

Return Level Estimation in Spatial Extreme Value Modeling of Bali Sea Currents Velocity using The Smith and Brown-Resnick Max-Stable Process Approach

Estimasi *Return Level* pada Pemodelan *Spatial Extreme Value* Kecepatan Arus Laut Bali dengan Pendekatan *Max-Stable Process* Model *Smith* dan *Brown-Resnick*

Nyoman Gede Trisna Sanjaya^{1*}, Pratnya Paramitha Oktaviana^{2*}, Galuh Oktavia Siswono^{3*}

**Departemen Aktuaria, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember*
Email: ¹trisananjaya2@gmail.com, ²paramita@statistika.its.ac.id, ³galuh@aktuaria.its.ac.id

Abstract

Bali is the world's second most popular tourist destination in 2023. One of the best tourisms is the beauty of its coasts. Even though it is the best tourism destination, it is not uncommon for disasters to occur in the coastal areas of Bali. One important factor in the occurrence of coastal disasters from waters such as tidal flooding and abrasion is ocean currents. Spatial analysis of sea currents velocity was carried out using the Smith and Brown-Resnick Max-Stable Process Approach. The purpose of this study was to determine parameter estimation and comparison of the results of Spatial Extreme Value modeling with the Smith and Brown-Resnick Max-Stable Process approach, and to determine the Return Level of Bali Sea current velocity for the same period after data testing with the best model. The data used is daily data for the period March 2, 2017 to December 30, 2020. Extreme data selection with Block Maxima uses 14 daily blocks, so there are 100 blocks for each water location. The proportion of training and testing data is 80:20. The training data follows the Generalized Extreme Value distribution and has no pattern trend (stationary). The results of the extremal coefficient measurements ranged from 1.18604 to 1.59485 indicating a fairly strong dependency between locations. The best trend surface model is a model that only has longitude coordinates on the location parameter and latitude on the scale parameter. The estimated value of the spatial parameters of the Smith model tends to be greater than that of the Brown-Resnick model. The Root Mean Square Error and Mean Absolute Percentage Error for the Smith model are 0.15503 and 7.75076%. Meanwhile, the Brown-Resnick model is 0.29576 and 14.12131%. Return Level values for the same period after data testing are classified as strong currents and are respectively 1.20586 m/s, 1.63592 m/s, 1.51322 m/s and 2.13233 m/s for Serangan, Gianyar,



JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia Siswono

Nusa Dua, and Nusa Lembongan Waters. Information on estimated Return Levels is expected to be a consideration that can be used by related agencies such as the Coastal and Marine Resources Management Agency (BPSPL) and the Bali Province Regional Disaster Management Agency (BPBD) as a coastal disaster mitigation effort to make it more effective, efficient and on target.

Keywords: Brown-Resnick Model, Max-Stable Process, Return Level, Sea Currents Velocity, Smith Model.

Abstrak

Bali merupakan destinasi pariwisata terpopuler kedua di dunia pada 2023. Salah satu pariwisata terbaik adalah keindahan pesisir pantainya. Walaupun menjadi destinasi pariwisata terbaik, namun tidak jarang terjadi bencana di wilayah pesisir pantai Bali. Salah satu faktor penting terjadinya bencana pesisir dari perairan seperti banjir rob dan abrasi adalah arus laut. Analisis spasial kecepatan arus Laut Bali dilakukan dengan metode *Spatial Extreme Value* pendekatan *Max-Stable Process* model *Smith* dan *Brown-Resnick*. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui estimasi parameter dan perbandingan hasil pemodelan *Spatial Extreme Value* dengan pendekatan *Max-Stable Process* model *Smith* dan *Brown-Resnick*, serta mengetahui *Return Level* kecepatan arus Laut Bali periode yang sama setelah data *testing* dengan model terbaik. Data yang digunakan adalah data harian periode 2 Maret 2017 - 30 Desember 2020. Pemilihan data ekstrem menggunakan *Block Maxima* dengan blok 14 harian untuk tiap lokasi perairan. Proporsi data *training* dan *testing* adalah 80:20. Data *training* mengikuti distribusi *Generalized Extreme Value* dan tidak memiliki tren pola. Hasil pengukuran koefisien ekstremal berkisar di antara 1,18604 - 1,59485 menunjukkan dependensi antarlokasi cukup kuat. Model *trend surface* terbaik adalah model yang hanya memiliki faktor koordinat *longitude* pada parameter *location* dan *latitude* pada parameter *scale*. Nilai estimasi parameter spasial model *Smith* cenderung lebih besar dibandingkan model *Brown-Resnick*. Nilai *Root Mean Square Error* dan *Mean Absolute Percentage Error* model *Smith* sebesar 0,15503 dan 7,75076%. Sedangkan model *Brown-Resnick* sebesar 0,29576 dan 14,12131%. Nilai *Return Level* periode yang sama setelah data *testing* tergolong arus kuat dan berturut-turut sebesar 1,20586 m/s, 1,63592 m/s, 1,51322 m/s, dan 2,13233 m/s untuk Perairan Serangan, Gianyar, Nusa Dua, dan Nusa Lembongan. Informasi estimasi *Return Level* diharapkan menjadi pertimbangan yang dapat digunakan oleh instansi terkait seperti Balai Pengelolaan Sumberdaya Pesisir dan Laut (BPSPL) dan Badan Penanggulangan Bencana Daerah (BPBD) Provinsi Bali sebagai upaya mitigasi bencana pesisir agar lebih efektif, efisien, dan tepat sasaran.

Keywords: Kecepatan Arus Laut, *Max-Stable Process*, Model *Brown-Resnick*, Model *Smith*, *Return Level*.

1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Bali merupakan surga pariwisata mancanegara yang diidamkan oleh masyarakat dunia. Dalam penghargaan *Traveler's Choice Award for Destinations* versi Tripadvisor, Bali menjadi destinasi pariwisata terpopuler kedua di dunia pada 2023 [15]. Salah satu pariwisata terbaik adalah keindahan pesisir pantainya. Bali bagian selatan merupakan pusat destinasi pariwisata Bali dengan keindahan pemandangan laut dan pesisir pantai [5]. Walaupun menjadi destinasi pariwisata terbaik, namun tidak jarang terjadi bencana di wilayah pesisir pantai Bali. Karakter

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

pantai di Bali Selatan memiliki tingkat abrasi yang tinggi, serta Bali bagian Timur sekitar Gianyar memiliki gelombang yang kuat [20]. Menurut Peraturan Pemerintah (PP) Nomor 64 Tahun 2010 tentang Mitigasi Bencana di Wilayah Pesisir dan Pulau-Pulau Kecil, bencana pesisir adalah bencana yang dapat diakibatkan oleh peristiwa alam seperti banjir, tsunami, gelombang ekstrem, kenaikan paras muka air laut, dan abrasi [9]. Salah satu faktor penting terjadinya bencana pesisir adalah arus laut. Arus laut merupakan salah satu faktor oseanografi yang kecepatannya dipengaruhi oleh kedalaman arus, kecepatan angin, dan pasang surut air laut [21].

Upaya mitigasi dan preventif terhadap bencana pesisir dapat dilakukan secara efektif dan efisien dengan mengidentifikasi dan memprediksi kecepatan arus laut ekstrem di Laut Bali. *Spatial Extreme Value* (SEV) digunakan sebagai metode analisis kejadian ekstrem multivariat dan melibatkan unsur spasial. SEV merupakan perkembangan dari *Extreme Value Theory* (EVT) yang terbatas pada kejadian ekstrem univariat. SEV dapat diterapkan pada berbagai kasus kejadian ekstrem. Prediksi curah hujan pada tujuh pos pengukuran di Kabupaten Lamongan yang diduga memiliki data curah hujan bersifat homogen pada setiap pos merupakan salah satu analisis kejadian ekstrem [17]. Demikian juga data kecepatan arus laut, artinya bahwa dalam satu zona yaitu Laut Bali, kecepatan arus laut di suatu lokasi dengan lokasi lainnya memiliki karakteristik yang sama, dengan kata lain terdapat dependensi lokasi yang perlu diperhitungkan sehingga pada penelitian ini unsur spasial dilibatkan.

Terdapat beberapa metode dalam analisis kejadian ekstrem menggunakan SEV, diantaranya adalah pendekatan *Copula* yang dilakukan oleh Davison, Padoan, dan Ribatet [3]. Cooley, Nychka, dan Naveau meneliti mengenai presipitasi ekstrem spasial di Colorado menggunakan pendekatan *Hierarchical Bayesian* [2]. Selain itu, terdapat metode *Max-Stable Process* (MSP) yang dikemukakan dan dikembangkan oleh beberapa peneliti lain. Penerapan metode MSP dapat ditemukan pada penelitian yang dilakukan oleh Hakim dan Ribatet pada data curah hujan [7]-[16]. MSP merupakan pengembangan dari distribusi ekstrem multivariat ke dimensi tak hingga (*infinite dimensional*). Metode ini paling sering digunakan untuk estimasi *Return Level* pada kejadian ekstrem spasial dengan mentransformasikan distribusi marjinal nilai ekstrem ke dalam distribusi *Frechet* yang merupakan salah satu tipe dari distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) melalui pendekatan *Block Maxima*. Tidak hanya pada kasus curah hujan, SEV dapat diterapkan untuk kasus arus laut mengenai kecepatan dan arah arus permukaan laut di Selat Bali [14]. Analisis dilakukan untuk memprediksi kecepatan dan arah arus permukaan laut menggunakan *Long short-term Memory* (LSTM). Hasil penelitian menunjukkan komponen u (timur-barat) dan v (utara-selatan) memiliki sedikit *hidden layer*, *batch size* yang kecil, dan *learn rate drop* yang lebih baik, serta nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang dihasilkan paling kecil. *Return level* merupakan nilai ambang maksimum yang diharapkan dilampaui satu kali dalam periode waktu ulang tertentu. Informasi *Return Level* berguna dalam meminimalisir dampak-dampak yang disebabkan oleh kejadian ekstrem seperti banjir rob dan abrasi [11].

