ISBN:1858-1382

J M S K

Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi

http://journal.unhas.ac.id/index.php/jmsk

Vol. 3, No.2, 70-79, Januari 2007

Model Matematika Sistem Persediaan (Q, R) Yang Terkait Dengan Mutu Barang Dan Informasi Permintaan Lengkap

Agus Sukmana*

Abstract

This paper deals with an inventory model for continuous review (Q, r) where there are some proportions of defective items in the ordered items. The number of defective items in a lot vary and it is assumed that their proportions follow a beta distribution. Lead time demand is a random variable, its distribution and parameters are known. This model also accommodates a condition where lost sales and back order policy are implemented in one cycle with different proportions of defective items. Numerical example is also given for illustration.

Keywords: *continuous review, defective items, full demand information, inventory.*

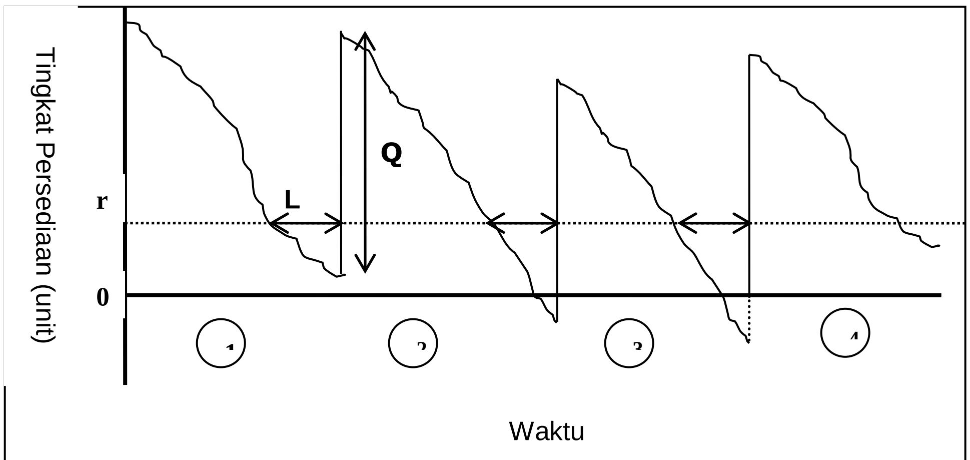
1. Pendahuluan

Tujuan dari pengelolaan persediaan adalah untuk memenuhi permintaan pelanggan dengan ekspektasi biaya pengelolaan yang minimun. Ada beberapa sistem persediaan yang dikenal satu diantaranya adalah jenis *continuous review*. Sistem persediaan ini memantau tingkat persediaan dari waktu ke waktu secara terus menerus. Pengadaan barang sejumlah **Q** dilakukan bila tingkat persediaan (*on-hand inventory*) mencapai titik **r** (disebut titik pemesanan kembali). Titik **r** ditentukan dengan memperhitungkan permintaan selama waktu (**L**) menunggu barang yang dipesan tiba. Selanjutnya model sistem persediaan tersebut diberi nama model persediaan (Q, r). Besarnya permintaan merupakan variabel acak, bila distribusi dan parameternya diketahui, disebut *informasi permintaan lengkap*. Dari sejumlah Q unit barang yang tiba dari hasil pemesanan sebelumnya tidak seluruhnya bermutu baik. Untuk memastikan mutu barang dilakukan pemeriksaan (inspeksi) terhadap seluruh Q unit barang tersebut. Misalkan terdapat y unit yang cacat, maka hanya Q-y unit tersedia untuk memenuhi permintaan periode berikutnya. Proporsi barang cacat untuk setiap lot berbeda dan merupakan variabel acak.

Gambar 1 memberikan ilustrasi tingkat persediaan barang dari waktu ke waktu. Pada siklus yang pertama, persediaan barang sebanyak **r** dapat memenuhi permintaan yang probabilistik selama waktu tunggu **L**. Sedangkan pada siklus ke-2 dan ke-3 permintaan lebih besar dari **r** sehingga terjadi kekurangan persediaan (tingkat persediaan negatif). Ada 2 kebijakan bila terjadi kekurangan persediaan. Kebijakan pertama disebut *back order*, pelanggan bersedia menunggu sampai barang datang dan sebagai kompensasi diberikan sejumlah uang (perusahaan membayar penalti). Kebijakan kedua disebut *lost sales*, pelanggan tidak bersedia menunggu dan membatalkan pembelian barang serta perusahaan tetap dikenai penalti (biasanya penalti untuk *lost sales* lebih tinggi dari penalti untuk *back order* karena memperhitungkan kehilangan kesempatan untuk memperoleh keuntungan). Pada siklus yang kedua terjadi kekurangan

* *Staf pengajar pada Jurusan Matematika Universitas Parahyangan Bandung,*
e-mail : asukmana@home.unpar.ac.id

persediaan dan pelanggan bersedia menunggu sampai barang yang dipesan tiba. Segera setelah barang tiba, permintaan tersebut dipenuhi dan tingkat persediaan barang pada awal siklus berikutnya kurang dari Q unit. Pada siklus ke-3 terjadi kekurangan persediaan dan pelanggan tidak bersedia menunggu dan membatalkan pemesanan sehingga tingkat persediaan pada awal siklus ke-4 sebesar Q.



