pada Tabel 2 (Simulasi numerik II) adalah sebagai berikut.



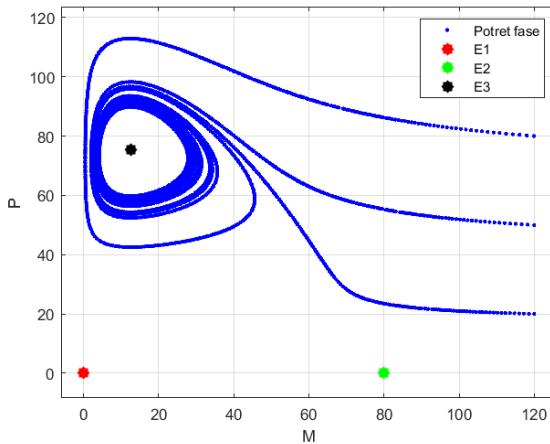
Gambar 2: Kestabilan lokal titik kesetimbangan E_3 dari model pada persamaan (6) dan (7). M menyatakan kepadatan prey dan P menyatakan kepadatan predator.

Berdasarkan Gambar 2, titik kesetimbangan $E_3 = (75, 11.1607)$ eksis dan bersifat stabil asimtotik. Hal ini dapat dilihat dari arah potret fase yang menuju titik E_3 . Adapun titik kesetimbangan $E_1 = (0,0)$ serta $E_2 = (80,0)$ eksis dan bersifat tidak stabil.

Simulasi numerik III menggunakan nilai-nilai parameter pada Tabel 2 (Simulasi numerik III). Pada simulasi ini, parameter d yang pada simulasi sebelumnya bernilai 0.3 diturunkan menjadi

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Baso Indar, Moh. Nurul Huda, Syaripuddin

0.1. Hasil simulasi dengan menggunakan nilai-nilai parameter pada Tabel 2 (Simulasi numerik III) adalah sebagai berikut.



Gambar 3: Kestabilan lokal titik kesetimbangan E_3 dari model pada persamaan (6) dan (7). M menyatakan kepadatan prey dan P menyatakan kepadatan predator.

Pada Gambar 3 menunjukkan bahwa titik kesetimbangan $E_1 = (0,0)$ serta $E_2 = (80,0)$ eksis dan bersifat tidak stabil. Gambar 3 juga menunjukkan potret fase hanya mengelilingi titik kesetimbangan $E_3 = (12.5, 75.3348)$, tetapi tidak pernah menuju titik E_3 . Kondisi ini dinamakan stabil pusat.

Simulasi numerik IV menggunakan nilai-nilai parameter pada Tabel 2 (Simulasi numerik II), tetapi khusus nilai parameter θ diganti dengan nilai taksiran hasil *curve fitting*. *Curve fitting* dilakukan dengan cara mencocokkan kurva suatu fungsi dengan data jumlah populasi pesut Mahakam, yang dalam hal ini mencocokkan kurva fungsi pertumbuhan $P(t) = P_0 e^{\theta t}$, dengan θ adalah laju pertumbuhan populasi pesut Mahakam.

Tabel 3: Data Jumlah Populasi Pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) [7].

Tahun	Populasi
2005	88
2007	84
2010	80
2012	82
2014	80
2016	80
2018	78
2019	79

Data jumlah populasi pesut Mahakam yang digunakan untuk menaksir nilai θ ditunjukkan pada Tabel 3. Penaksiran parameter θ menggunakan toolbox APPS Curve Fitting di Matlab dengan metode eksponensial. Adapun hasil *curve fitting* dengan batas kepercayaan 95% ditunjukkan pada Tabel 4.

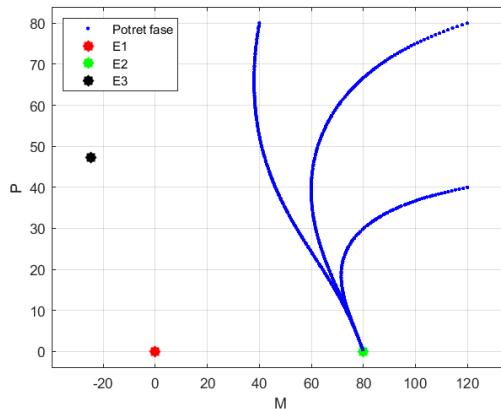
JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Baso Indar, Moh. Nurul Huda, Syaripuddin

Tabel 4: Hasil Curve Fitting

Parameter	Nilai
θ	−0.007
P_0	1.074×10^8

Hasil penaksiran parameter didapatkan koefisien determinasi $R^2 = 0.7886$ dan nilai parameter $\theta = -0.007$.