Berdasarkan penelitian terdahulu, belum ditemukan unsur spasial dalam analisis arus ekstrem Laut Bali. Penelitian ini menganalisis SEV menggunakan pendekatan MSP model *Smith* dan *Brown-Resnick* dengan data kecepatan arus laut dari empat lokasi perairan Laut Bali, yaitu perairan Serangan, Gianyar, Nusa Dua, dan Nusa Lembongan. Data diperoleh dari *Copernicus Marine Environment Monitoring Service* (CMEMS). Pengambilan sampel data ekstrem menggunakan metode *Block Maxima* (BM) dengan *fitting* distribusi GEV [1]. Selanjutnya data ekstrem akan ditransformasi ke unit margin *Frechet*, kemudian akan dihitung koefisien ekstremal untuk mengukur tingkat dependensi antar lokasi, menyusun serta menentukan model *trend surface* terbaik, dan dilanjutkan dengan estimasi parameter secara spasial. Validasi model menggunakan MAPE dan *Root Mean Square Error* (RMSE) untuk periode data *testing* [10].

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

Perhitungan *Return Level* dengan model terbaik diharapkan menjadi informasi yang dapat digunakan oleh instansi terkait seperti Balai Pengelolaan Sumberdaya Pesisir dan Laut (BPSPL) dan Badan Penanggulangan Bencana Daerah (BPBD) Provinsi Bali sebagai upaya mitigasi bencana pesisir.

1.2 Studi Literatur

SEV merupakan perkembangan dari EVT, yang semula bersifat univariat menjadi multivariat dengan melibatkan data dengan unsur spasial. Langkah pertama dalam pemodelan EVT adalah menentukan nilai ekstrem. Pendekatan yang digunakan yaitu *Block Maxima* (BM). BM mengidentifikasi nilai ekstrem dengan cara membagi data pengamatan secara merata berdasarkan periode tertentu sehingga akan terbentuk beberapa blok periode. Dari masing-masing blok tersebut, diambil nilai maksimum yang disebut dengan nilai ekstrem. data sampel nilai ekstrem yang diambil dari metode *block maxima* akan mengikuti distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) yang memiliki *Cumulative Distribution Function* (CDF) seperti persamaan berikut [11].

$$F(y; \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \exp\left(-\left[1 + \xi \frac{(y - \mu)}{\sigma}\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right), & -\infty < y < \infty; \xi \neq 0; \\ \exp\left(-\exp\left[-\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right)\right]\right), & -\infty < y < \infty; \xi = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Dengan y adalah nilai ekstrem, $\hat{\mu}$ adalah parameter lokasi (*location*), $\hat{\sigma}$ adalah parameter skala (*scale*), dan $\hat{\xi}$ adalah parameter bentuk (*shape*). Jika $\hat{\xi} > 0$ maka mengikuti distribusi *Frechet*, jika $\hat{\xi} = 0$ maka mengikuti distribusi *Gumbel*, dan jika $\hat{\xi} < 0$ maka mengikuti distribusi *Weibull*. Langkah selanjutnya dilakukan estimasi parameter distribusi GEV menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan memaksimalkan fungsi *likelihood*. Berikut merupakan tahapan estimasi parameter GEV dengan MLE [11]:

1. Mengambil n sampel *random* $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

$$x_i \sim f(x_i, (\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})), i = 1, 2, 3, \dots, n$$

2. Membuat fungsi *likelihood* GEV

$$L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi}) = \left(\frac{1}{\hat{\sigma}}\right)^n \prod_{i=1}^n \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right)\right]^{-\frac{1}{\hat{\xi}} - 1} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right)\right]^{-\frac{1}{\hat{\xi}}}\right) \quad (2)$$

3. Membuat fungsi \ln *likelihood* GEV untuk mempermudah perhitungan MLE

$$\ln L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi}) = -n \ln(\hat{\sigma}) - \left(\frac{1}{\hat{\xi}} + 1\right) \sum_{i=1}^n \ln \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right)\right] - \sum_{i=1}^n \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right)\right]^{-\frac{1}{\hat{\xi}}} \quad (3)$$

4. Memaksimalkan fungsi \ln *likelihood* GEV dengan menurunkan fungsi terhadap parameter $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}$, dan $\hat{\xi}$.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})}{\partial \hat{\mu}} &= \left(\frac{1 + \hat{\xi}}{\hat{\sigma}} \right) \sum_{i=1}^n \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \right]^{-1} - \\ &\quad \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^n \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \right]^{\frac{1}{\hat{\xi}} - 1} \sum_{i=1}^n \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \right]^{-\frac{1}{\hat{\xi}}} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})}{\partial \hat{\sigma}} &= -\frac{n}{\hat{\sigma}} + (1 + \hat{\xi}) \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}^2} \right) \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \right]^{-1} - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}^2} \right) \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \right]^{-\frac{1}{\hat{\xi}} - 1} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})}{\partial \hat{\xi}} &= \frac{1}{\hat{\xi}^2} \sum_{i=1}^n \ln \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \right] - \left(\frac{1}{\hat{\xi}} + 1 \right) \sum_{i=1}^n \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \right]^{-1} - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \right]^{-\frac{1}{\hat{\xi}}} \left[\frac{1}{\hat{\xi}^2} \sum_{i=1}^n \ln \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \right] - \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{\hat{\xi}} \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right)}{1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right)} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

Persamaan 4, 5, dan 6 tidak *closed form* yang berarti tidak dapat diubah ke dalam bentuk yang dapat mengestimasi parameter GEV. Maka perlu dilakukan analisis numerik dengan metode *Broyden-Fletcher Goldfarb-Shanno* (BFGS) *Quasi Newton* untuk mendapatkan estimasi parameter GEV [4].

Sedangkan pada data spasial, hal utama yang membedakan adalah adanya dependensi antar lokasi, dimana kejadian pada suatu lokasi yang berdekatan cenderung memiliki kaitan dibandingkan kejadian pada lokasi yang berjauhan. Pendekatan SEV yang digunakan pada penelitian ini adalah MSP. Dikatakan *max-stable* jika dan hanya jika suatu fungsi distribusi $Y(s)$ berdistribusi GEV [11]. Misalkan s suatu himpunan acak dan $\{Y_i(s)\}_{s \in S}, i = 1, 2, \dots, n$ dimana n merupakan replikasi independen suatu proses stokastik kontinu. Jika nilai limit ada (*exist*), maka proses limit $Y(s)$ merupakan MSP. Proses ini dapat diperoleh dengan menstandarisasi $\{Y(s)\}_{s \in S}$ sehingga diperoleh:

$$\{Z(s)\}_{s \in S} = \left\{ 1 + \frac{\hat{\xi}(s)(Y(s) - \hat{\mu}(s))}{\hat{\sigma}(s)} \right\}_+^{\frac{1}{\hat{\xi}(s)}}, s \in S \quad (7)$$

Dengan $\hat{\mu}(s)$, $\hat{\xi}(s)$, dan $\hat{\sigma}(s)$ adalah parameter distribusi SEV. Proses Z juga merupakan MSP dan merupakan persamaan yang digunakan untuk mentransformasi sampel data ekstrem ke unit margin *Frechet Z* [11]-[18].

Pendekatan MSP memiliki beberapa model. Penelitian ini menggunakan model *Smith* dan *Brown-Resnick*. Kedua model tersebut memiliki CDF yang sama, yaitu:

$$F(z_c, z_d) = \exp \left[-\frac{1}{z_c} \Phi \left(\frac{a(h_{c,d})}{2} + \frac{1}{a(h_{c,d})} \log \frac{z_d}{z_c} \right) - \frac{1}{z_d} \Phi \left(\frac{a(h_{c,d})}{2} + \frac{1}{a(h_{c,d})} \log \frac{z_c}{z_d} \right) \right] \quad (8)$$

Dengan Φ adalah CDF normal standar, $h_{c,d}$ adalah vektor jarak antara dua lokasi yaitu $(s_c - s_d)^T$, z_c adalah nilai z lokasi ke- c , dan z_d adalah nilai z lokasi ke- d . Perbedaan untuk setiap

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

model MSP terletak pada $a(h_{c,d})$. Model Smith memiliki $a(h_{c,d}) = \sqrt{h^T \Sigma^{-1} h}$, dengan Σ adalah matriks kovarian [7]. Model Brown-Resnick memiliki $a(h_{c,d}) = \sqrt{2\gamma(h_{c,d})}$, dengan $\gamma(h_{c,d}) = \frac{1}{2} \text{var}(z_c - z_d)$ yang merupakan koefisien semivariogram [11].

Mengukur dependensi antar data secara spasial merupakan hal utama dalam pemodelan spasial. Salah satunya menggunakan koefisien ekstremal. Koefisien ekstremal dapat mengukur tingkat dependensi data antara lokasi satu dengan lokasi lainnya. Dependensi ekstremal merepresentasikan keterkaitan antar nilai ekstrem setiap lokasi [3]. Fungsi koefisien ekstremal ditunjukkan pada persamaan berikut [17].

$$\theta(h)_{SM} = 2\Phi\left(\frac{a(h_{c,d})}{2}\right) \quad (9)$$

Dengan $h_{c,d} = \sqrt{(\text{lon}_c - \text{lon}_d)^2 + (\text{lat}_c - \text{lat}_d)^2}$. Koefisien ekstremal memiliki nilai yang berkisar $1 \leq \theta(h) \leq 2$. Ketika nilai mendekati 1 maka dikatakan *complete dependence*, sedangkan *independence* ketika mendekati 2 [12].

Estimasi parameter untuk analisis ekstrem multivariat dapat menggunakan *Maximum Pairwise Likelihood Estimation* (MPLE). MPLE adalah metode estimasi parameter yang menggunakan fungsi *pairwise* (berpasangan) dari dua variabel. Seperti halnya metode MLE, MPLE dilakukan dengan menurunkan satu kali fungsi *ln likelihood* terhadap parameter yang diestimasi dan menyamakannya dengan nol [3]. Parameter distribusi GEV mengikuti model *trend surface* yang mempunyai bentuk persamaan model regresi berganda dengan lintang (*latitude*) dan bujur (*longitude*) sebagai variabel penjelas. Model *trend surface* dinyatakan sebagai berikut [16].

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(s) &= \hat{\beta}_{\mu,0} + \hat{\beta}_{\mu,1}(\text{lon}) + \hat{\beta}_{\mu,2}(\text{lat}) \\ \hat{\sigma}(s) &= \hat{\beta}_{\sigma,0} + \hat{\beta}_{\sigma,1}(\text{lon}) + \hat{\beta}_{\sigma,2}(\text{lat}) \\ \hat{\xi}(s) &= \hat{\beta}_{\xi,0} \end{aligned} \quad (10)$$

Proses estimasi parameter $\hat{\beta}_{\mu}$, $\hat{\beta}_{\sigma}$, dan $\hat{\beta}_{\xi}$ berdasarkan *Probability Density Function* (PDF) dari masing-masing model MSP menggunakan MPLE. Metode MPLE menggantikan fungsi $L(\hat{\beta})$ pada MLE dengan fungsi *pairwise likelihood* $L_p(\hat{\beta})$ yang didefinisikan pada persamaan berikut:

$$L_p(\hat{\beta}; z) = \prod_{i=1}^n \prod_{c=1}^{m-1} \prod_{d=c+1}^m f(z_{ci}, z_{di}; \hat{\beta}) \quad (11)$$

Dengan $f(z_{ci}, z_{di}; \hat{\beta})$ merupakan PDF bivariat proses *max-stable* marginal *Frechet* dengan parameter β , dimana z_{ci} dan z_{di} merupakan nilai z ke- i pada lokasi ke- c dan ke- d [7]. Berikut merupakan proses MPLE:

1. Menyusun PDF model MSP berdasarkan CDF pada Persamaan 8. Menurunkan CDF model terhadap variabel yang terlibat yaitu z_c dan z_d .

$$f(z_c, z_d; \hat{\beta}) = \frac{\partial^2}{\partial z_c \partial z_d} F(z_{ci}, z_{di}; \hat{\beta}) \quad (12)$$

2. Menyusun fungsi *pairwise likelihood* dari PDF model MSP seperti pada Persamaan 11.
3. Menyusun fungsi *ln pairwise likelihood*.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

4. Penurunan fungsi *ln pairwise likelihood* terhadap parameter $\hat{\beta}_{\mu}$, $\hat{\beta}_{\sigma}$, dan $\hat{\beta}_{\xi}$, kemudian menyamakannya dengan nol.

Persamaan yang dihasilkan berupa persamaan tidak *closed form* yang berarti tidak dapat diubah ke dalam bentuk yang dapat mengestimasi parameter spasial. Maka estimasi parameter dilanjutkan dengan analisis numerik [11].

Pemilihan model *trend surface* terbaik menggunakan *Takeuchi Information Criterion* (TIC). TIC merupakan pengembangan dari *Akaike Information Criterion* (AIC) yang memperhatikan fungsi berpasangan. Model *trend surface* merupakan model linier yang mengkombinasikan variabel koordinat suatu lokasi berupa variabel *longitude* dan *latitude* dengan contoh model yang disajikan pada Persamaan 10. Hanya sembilan kombinasi model *trend surface* pada Tabel 1.1 yang dapat terbentuk dari kombinasi koordinat lokasi, yaitu *longitude* dan *latitude*. Kombinasi model *trend surface* terbaik dari sembilan kombinasi model pada Tabel 1.1 digunakan untuk mengestimasi nilai *return level* [7].

Tabel 1.1 Kombinasi Model *Trend Surface*

| No | $\hat{\mu}(s)$ | $\hat{\sigma}(s)$ | $\hat{\xi}(s)$ |
|----|---|--|-----------------------|
| 1 | $\hat{\beta}_{\mu,0} + \hat{\beta}_{\mu,1}(lon) + \hat{\beta}_{\mu,2}(lat)$ | $\hat{\beta}_{\sigma,0} + \hat{\beta}_{\sigma,1}(lon) + \hat{\beta}_{\sigma,2}(lat)$ | $\hat{\beta}_{\xi,0}$ |
| 2 | $\hat{\beta}_{\mu,0} + \hat{\beta}_{\mu,1}(lon) + \hat{\beta}_{\mu,2}(lat)$ | $\hat{\beta}_{\sigma,0} + \hat{\beta}_{\sigma,1}(lon)$ | $\hat{\beta}_{\xi,0}$ |
| 3 | $\hat{\beta}_{\mu,0} + \hat{\beta}_{\mu,1}(lon) + \hat{\beta}_{\mu,2}(lat)$ | $\hat{\beta}_{\sigma,0} + \hat{\beta}_{\sigma,2}(lat)$ | $\hat{\beta}_{\xi,0}$ |
| 4 | $\hat{\beta}_{\mu,0} + \hat{\beta}_{\mu,1}(lon)$ | $\hat{\beta}_{\sigma,0} + \hat{\beta}_{\sigma,1}(lon) + \hat{\beta}_{\sigma,2}(lat)$ | $\hat{\beta}_{\xi,0}$ |
| 5 | $\hat{\beta}_{\mu,0} + \hat{\beta}_{\mu,1}(lon)$ | $\hat{\beta}_{\sigma,0} + \hat{\beta}_{\sigma,1}(lon)$ | $\hat{\beta}_{\xi,0}$ |
| 6 | $\hat{\beta}_{\mu,0} + \hat{\beta}_{\mu,1}(lon)$ | $\hat{\beta}_{\sigma,0} + \hat{\beta}_{\sigma,2}(lat)$ | $\hat{\beta}_{\xi,0}$ |
| 7 | $\hat{\beta}_{\mu,0} + \hat{\beta}_{\mu,2}(lat)$ | $\hat{\beta}_{\sigma,0} + \hat{\beta}_{\sigma,1}(lon) + \hat{\beta}_{\sigma,2}(lat)$ | $\hat{\beta}_{\xi,0}$ |
| 8 | $\hat{\beta}_{\mu,0} + \hat{\beta}_{\mu,2}(lat)$ | $\hat{\beta}_{\sigma,0} + \hat{\beta}_{\sigma,1}(lon)$ | $\hat{\beta}_{\xi,0}$ |
| 9 | $\hat{\beta}_{\mu,0} + \hat{\beta}_{\mu,2}(lat)$ | $\hat{\beta}_{\sigma,0} + \hat{\beta}_{\sigma,2}(lat)$ | $\hat{\beta}_{\xi,0}$ |

Kombinasi model dengan nilai TIC terkecil dipilih sebagai kombinasi model *trend surface* terbaik. TIC didefinisikan dengan persamaan sebagai berikut.

$$TIC = -2 \left[L_p(\hat{\beta}; z) - tr \left\{ J(\hat{\beta}) \mathbf{H}(\hat{\beta})^{-1} \right\} \right] \quad (13)$$

Dengan $\mathbf{H}(\hat{\beta})^{-1} = -\lim_{n \rightarrow \infty} n^{-1} \frac{\partial^2 \ell_p(\hat{\beta}; z)}{\partial(\hat{\beta}) \partial(\hat{\beta})^T}$ menunjukkan varians parameter yang diestimasi dan

$$J(\hat{\beta}) = -\sum_{c=1}^{m-1} \sum_{d=c+1}^m \frac{\partial^2 \log f(z_c, z_d; \hat{\beta})}{\partial(\hat{\beta})} \frac{\partial^2 \log f(z_c, z_d; \hat{\beta})}{\partial(\hat{\beta})^T}$$
 menunjukkan *square score statistic*.

Seperti halnya pada AIC, pada dasarnya TIC juga menggunakan konsep entropi informasi, yaitu menggambarkan bias dan varians dalam konstruksi model [7].