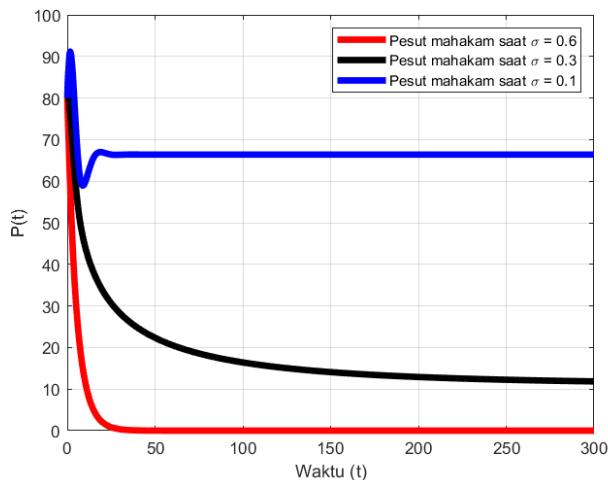
Hasil simulasi dengan menggunakan nilai parameter $\theta = -0.007$ adalah sebagai berikut.



Gambar 4: Kestabilan lokal titik kesetimbangan E_2 dari model pada persamaan (6) dan (7). M menyatakan kepadatan prey dan P menyatakan kepadatan predator.

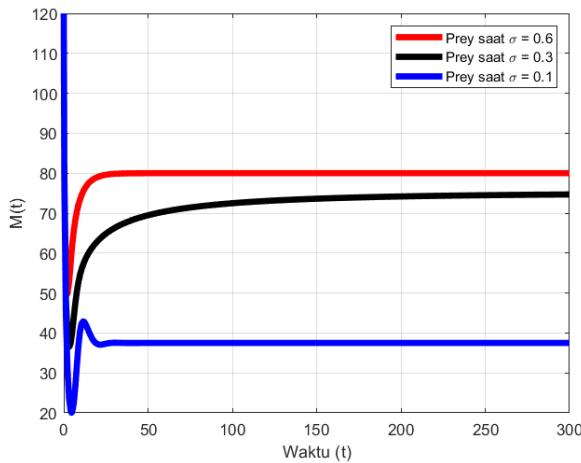
Pada Gambar 4 menunjukkan bahwa titik kesetimbangan $E_1 = (0,0)$ eksis dan bersifat tidak stabil, sedangkan titik kesetimbangan E_3 tidak eksis karena bernilai negatif yaitu $E_3 = (-24.7117, 47.2854)$. Gambar 4 juga menunjukkan titik kesetimbangan $E_2 = (80,0)$ eksis dan bersifat stabil asimtotik, dengan arah potret fase yang menuju titik E_2 .

Simulasi numerik V menggunakan nilai-nilai parameter pada Tabel 2 (Simulasi numerik II), tetapi dilakukan pengubahan pada nilai parameter laju efek racun atau σ untuk melihat pengaruh efek racun terhadap jumlah populasi pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) sebagai *predator*, dan *prey* dari pesut Mahakam. Pengaruh pengubahan nilai parameter σ terhadap jumlah populasi pesut Mahakam dan *prey* disajikan pada Gambar 5 dan Gambar 6.



Gambar 5: Pengaruh nilai σ terhadap jumlah populasi pesut Mahakam P menyatakan kepadatan predator dan waktu menyatakan tahun..

Pada Gambar 5 menunjukkan pengaruh racun terhadap jumlah populasi pesut Mahakam. Jika nilai parameter σ semakin besar, maka jumlah populasi pesut Mahakam semakin berkurang. Saat $\sigma = 0.1$, maka jumlah populasi pesut Mahakam atau $P_n^* = 66.40625$. Saat $\sigma = 0.3$, maka jumlah populasi pesut Mahakam atau $P_n^* = 11.1607$. Saat $\sigma = 0.6$, maka jumlah populasi pesut Mahakam atau $P_n^* = 0$.



Gambar 6: Pengaruh nilai σ terhadap jumlah populasi prey. M menyatakan kepadatan prey dan waktu menyatakan tahun.

Pada Gambar 6 menunjukkan pengaruh racun terhadap jumlah populasi prey. Jika nilai parameter σ semakin besar, maka jumlah populasi prey semakin bertambah. Saat $\sigma = 0.1$, maka jumlah populasi prey atau $M_n^* = 37.5$. Saat $\sigma = 0.3$, maka jumlah populasi prey atau $M_n^* = 75$. Saat $\sigma = 0.6$, maka jumlah populasi prey atau $M_n^* = C = 80$.

4. Kesimpulan

Penelitian ini mengkaji model diskret *predator-prey* antara populasi pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) dan populasi prey dari pesut Mahakam. Model diskret tersebut merupakan hasil diskritisasi model kontinu *predator-prey* yang merujuk pada model *predator-prey* dari penelitian [11]. Penentuan titik kesetimbangan menunjukkan bahwa model diskret *predator-prey* antara populasi pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) dan populasi prey dari pesut Mahakam memiliki tiga titik kesetimbangan. Adapun tiga titik kesetimbangan tersebut antara lain titik kesetimbangan E_1 yang merupakan titik kepunahan bagi *predator* dan *prey*, titik kesetimbangan E_2 yang merupakan titik kepunahan bagi *predator*, dan titik kesetimbangan E_3 yang merupakan titik kelestarian bagi *predator* dan *prey*. Analisis kestabilan pada titik kesetimbangan menunjukkan bahwa titik kesetimbangan E_1 selalu bersifat tidak stabil, sedangkan titik kesetimbangan E_2 dan E_3 bersifat stabil jika syarat-syarat kestabilan lokal masing-masing titik terpenuhi. Simulasi numerik telah dilakukan dan menunjukkan kesesuaian dengan hasil analisis pada titik kesetimbangan. Kontribusi nyata pada penelitian ini diharapkan untuk instansi pemerhati lingkungan, sebagai bahan pertimbangan dalam menentukan penanganan konservasi Pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) sebagai satwa yang terancam punah di Kalimantan Timur Indonesia.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Baso Indar, Moh. Nurul Huda, Syaripuddin