Setelah mendapatkan model terbaik, langkah terakhir adalah memprediksi nilai *Return level* (tingkat pengembalian). *Return level* adalah nilai maksimum yang dapat dicapai dalam periode tertentu. *Return level* pada lokasi (*s*) tertentu disimbolkan sebagai $\hat{z}_p(s)$ yang diestimasi dengan persamaan berikut.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

$$\hat{z}_p(s) = \hat{\mu}(s) - \frac{\hat{\sigma}(s)}{\hat{\xi}(s)} \left(1 - \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{K} \right) \right]^{-\hat{\xi}(s)} \right) \quad (14)$$

Dengan $\hat{\mu}(s)$, $\hat{\sigma}(s)$, dan $\hat{\xi}(s)$ adalah nilai estimasi parameter *location scale*, dan *shape* pada lokasi (s) tertentu. K merupakan jumlah blok ulang dalam satu interval periode yang diprediksi [11].

Uji *Goodness of Fit* (GOF) dengan *Kolmogorov-Smirnov* dilakukan untuk menunjukkan apakah suatu data mengikuti distribusi tertentu atau tidak. Konsep dasar uji ini adalah membandingkan distribusi teoritik dan distribusi empiris berdasarkan *Cumulative Distribution Function* (CDF). Statistik uji pada *Kolmogorov-Smirnov* menggunakan D_{hitung} yang merupakan selisih maksimum antara CDF empiris dengan teoritis. Persamaan D_{hitung} adalah sebagai berikut.

$$D_{hitung} = \text{Sup}|S(x) - F_0(x)| \quad (15)$$

Dengan $F_0(x)$ adalah suatu CDF teoritis tertentu dan $S(x)$ adalah CDF empiris [8].

Uji *Mann Kendall Trend Test* dilakukan untuk mendeteksi adanya tren atau kecenderungan pada suatu seri data. Jika diketahui data deret waktu dengan panjang data n ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$), maka statistik uji dari *Mann Kendall* pada data tersebut dapat dituliskan sebagai berikut [19].

$$z = \begin{cases} \frac{S-1}{\text{Var}(S)} & \text{untuk } S > 0 \\ 0 & \text{untuk } S = 0 \\ \frac{S+1}{\sqrt{\text{Var}(S)}} & \text{untuk } S < 0 \end{cases} \quad (16)$$

Dengan $S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{sgn}(x_j - x_i)$ dimana $\text{sgn}(x_j - x_i) = \begin{cases} 1 & \text{untuk } x_j - x_i > 0 \\ 0 & \text{untuk } x_j - x_i = 0 \text{ dan} \\ -1 & \text{untuk } x_j - x_i < 0 \end{cases}$

$$\text{Var}(S) = \frac{n(n-1)(2n+5)}{18}$$

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) dan *Root Mean Square Error* (RMSE) digunakan untuk mengetahui persentase penyimpangan hasil peramalan. MAPE menggunakan komponen *percentage error ke-i* (PE_i) dan dihitung dengan persamaan berikut [14].

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n_{test}} \sum_{i=1}^{n_{test}} \left| \frac{y_i - \hat{z}_{pi}}{y_i} \right| \times 100\% \quad (17)$$

Dengan n_{test} adalah jumlah pengamatan pada data *testing*, y_i adalah nilai pengamatan aktual ke- i dari data *testing*, dan \hat{z}_{pi} adalah nilai *return level* ke- i . Sedangkan RMSE memperhatikan selisih nilai estimasi dan nilai aktual yang diperoleh dari data *testing*. Persamaan RMSE adalah sebagai berikut [7].

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n_{test}} \sum_{i=1}^{n_{test}} (y_i - \hat{z}_{pi})^2} \quad (18)$$

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

2. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan pada penelitian ini yaitu data kecepatan arus Laut Bali, tepatnya di Perairan Serangan, Gianyar, Nusa Dua, dan Nusa Lembongan dengan koordinat *longitude* dan *latitude* tertera pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1. Lokasi Perairan

| Nama Perairan | Longitude | Latitude |
|-------------------------|-----------|----------|
| Perairan Serangan | 115,25 | -8,75 |
| Perairan Gianyar | 115,33 | -8,66 |
| Perairan Nusa Dua | 115,25 | -8,83 |
| Perairan Nusa Lembongan | 115,42 | -8,66 |

Data diperoleh dari *Global Ocean Physics Reanalysis* yang didasarkan pada sistem CMEMS merupakan data harian dalam meter per detik dan kedalaman setengah meter dari atas permukaan laut dengan periode pengamatan 2 Maret 2017 – 30 Desember 2020 dengan DOI: <https://doi.org/10.48670/moi-00021> [6].

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Analisis Deskriptif Kecepatan Arus Laut

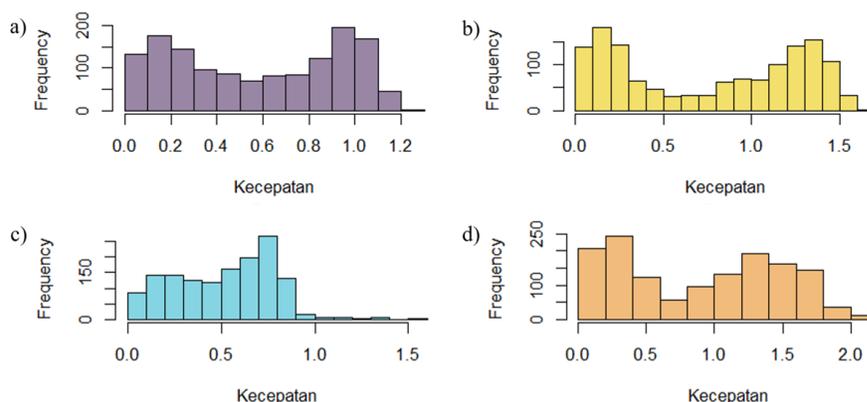
Deskripsi kecepatan arus laut di empat lokasi pengamatan dilakukan sebagai informasi awal untuk mengetahui karakteristik dan pola data yang digunakan. Berikut analisis deskriptif untuk keempat lokasi perairan yang diamati.

Tabel 3.1. Deskripsi Data Kecepatan Arus Laut (m/s)

| Perairan | Serangan | Gianyar | Nusa Dua | Nusa Lembongan |
|----------|----------|---------|----------|----------------|
| Minimum | 0,00732 | 0,00122 | 0,01465 | 0,01404 |
| Maksimum | 1,20670 | 1,63396 | 1,57109 | 2,09113 |

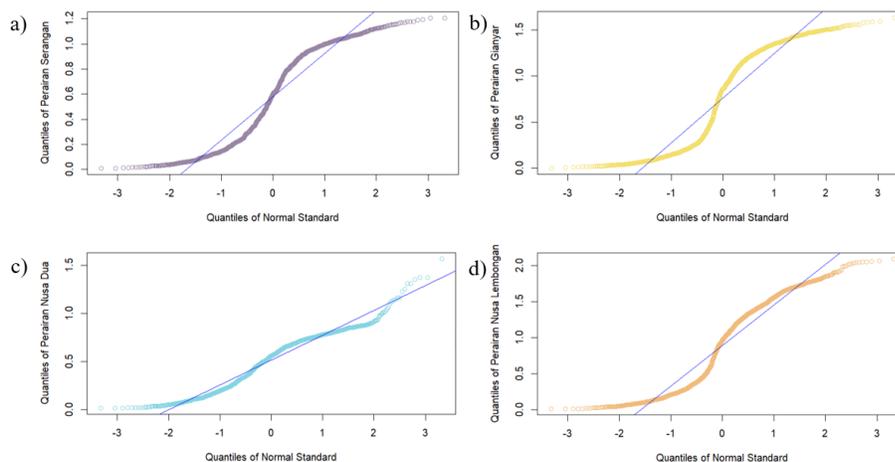
Nilai maksimum kecepatan arus laut pada keempat lokasi perairan pada Tabel 3.1 berada pada rentang 1,2067 m/s - 2,0911 m/s, termasuk kecepatan arus laut dengan kategori kuat dan diduga terjadi peningkatan kecepatan arus laut yang cukup tinggi atau ekstrem pada kondisi tertentu dan berpotensi terjadinya Bencana Pesisir.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono



Gambar 3.1. Histogram Data Kecepatan Arus Laut Perairan: a) Serangan, b) Gianyar, c) Nusa Dua, dan d) Nusa Lembongan

Identifikasi nilai ekstrem pada data kecepatan arus laut periode 2 Maret 2017 - 30 Desember 2020 dapat dilihat melalui grafik *histogram* pada Gambar 3.1. Terdapat pola data *heavy tail* pada lokasi Perairan Nusa Dua yang ditunjukkan oleh ekor yang turun secara lambat, sehingga secara visual dapat dikatakan terdapat nilai ekstrem pada data kecepatan arus laut di lokasi tersebut. Sedangkan *histogram* Perairan Serangan, Gianyar, dan Nusa Lembongan tidak menunjukkan ekor yang turun secara lambat. Secara visual ketiga lokasi tersebut cenderung membentuk distribusi bimodal. Dilakukan pengujian normalitas data dengan grafik *normal probability plot* secara visual dan uji kesesuaian distribusi *Kolmogorov-Smirnov* dengan distribusi normal sebagai distribusi teoritis. Uji ini dilakukan untuk memastikan bahwa data tersebut tidak berdistribusi normal. Visualisasi pengujian normalitas data dapat dilihat pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2. *Normal Probability Plot* Data Kecepatan Arus Laut Perairan: a) Serangan, b) Gianyar, c) Nusa Dua, dan d) Nusa Lembongan

Berdasarkan Gambar 3.2, plot data kecepatan arus laut keempat lokasi perairan cenderung tidak berhimpitan dan tidak mengikuti garis linier, sehingga secara visual hal tersebut menunjukkan bahwa data pengamatan tidak berdistribusi normal. Selain visualisasi dengan grafik *normal probability plot*, dilakukan uji kesesuaian distribusi dengan distribusi normal sebagai

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

distribusi teoritis. Uji normalitas data dilakukan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

H_0 : Distribusi dari data kecepatan arus laut mengikuti distribusi normal

H_1 : Distribusi dari data kecepatan arus laut tidak mengikuti distribusi normal

Dengan menggunakan Persamaan 15 dan taraf signifikansi (α) sebesar 5% didapatkan hasil sebagai berikut.

Tabel 3.2. Hasil *Kolmogorov-Smirnov Test*

| Lokasi Perairan | D_{hitung} | $D_{0,05}$ | P-value | Keputusan |
|-----------------|--------------|------------|---------|-------------|
| Serangan | 0,50786 | | | |
| Gianyar | 0,51429 | | | |
| Nusa Dua | 0,51571 | 0,0363 | 0,0000 | Tolak H_0 |
| Nusa Lembongan | 0,51214 | | | |

Berdasarkan hasil pengujian pada Tabel 3.2, didapatkan hasil nilai $p\text{-value} < \alpha$ dan $D_{hitung} > D_{tabel}$ sehingga keputusan yang diperoleh adalah Tolak H_0 untuk keempat lokasi perairan atau data kecepatan arus laut pada keempat lokasi perairan tidak mengikuti distribusi normal.

3.2 Data Ekstrem Kecepatan Arus Laut

Pengambilan data ekstrem kecepatan arus laut dilakukan dengan menggunakan metode *Block Maxima*. Metode ini dilakukan dengan membuat periode blok 14 harian. Sehingga dari total 1400 pengamatan, data kecepatan arus laut dibagi menjadi 100 blok. Selanjutnya data ekstrem tersebut dibagi menjadi data *training* dan *testing*. Persentase data *training* dan data *testing* yang digunakan berturut-turut adalah 80% dengan periode 2 Maret 2017 - 25 Maret 2020 dan 20% dengan periode 26 Maret 2020 - 30 Desember 2020.

3.3 Pengujian Tren Pola Pada Data Ekstrem

Pengujian tren pola data dengan statistik uji dilakukan menggunakan *Mann Kendall Trend Test* pada data *training*. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

H_0 : Tidak terdapat tren atau pola pada data sampel ekstrem kecepatan arus laut

H_1 : Terdapat tren atau pola pada data sampel ekstrem kecepatan arus laut

Dengan menggunakan Persamaan 16 dan α sebesar 5%, diperoleh hasil pengujian *Mann Kendall Trend Test* sebagai berikut.

Tabel 3.3. Hasil *Mann Kendall Trend Test*

| Lokasi Perairan | Z_{hitung} | $Z_{0,025}$ | P-value | Keputusan |
|-----------------|--------------|-------------|---------|-------------|
| Serangan | 0,95560 | | 0,33930 | |
| Gianyar | 0,63151 | | 0,52770 | Gagal Tolak |
| Nusa Dua | 1,87790 | 1,96 | 0,06039 | H_0 |
| Nusa Lembongan | 0,08309 | | 0,93380 | |

Berdasarkan hasil pengujian pada Tabel 3.3, didapatkan nilai $p\text{-value} > \alpha$ dan $|z_{hitung}| < z_{\alpha/2} = 1,96$ sehingga keputusan dari pengujian adalah Gagal Tolak H_0 untuk keempat lokasi

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

perairan atau tidak terdapat tren (stasioner) pada data ekstrem kecepatan arus laut keempat lokasi perairan.

3.4 Pengujian Kesesuaian Distribusi

Uji *Goodness of Fit* dengan *Kolmogorov-Smirnov* diperlukan untuk mengetahui apakah data ekstrem kecepatan arus laut sudah mengikuti distribusi GEV atau belum. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

H_0 : Distribusi dari data ekstrem kecepatan arus laut mengikuti distribusi GEV

H_1 : Distribusi dari data ekstrem kecepatan arus laut tidak mengikuti distribusi GEV

Dengan menggunakan Persamaan 15 dan α sebesar 5% didapatkan hasil sebagai berikut.

Tabel 3.4. Hasil *Goodness of Fit Test*

| Lokasi Perairan | D_{hitung} | $D_{0,05}$ | P -value | Keputusan |
|-----------------|--------------|------------|------------|----------------------|
| Serangan | 0,11147 | | 0,27323 | |
| Gianyar | 0,14826 | 0,1518 | 0,05938 | Gagal Tolak H_0 |
| Nusa Dua | 0,09627 | | 0,44867 | |
| Nusa Lembongan | 0,13833 | | 0,09362 | |

Berdasarkan hasil pengujian pada Tabel 3.4, didapatkan hasil nilai p -value $> \alpha$ dan $D_{hitung} < D_{tabel}$ sehingga keputusan yang diperoleh adalah Gagal Tolak H_0 untuk keempat lokasi perairan atau data ekstrem kecepatan arus laut pada keempat lokasi perairan mengikuti distribusi GEV.

3.5 Estimasi Parameter Univariat

Estimasi parameter GEV tanpa efek spasial dilakukan dengan metode MLE menggunakan Persamaan 4, 5, dan 6. Dikarenakan hasil persamaan yang tidak *closed form* maka dilanjutkan dengan analisis numerik, yaitu *Broyden-Fletcher Goldfarb-Shanno* (BFGS) *Quasi Newton*. Hasil estimasi parameter GEV ditampilkan pada tabel berikut.

Tabel 3.5. Estimasi Parameter Univariat

| Lokasi Perairan | $\hat{\mu}$ | $\hat{\sigma}$ | $\hat{\xi}$ |
|-----------------|-------------|----------------|-------------|
| Serangan | 0,73963 | 0,39300 | -0,84292 |
| Gianyar | 0,97232 | 0,57212 | -0,86213 |
| Nusa Dua | 0,61501 | 0,22959 | -0,25495 |
| Nusa Lembongan | 1,06870 | 0,60766 | -0,57131 |

Berdasarkan Tabel 3.5, estimasi parameter bentuk ($\hat{\xi}$) dari keempat lokasi perairan memiliki nilai negatif atau kurang dari nol yang berarti bahwa distribusi data ekstrem kecepatan arus laut mengikuti distribusi *Weibull*. Berdasarkan estimasi parameter $\hat{\mu}$, kecepatan arus laut ekstrem di Perairan Nusa Lembongan lebih kuat dari lokasi perairan lainnya. Sedangkan di Perairan Nusa Dua menunjukkan intensitas kecepatan arus laut ekstrem terlemah. Berdasarkan estimasi parameter $\hat{\sigma}$, kecepatan arus laut ekstrem di Perairan Nusa Lembongan memiliki rentang persebaran data terbesar dibandingkan dengan lokasi perairan lainnya. Sedangkan di Perairan Nusa Dua menunjukkan rentang persebaran terkecil atau tidak terlalu beragam. Berdasarkan

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

estimasi parameter $\hat{\xi}$, lokasi perairan yang memiliki peluang terjadi kecepatan arus laut ekstrem terbesar adalah Perairan Gianyar dikarenakan memiliki nilai estimasi yang paling menjauhi 0. Kecepatan arus laut di Perairan Gianyar lebih sering tercatat kejadian ekstrem dibanding dengan lokasi perairan lain. Sedangkan lokasi yang memiliki peluang terjadinya kecepatan arus laut ekstrem terkecil adalah Perairan Nusa Dua dikarenakan memiliki nilai estimasi yang paling mendekati 0 [11].

3.6 Pengukuran Dependensi

Analisis terhadap kasus spasial melibatkan unsur dependensi antarlokasi. Pengukuran dependensi antarlokasi dilakukan dengan menghitung koefisien ekstremal yang merepresentasikan keterkaitan nilai ekstrem antara lokasi satu dengan lokasi lainnya secara spasial [3]. Pengukuran diawali dengan transformasi data kecepatan arus laut keempat lokasi perairan dari data berdistribusi GEV ke unit margin *Frechet* menggunakan Persamaan 7. Distribusi data kecepatan arus laut setelah ditransformasi selanjutnya disebut distribusi GEV spasial. Pengukuran koefisien ekstremal dengan koordinat *longitude* dan *latitude* menggunakan Persamaan 9 untuk setiap pasangan lokasi perairan ditunjukkan pada Tabel 3.6 berikut.