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Aisyah, Dharmadi, Nasution, S.H., Oktaviani, D., Hartoto, D.I., 2007. Kondisi Kualitas Air Habitat Pesut Mahakam (*Orcaella brevirostris*) Di Wilayah Daerah Aliran Sungai Mahakam, Kalimantan Timur. *Jurnal Penelitian Perikanan Indonesia*. Vol 14. No 1. 47-53.
- [2] Budi, T., Krisnamurti, G.C., To'bungan, N. ,2023. Analisis Bioinformatika NADH2 sebagai Penanda Seleksi Adaptif Pesut Perairan Tawar dan Pesisir. *Biota: Jurnal Ilmiah Ilmu-Ilmu Hayati*. Vol 8. No 8. 30-39.
- [3] Haque, M., and Sarwardi, S., 2016. Effect of toxicity on a harvested fishery model. *Modeling Earth Systems and Environment*, Vol. 2, No.3, 1–10. doi: 10.1007/s40808-016-0175-x.
- [4] Huda, M. N., Amijaya, F. D. T. and Purnamasari, I., 2020. The Effect of Harvesting Activities on Prey-Predator Fishery Model With Holling Type II in Toxicant Aquatic Ecosystem, *Australian Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 17, No.2, 1–11.
- [5] Jefferson, T. A. et al., 2016. *Orcaella brevirostris (Mahakam River subpopulation), Irrawaddy Dolphin*, The IUCN Red List of Threatened Species 2008 (Errata version 2016), e.T39428A9, 2–11.
- [6] Kreb, D. et al., 2010. *Final Workshop Report : Establishing protected areas for Asian freshwater cetaceans*, October.
- [7] Kreb, D. dan Budiono.,2019. *Laporan Teknis Akhir Survei Monitoring Pesut Mahakam dan Kualitas Air Periode Agustus 2018 – Mei 2019*. [Laporan]. Samarinda, Yayasan Konservasi RASI.
- [8] Kreb, D., 2023. Abundance of freshwater Irrawaddy dolphins in the Mahakam River in East Kalimantan, Indonesia, based on mark-recapture analysis of photo-identified individuals. *Journal of Cetacean Research and Management*. Vol 6. No 3. 269-277.
- [9] Liu, W., Cai, D. and Shi, J., 2018. Dynamic behaviors of a discrete-time predator-prey bioeconomic system, *Advances in Difference Equations*. Vol. 2018, No. 1, 1–22. doi: 10.1186/s13662-018-1592-0.
- [10] Lv, Y. et al., 2010. Harvesting of a phytoplankton-zooplankton model, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*. Vol. 11, No.5, 3608–3619. doi: 10.1016/j.nonrwa.2010.01.007.
- [11] Ndii, M. Z., 2018. ‘*Pemodelan matematika Dinamika Populasi dan Penyebaran Penyakit*’, Deepublish.
- [12] Noor, I. Y., 2016. *Pesut Mahakam, Profil, Peluang Kepunahan dan Upaya Konservasinya*, Bidang Inventarisasi Daya Dukung Daya Tampung Sumber Daya Alam dan Lingkungan Hidup , P3E Kalimantan.
- [13] Nur, M.M., Azmi, M., Abidin, S., 2020. Sejarah Konservasi Pesut Mahakam Di Desa Pela Kabupaten Kutai Kartanegara 1970-2020. *LANGGONG: Jurnal Ilmu Sosial dan Humaniora*.Vol 1. No 2. 74-90.
- [14] Saha, T. and Bandyopadhyay, M., 2009. Dynamical analysis of toxin producing Phytoplankton-Zooplankton interactions, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, Vol. 10, No. 1, 314–332. doi: 10.1016/j.nonrwa.2007.09.001.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Baso Indar, Moh. Nurul Huda, Syaripuddin

- [15] Rosmini, R., Zainuddin,Z., Aini, S.N., 2022. Legal Protection of Mahakam Dolphins Through Water Conservation Areas in Kutai Kartanegara Regency. *Substantive Justice International Journal of Law*. Vol 5. No 1, 1-10.
- [16] Suzyanna, 2013. Interaksi Antara Predator-Prey dengan Faktor Pemanen Prey, *Journal of Scientific Modeling & Computation*, Vol 1. No. 1, 58–66.
- [17] Zhuang, K. and Wen, Z., 2011. Dynamical behaviors in a discrete predator-prey model with a prey refuge, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, Vol. 80, No. 8, 679–681.