Tabel 3.6. Koefisien Ekstremal Antarlokasi Perairan

| Pasangan Lokasi ke- | Pasangan Lokasi Perairan | Jarak (h) | Koefisien Ekstremal ($\theta(h)$) |
|---------------------|---------------------------|---------------|-------------------------------------|
| 1 | Serangan - Gianyar | 0,12042 | 1,29562 |
| 2 | Serangan - Nusa Dua | 0,08000 | 1,28557 |
| 3 | Serangan - Nusa Lembongan | 0,19235 | 1,32181 |
| 4 | Gianyar - Nusa Dua | 0,18788 | 1,59485 |
| 5 | Gianyar - Nusa Lembongan | 0,09000 | 1,18604 |
| 6 | Nusa Dua - Nusa Lembongan | 0,24042 | 1,58252 |

Nilai koefisien ekstremal keempat lokasi bervariasi pada kisaran 1,18604 hingga 1,59485. Pasangan lokasi yang memiliki koefisien ekstremal terbesar adalah pasangan lokasi Perairan Gianyar dan Perairan Nusa Dua. Pasangan lokasi keempat ini menunjukkan hubungan dependensi terlemah dibanding pasangan lokasi lainnya, namun tidak terlalu lemah dikarenakan tidak mendekati nilai dua. Sedangkan, pasangan lokasi yang memiliki koefisien ekstremal terkecil adalah pasangan lokasi Perairan Gianyar dan Nusa Lembongan. Pasangan lokasi kelima ini menunjukkan hubungan dependensi terkuat dibanding pasangan lokasi lainnya dikarenakan mendekati nilai satu. Secara keseluruhan, semakin besar jarak antarlokasi perairan maka semakin besar juga koefisien ekstremal sehingga berakibat semakin lemah hubungan dependensi antarlokasinya.

3.7 Pembentukan Model *Trend Surface*

Kompleksitas suatu model tidak menjamin bahwa model tersebut lebih baik. Terdapat sembilan model *trend surface* berdasarkan kombinasi *longitude* dan *latitude*. Estimasi parameter sembilan kombinasi model *trend surface* dilakukan dengan pendekatan GEV spasial secara umum. Hasil pengukuran nilai TIC untuk setiap kombinasi model *trend surface* menggunakan Persamaan 13 ditunjukkan pada tabel berikut.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

Tabel 3.7. Nilai TIC Kombinasi Model *Trend Surface*

| No | Kombinasi Model | TIC |
|----|---|---------|
| 1 | $\hat{\mu}(s) = 0,85083 + 0,01379 \text{ lon}(s) - 0,18999 \text{ lat}(s)$ $\hat{\sigma}(s) = 1,08512 - 0,59466 \text{ lon}(s) + 0,15889 \text{ lat}(s)$ $\hat{\xi}(s) = 2,09895$ | NA |
| 2 | $\hat{\mu}(s) = 0,85083 + 0,01379 \text{ lon}(s) - 0,18999 \text{ lat}(s)$ $\hat{\sigma}(s) = 1,08512 - 0,46482 \text{ lon}(s)$ $\hat{\xi}(s) = 2,09895$ | NA |
| 3 | $\hat{\mu}(s) = 0,85083 + 0,01379 \text{ lon}(s) - 0,18999 \text{ lat}(s)$ $\hat{\sigma}(s) = 1,08512 - 0,32703 \text{ lat}(s)$ $\hat{\xi}(s) = 2,09895$ | NA |
| 4 | $\hat{\mu}(s) = 0,85083 - 0,14145 \text{ lon}(s)$ $\hat{\sigma}(s) = 1,08512 - 0,59466 \text{ lon}(s) + 0,15889 \text{ lat}(s)$ $\hat{\xi}(s) = 2,09895$ | NA |
| 5 | $\hat{\mu}(s) = 0,85083 - 0,14145 \text{ lon}(s)$ $\hat{\sigma}(s) = 1,24254 - 0,46482 \text{ lon}(s)$ $\hat{\xi}(s) = 2,09895$ | 1449,3 |
| 6 | $\hat{\mu}(s) = 0,85083 - 0,14145 \text{ lon}(s)$ $\hat{\sigma}(s) = 1,19007 - 0,32703 \text{ lat}(s)$ $\hat{\xi}(s) = 2,09895$ | 1427,7* |
| 7 | $\hat{\mu}(s) = 0,85083 - 0,17872 \text{ lat}(s)$ $\hat{\sigma}(s) = 1,08512 - 0,59466 \text{ lon}(s) + 0,15889 \text{ lat}(s)$ $\hat{\xi}(s) = 2,09895$ | NA |
| 8 | $\hat{\mu}(s) = 0,85083 - 0,17872 \text{ lat}(s)$ $\hat{\sigma}(s) = 1,08512 - 0,46482 \text{ lon}(s)$ $\hat{\xi}(s) = 2,09895$ | NA |
| 9 | $\hat{\mu}(s) = 0,85083 - 0,17872 \text{ lat}(s)$ $\hat{\sigma}(s) = 1,08512 - 0,32703 \text{ lat}(s)$ $\hat{\xi}(s) = 2,09895$ | NA |

*Model dengan nilai TIC terkecil

Kombinasi model trend surface yang memiliki nilai TIC terkecil adalah kombinasi model keenam dengan nilai TIC 1427,7. Perhitungan TIC memerlukan invers matriks Hessian dari model *trend surface*. Selain model kelima dan keenam, model *trend surface* lainnya tidak memiliki nilai TIC (NA) dikarenakan matriks parameter yang diestimasi adalah singular dan tidak memiliki invers matriks Hessian. Hal ini diduga karena ada lokasi perairan yang memiliki *longitude* atau *latitude* yang sama, yaitu Perairan Serangan dan Nusa Dua dengan *longitude* sama, serta Perairan Gianyar dan Nusa Lembongan dengan *latitude* sama.

3.8 Estimasi Parameter Model dengan Efek Spasial

Dengan kombinasi model *trend surface* keenam dari Tabel 3.7, didapatkan kombinasi koordinat *longitude* dan *latitude* untuk estimasi parameter $\hat{\mu}(s)$ dan $\hat{\sigma}(s)$ untuk setiap lokasi perairan. Berikut estimasi parameter MSP model *Smith* dan *Brown-Resnick* dengan kombinasi efek spasial terbaik.

1. Model *Smith*

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

Berikut merupakan model *Smith* yang didapatkan dari pendekatan MSP dengan kombinasi model *trend surface* keenam, yaitu efek spasial pada parameter $\hat{\mu}(s)$ yang dipengaruhi oleh koordinat lokasi *longitude* dan estimasi parameter $\hat{\sigma}(s)$ yang dipengaruhi oleh koordinat lokasi *latitude*:

$$\begin{aligned}\hat{\mu}(s) &= 202,43033 - 0,98639 \text{ lon}(s) \\ \hat{\sigma}(s) &= -27,84366 - 55,63581 \text{ lat}(s) \\ \hat{\xi}(s) &= 5,13625\end{aligned}\tag{19}$$

Berdasarkan CDF model *Smith* pada Persamaan 8, diketahui memiliki model yang berbeda dibandingkan model *trend surface* keenam. Hal ini dikarenakan model untuk mengestimasi parameter spasial pada Persamaan 8 sudah menggunakan pendekatan MSP model *Smith*. Selanjutnya dengan menstutstitusi koordinat *longitude* dan *latitude* dari setiap lokasi perairan menggunakan metode MPLE untuk Persamaan 8 *Smith*, didapatkan estimasi parameter spasial sebagai berikut.

Tabel 3.8. Estimasi Parameter Model *Smith*

| Lokasi Perairan | $\hat{\mu}(s)$ | $\hat{\sigma}(s)$ | $\hat{\xi}(s)$ |
|-----------------|----------------|-------------------|----------------|
| Serangan | 88,74918 | 458,96965 | |
| Gianyar | 88,67027 | 453,96243 | 5,13625 |
| Nusa Dua | 88,74918 | 463,42051 | |
| Nusa Lembongan | 88,58149 | 453,96243 | |

2. Model *Brown-Resnick*

Berikut merupakan model *Brown-Resnick* yang didapatkan dari pendekatan MSP dengan kombinasi model *trend surface* keenam, yaitu efek spasial pada parameter $\hat{\mu}(s)$ yang dipengaruhi oleh koordinat lokasi *longitude* dan estimasi parameter $\hat{\sigma}(s)$ yang dipengaruhi oleh koordinat lokasi *latitude*:

$$\begin{aligned}\hat{\mu}(s) &= 204,09741 - 1,76222 \text{ lon}(s) \\ \hat{\sigma}(s) &= -27,59273 - 3,27806 \text{ lat}(s) \\ \hat{\xi}(s) &= 1,60240\end{aligned}\tag{20}$$

Dengan menstutstitusi koordinat *longitude* dan *latitude* dari setiap lokasi perairan menggunakan metode MPLE untuk Persamaan 8 *Brown-Resnick*, didapatkan estimasi parameter spasial sebagai berikut.

Tabel 3.9. Estimasi Parameter Model *Brown-Resnick*

| Lokasi Perairan | $\hat{\mu}(s)$ | $\hat{\sigma}(s)$ | $\hat{\xi}(s)$ |
|-----------------|----------------|-------------------|----------------|
| Serangan | 1,00178 | 1,09033 | |
| Gianyar | 0,86081 | 0,79531 | 1,60240 |
| Nusa Dua | 1,00178 | 1,35258 | |
| Nusa Lembongan | 0,70221 | 0,79531 | |

Berdasarkan perbandingan antara estimasi parameter spasial model *Smith* dan *Brown-Resnick* pada Tabel 3.8 dan 3.9, nilai estimasi parameter spasial model *Smith* cenderung lebih

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

besar dibandingkan model *Brown-Resnick*. Nilai $\hat{\mu}(s)$ dipengaruhi oleh besarnya nilai koordinat *longitude* lokasi perairan. Sedangkan nilai $\hat{\sigma}(s)$ dipengaruhi oleh besarnya nilai koordinat *latitude* lokasi perairan. Sehingga pengukuran yang menggunakan estimasi parameter spasial akan memiliki nilai yang lebih besar untuk model *Smith* dibandingkan dengan model *Brown-Resnick*.

3.9 Validasi Model

Validasi model dilakukan dengan menghitung nilai RMSE dan MAPE. Nilai aktual $Y(s)$ untuk validasi model merupakan nilai maksimum periode data *testing*, yaitu 26 Maret 2020 - 30 Desember 2020 di keempat lokasi perairan. Periode ulang ke- K yang digunakan dalam estimasi *return level* kecepatan arus laut untuk validasi model, yaitu $K = 5$ untuk Perairan Serangan dan Nusa Dua, $K = 12$ untuk Perairan Gianyar, dan $K = 13$ untuk Perairan Nusa Lembongan. Hasil nilai aktual $Y(s)$ dan estimasi *return level* periode data *testing* untuk validasi model menggunakan Persamaan 14 ditunjukkan pada Tabel 3.10.

Tabel 3.10. Estimasi *Return Level* ($z_p(s)$) Periode Data *Testing*

| Lokasi Perairan | $Y(s)$ | $\hat{z}_p(s)$ Model <i>Smith</i> | | $\hat{z}_p(s)$ Model <i>Brown-Resnick</i> | |
|-----------------|---------|-----------------------------------|---------|---|---------|
| | | <i>Frechet</i> | GEV | <i>Frechet</i> | GEV |
| Serangan | 1,00178 | 198.139 | 1,20584 | 7,84823 | 1,12376 |
| Gianyar | 0,86081 | 24.715.894 | 1,63592 | 25,19518 | 1,59483 |
| Nusa Dua | 1,00178 | 200.060 | 1,47545 | 9,49496 | 1,00821 |
| Nusa Lembongan | 0,70221 | 37.947.862 | 2,13228 | 28,59048 | 1,97572 |

Return level merupakan nilai maksimum yang dapat dicapai dalam periode tertentu. *Return level* yang bernilai besar artinya nilai maksimum yang dapat dicapai bernilai besar. *Return level* model *Smith* dalam bentuk unit margin *Frechet* memiliki nilai yang sangat besar dibandingkan model *Brown-Resnick*. Hal ini dikarenakan estimasi parameter model *Smith* yang digunakan juga memiliki nilai yang besar dibandingkan model *Brown-Resnick*. Berdasarkan Tabel 3.10, walaupun estimasi *return level* dalam bentuk unit margin *Frechet* memiliki perbedaan yang signifikan antara model *Smith* dan model *Brown-Resnick*, namun dalam bentuk GEV tidak berbeda jauh. Dengan estimasi *return level* GEV pada Tabel 3.10, didapatkan nilai MAPE, menggunakan Persamaan 17, dan RMSE, menggunakan Persamaan 18, model *Smith* dan *Brown-Resnick* yang ditunjukkan pada Tabel 3.11 berikut.

Tabel 3.11. Nilai MAPE dan RMSE

| Model | MAPE | RMSE |
|----------------------|-----------|---------|
| <i>Smith</i> | 7,75076% | 0,15503 |
| <i>Brown-Resnick</i> | 14,12131% | 0,29576 |

Nilai MAPE berkisar antara 0% - 100%, semakin mendekati nol berarti semakin baik pula model yang digunakan. Apabila melihat jangkauan data kecepatan arus laut keempat lokasi perairan, nilai RMSE pada Tabel 3.11 memiliki eror yang kecil terutama pada model *Smith*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa model *Smith* lebih akurat dalam mengestimasi *return level* daripada model *Brown-Resnick*. Hasil MAPE dan RMSE memiliki perbedaan yang signifikan antara kedua model yaitu sekitar dua kali lipat, lebih besar dari penelitian terdahulu [7]-[16].

3.10 Perhitungan *Return Level*

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

Informasi estimasi *return level* untuk mitigasi dan preventif bencana pesisir di Pulau Bali didapatkan dengan menggunakan pendekatan MSP model terbaik, yaitu model *Smith* untuk periode ulang yang sama setelah data *testing*. Sehingga *return level* yang diestimasi merupakan kecepatan arus laut maksimum yang dapat terjadi segera setelah periode data *training* hingga periode 20 blok setelah data *testing*. Dengan cara yang sama saat perhitungan *return level* untuk validasi data menggunakan Persamaan 14, didapatkan *return level* sebagai berikut.

Tabel 3.12. Estimasi *Return Level* ($z_p(s)$) Periode Setelah Data *Testing*

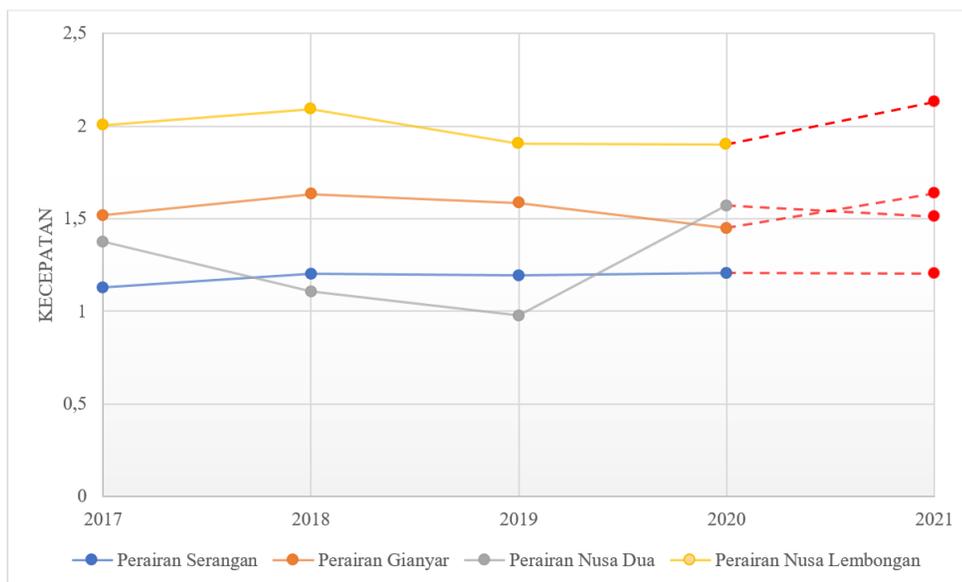
| Lokasi Perairan | $\hat{z}_p(s)$ Model <i>Smith</i> (m/s) | |
|-----------------|---|---|
| | Periode Data <i>Testing</i> | Periode 20 Blok Setelah Data <i>Testing</i> |
| Serangan | 1,20584 | 1,20586 |
| Gianyar | 1,63592 | 1,63592 |
| Nusa Dua | 1,47545 | 1,51322 |
| Nusa Lembongan | 2,13228 | 2,13233 |

Estimasi *return level* mengalami peningkatan kecepatan arus laut maksimum seiring dengan peningkatan jumlah periode ulang. Peningkatan kecepatan arus laut yang tidak signifikan diduga akibat jangkauan data yang kecil. Estimasi *return level* untuk keempat lokasi perairan sudah masuk dalam kategori arus kuat, terutama Perairan Nusa Lembongan yang memiliki estimasi *return level* kecepatan arus laut melebihi 2 m/s [13]. Estimasi *return level* tidak dapat dilakukan untuk periode data *training* dan sebelumnya, serta model mengandung parameter GEV periode data *training*, sehingga estimasi *return level* tidak dapat dilakukan untuk periode data *training* yang berbeda dengan pembentukan model.

3.11 Informasi Bencana Pesisir dan Kecepatan Arus Laut Maksimum Bali Selatan

Didapati informasi adanya anomali nilai ekstrem tahunan yaitu di Perairan Nusa Dua pada tahun 2020. Selain kecepatan dan arah angin, efek revolusi bumi terhadap pasang surut air laut menjadi salah satu faktor kuat atau lemahnya kecepatan arus laut. Apabila memiliki arah yang sama, semakin kuat arus angin maka semakin kuat juga kecepatan arus laut. Begitu juga dengan pasang surut air laut. Anomali pada tahun 2020 tepatnya di tanggal 27 Mei 2020 disebabkan akibat periode angin muson timur dan pasang air laut. Hal ini didasarkan atas pola pengamatan bulanan dan berita terkait. Selain itu, tahun 2020 juga merupakan tahun kabisat yang diduga merupakan alasan terbesar signifikan menguatnya kecepatan arus laut.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono



Gambar 3.3. Nilai Ekstrem Aktual Kecepatan Arus Laut Tahunan Periode 2 Maret 2017 - 30 Desember 2020 dan Estimasi *Return Level* Periode 31 Desember 2020 - 6 Oktober 2021 (Garis Putus - Putus Berwarna Merah) untuk Keempat Lokasi Perairan

Gambar 3.3 menunjukkan kecepatan arus laut maksimum tahunan pada setiap lokasi perairan untuk periode tahun 2017 hingga 2020 dan estimasi *return level* untuk tahun 2021 yang diambil dari Tabel 3.12. Estimasi *return level* untuk periode setelah 6 Oktober 2021 tidak dimuat dalam penelitian ini, dikarenakan estimasi kecepatan arus laut maksimum Perairan Serangan, Gianyar, Nusa Dua, dan Nusa Lembongan periode tersebut dan seterusnya memiliki nilai yang hampir sama. Hal ini diduga karena data sampel kecepatan arus laut keempat lokasi perairan memiliki jangkauan data yang kecil, berbeda dengan data curah hujan yang cenderung memiliki jangkauan data yang lebih besar [7]-[16].

4. KESIMPULAN

Adapun kesimpulan yang diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Perolehan estimasi parameter SEV dengan pendekatan MSP model *Smith* dan *Brown-Resnick* untuk kecepatan arus Laut Bali adalah sebagai berikut.
 - a. Pemilihan data ekstrem kecepatan arus laut dilakukan dengan metode *Block Maxima* menggunakan blok 14 harian, sehingga diperoleh 100 data ekstrem dari setiap lokasi perairan. Persentase data *training* dan data *testing* yang digunakan berturut-turut adalah 80% dengan periode 2 Maret 2017 - 25 Maret 2020 dan 20% dengan periode 26 Maret 2020 - 30 Desember 2020.
 - b. Pemodelan SEV dengan pendekatan MSP diawali dengan mengestimasi parameter univariat. Hasil estimasi parameter $\hat{\xi}$ keempat lokasi perairan bernilai kurang dari nol, sehingga model mengikuti distribusi GEV - *Weibull*.
 - c. Nilai koefisien ekstremal terbesar dimiliki oleh pasangan lokasi Perairan Gianyar dan Nusa Dua yang menunjukkan hubungan dependensi terlemah. Sedangkan, pasangan

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

- lokasi Perairan Gianyar dan Nusa Lembongan memiliki hubungan dependensi terkuat dibanding pasangan lokasi lainnya.
- d. Kombinasi model *trend surface* terbaik dari sembilan model berdasarkan kombinasi *longitude* dan *latitude* adalah kombinasi model keenam yang memiliki nilai TIC terkecil, yaitu 1427,7.
 - e. Estimasi parameter spasial model *Smith* cenderung lebih besar dibandingkan model *Brown-Resnick*. Nilai $\hat{\mu}(s)$ dipengaruhi oleh besarnya nilai koordinat *longitude* lokasi perairan. Sedangkan nilai $\hat{\sigma}(s)$ dipengaruhi oleh besarnya nilai koordinat *latitude* lokasi perairan.
2. Hasil pemodelan SEV dengan pendekatan MSP model *Smith* dan *Brown-Resnick* untuk kecepatan arus Laut Bali didapatkan bahwa perbandingan nilai aktual data *testing* dengan estimasi *return level* model *Smith* memiliki eror terkecil terutama pada Perairan Serangan dibandingkan model *Brown-Resnick*. Nilai MAPE yang dihasilkan oleh model *Smith* dan *Brown-Resnick* adalah sebesar 7,75% dan 15,5%. Sedangkan nilai RMSE adalah sebesar 0,1412 dan 0,2957. Disimpulkan bahwa model *Smith* lebih akurat dalam mengestimasi *return level* dibandingkan model *Brown-Resnick*.
 3. Estimasi *return level* periode data *testing* mengalami peningkatan kecepatan arus laut maksimum seiring dengan peningkatan jumlah periode ulang yang sama setelah data *testing*. Estimasi *return level* untuk periode data *testing* dan periode yang sama setelah data *testing* sudah masuk dalam kategori arus kuat, terutama Perairan Nusa Lembongan melebihi 2 m/s.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Chan, S. C., Kendon, E. J., Fowler, H. J., Youngman, B. D., Dale, M., & Short, C. 2023. New extreme rainfall projections for improved climate resilience of urban drainage systems. *Climate Services Journal*, Vol. 30, No. 3, 1-42.
- [2] Cooley, D., Nychka, D., & Naveau, P. 2012. Bayesian Spatial Modeling of Extreme Precipitation Return Levels. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 102, No. 479, 824-840.
- [3] Davison, A. C., Padoan, S. A., & Ribatet, M. 2012. Statistical Modeling of Spatial Extremes. *Statistical Science*, Vol. 27, No. 2, 161-186.
- [4] Dinaryanti, N. A. & Darwis, S. 2021. Estimasi Parameter Distribusi Generalized Extreme Value (GEV) dengan Maximum Likelihood Estimation (MLE) dan L-Moments pada Data Vibrasi Akselerasi Bearing. *Prosiding Statistika*, Vol. 7, No. 1, 113-120.
- [5] Gautama, I. W., Putra, I. K., & Sukarsa, I. M. 2016. Aplikasi Pemetaan Objek Wisata Pantai Bali Selatan Berbasis Android. *Jurnal Ilmiah Merpati*, Vol. 4, No. 1, 43-51.
- [6] Global Ocean Physics Reanalysis. 2022. *E.U. Copernicus Marine Environment Monitoring Service (CMEMS). Marine Data Store (MDS)*. https://data.marine.copernicus.eu/product/GLOBAL_MULTIYEAR_PHY_001_030/. [28 Februari 2023]
- [7] Hakim, A. R. 2016. Pemodelan Spatial Extreme Value dengan Pendekatan Max-Stable Process (*Studi Kasus: Pemodelan Curah Hujan Ekstrem di Kabupaten Ngawi*). ITS Repository, Surabaya. <http://repository.its.ac.id/id/eprint/75290>. [2 Januari 2023]
- [8] Hatanti, Y. D. 2016. Perbandingan Model Smith, Schlather, Brown-Resnick dan Geometric Gaussian pada Pemodelan Curah Hujan (*Studi Kasus: Curah Hujan Ekstrem di Kabupaten Lamongan*). ITS Repository, Surabaya. <http://repository.its.ac.id/id/eprint/41654>. [2 Januari 2023]

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nyoman Gede Trisna Sanjaya, Pratnya Paramitha Oktaviana, Galuh Oktavia
Siswono

- [9] Indonesia, Pemerintah Pusat. 2010. Peraturan Pemerintah (PP) Nomor 64 Tahun 2010 tentang Mitigasi Bencana di Wilayah Pesisir Dan Pulau Pulau Kecil. <https://peraturan.bpk.go.id/Home/Details/5088>. [15 Februari 2023]
- [10] Karami, H., Ghazvinian, H., & Dadrasajirlou, Y. 2023. Application of statistical and geostatistical approaches in temporal and spatial estimations of rainfall. *Water and Climate Change Journal*, Vol. 14, No. 5, 1696–1722.
- [11] Maitriani, C. 2023. Analisis Spasial Tinggi Muka Air Wilayah Jakarta untuk Mitigasi Bencana Banjir Menggunakan Extreme Value Max Stable Process Model Brown-Resnick. ITS Repository, Surabaya. <http://repository.its.ac.id/id/eprint/95529>. [22 Februari 2023]
- [12] Mathieu, R. & Mohammed, S. 2013. Extreme value copulas and max-stable processes. *Journal de la Société Française de Statistique*, Vol. 154 No. 1, 138-150.
- [13] Modalo, R. J., Rampengan, R. M., Opa, E. T., Djamaluddin, R., Manengkey, H. W., & Bataragoa, N. E. 2018. Arah dan Kecepatan Arus Perairan Sekitar Pulau Bunaken pada Periode Umur Bulan Perbani di Musim Pancaroba II. *Jurnal Pesisir dan Laut Tropis*, Vol. 1, No. 1, 61-68.
- [14] Pramesti, D. D., Novitasari, D. C., Setiawan, F., & Khaulasari, H. 2022. Long-Short Term Memory (LSTM) For Predicting Velocity and Direction Sea Surface Current on Bali Strait. *Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, Vol. 16, No. 2, 451-462.
- [15] Putri, N. M. 2023. *Bali Didapuk Jadi Destinasi Wisata Terpopuler Kedua di Dunia, Susul Dubai*. detikBali, Denpasar. <https://www.detik.com/bali/bisnis/d-6539108/bali-didapuk-jadi-destinasi-wisata-terpopuler-kedua-di-dunia-susul-dubai>. [30 Mei 2023]
- [16] Ramadani, I. R. 2015. Spatial Extreme Value Modeling dengan Max-Stable Processes Model Smith dan Brown-Resnick. ITS Repository, Surabaya. <http://repository.its.ac.id/id/eprint/41635>. [2 Januari 2023]
- [17] Sebillie, Q., Fougères, A.-L., & Mercadier, C. 2017. A comparison of spatial extreme value models. Application to precipitation data. *HAL Open Science*, Vol. 21, Part A, 187-208.
- [18] Skahill, B., Smith, C. H., Russell, B. T., & England, J. F. 2023. Impacts of Max-Stable Process Areal Exceedance Calculations to Study Area Sampling Density, Surface Network Precipitation Gage Extent and Density, and Model Fitting Method. *Hydrology Journal*, Vol. 10, No. 6, 121-152.
- [19] Suryanto, J., & Krisbiyantoro, J. 2018. Analisis Kecenderungan Curah Hujan Kabupaten Magelang Menggunakan Uji Mann-Kendall dan Variasi Modifikasi Mann-Kendall. *Jurnal AGRIFOR*, Vol. 17, No. 2, 293-304.
- [20] Triwidiyanti. 2022. *Dihantam Gelombang dan Arus, Abrasi di Pantai Kuta Makin Parah*. detikBali, Badung. <https://www.detik.com/bali/berita/d-6098303/dihantam-gelombang-dan-arus-abrasi-di-pantai-kuta-makin-parah>. [29 Mei 2023]
- [21] Yogaswara, G. M., Indrayanti, E., & Setiyono, H. 2016. Pola Arus Permukaan di Perairan Pulau Tidung, Kepulauan Seribu, Provinsi DKI Jakarta pada Musim Peralihan (Maret-Mei). *Jurnal Oseanografi*, Vol. 5, No. 2, 227-233.