Makalah ini akan membahas model matematika untuk sistem persediaan (Q,r) dengan mutu barang yang tidak seluruhnya baik. Distribusi permintaan yang dibahas adalah normal dan eksponensial. Model juga mempertimbangkan kebijakan *lost sales* dan *back order* dapat muncul bersamaan dalam satu siklus dengan proporsi tertentu. Urutan pembahasan sebagai berikut: formulasi model, optimasi model dengan tujuan mencari nilai variabel keputusan yang optimal,dan contoh perhitungan serta analisisnya.

Sistem persediaan *continuous review* dibahas antara lain pada: [Hopp,1996] dan [Hadley,1963]. Pengembangan menjadi model (Q,r,L) antara lain oleh [Ben-Daya,1999] untuk L deterministik dan distribusi permintaan normal, sedangkan [Fenny, 2004] untuk distribusi eksponensial. Model (Q,r,L) dengan barang cacat dibahas [Wu, 2001], [Sukmana,dkk 2005] membahas model untuk informasi permintaan lengkap dan parsial.

2. Formulasi Model

2.1 Notasi-notasi

Notasi-notasi yang digunakan adalah sebagai berikut:

D : Rata-rata banyak permintaan per tahun.
A : Biaya pengadaan barang per siklusnya
h : Biaya simpan barang baik per unit per tahun
h’ : Biaya simpan barang cacat per unit per tahun. (h’<h)
Q : Banyak barang yang dipesan dalam satu kali pemesanan .
Y : Banyak barang cacat, berdistribusi Binomial(Q,*p*)
p : proporsi barang cacat $p \in [0,1)$, berdistribusi Beta.
r : Titik dimana pada saat tingkat persediaan mencapai titik *r* dilakukan pemesanan.
L : Waktu pengiriman barang (lamanya waktu antara pemesanan dan barang tiba).
β : Proporsi terjadinya *back order*, dan 1-β adalah proporsi *lost sales*, $\beta \in [0,1]$.
π : Biaya denda / penalti yang harus dibayar karena terjadi kekurangan persediaan.
π_0 : Kesempatan untuk mendapatkan keuntungan yang hilang karena *lost sales*.
v : Biaya pemeriksaan per unit.

X : Rata-rata permintaan selama waktu ancang (variabel acak).
x^+ : $\max\{x, 0\}$

2.2 Model Persediaan

Ekspektasi biaya total persediaan pertahun diasumsikan terdiri dari komponen-komponen: biaya pemesanan, biaya simpan barang bermutu baik, biaya simpan barang cacat, biaya kekurangan persediaan, dan biaya pemeriksaan (inspeksi).

Selama selang perencanaan setahun, rata-rata banyaknya siklus adalah $1/E(T)$ dengan rata-rata panjang setiap siklus adalah:

$$E(T) = \frac{E(Q-Y)}{D} \tag{1}$$

Berikut akan dibahas uraian masing-masing komponen biaya:

- ***Biaya pemesanan***

  Biaya pemesanan pertahun dihitung berdasarkan ekspektasi frekuensi pemesanan selama satu tahun dikalikan dengan biaya (tetap) untuk setiap kali melakukan pemesanan.

$$\frac{D}{E(Q-Y)}.A = \frac{D}{Q-E(Y)}A \tag{2}$$

- ***Biaya simpan barang mutu baik***

  Biaya untuk menyimpan barang bermutu baik pertahun dihitung berdasarkan perkalian ekspektasi banyaknya barang yang disimpan dalam satu siklus dengan ekspektasi frekuensi pemesanan dalam satu tahun dan biaya simpan barang per unit pertahun sama dengan:

$$E\left[\frac{(Q-Y)}{D}\left[\frac{Q-Y}{2}+r-\mu.L+(1-\beta)E(X-r)^+\right]\right].\frac{D}{E(Q-Y)}.h$$

$$= h\frac{Q^2-2QE(Y)-E(Y^2)}{2(Q-E(Y))}+h[r-\mu L+(1-\beta)E(X-r)^+] \tag{3}$$

  di mana $(1-\beta)E(X-r)^+$ adalah banyaknya barang yang dikembalikan akibat pelanggan membatalkan pesanan (*lost-sales*).

- ***Biaya simpan barang cacat***

  Biaya yang dikeluarkan untuk menyimpan sementara barang cacat hasil pemeriksaan sebelum dikembalikan kepada pemasok pada siklus berikutnya dihitung berdasarkan ekspektasi jumlah barang rusak dikalikan biaya simpan barang rusak perunit pertahun:

$$E\left(\frac{(Q-Y)}{D}Q\right)\frac{D}{E(Q-Y)}h' = h'Q\frac{E(Y)}{Q-E(Y)}-h'\frac{E(Y^2)}{Q-E(Y)} \tag{4}$$

- ***Biaya kekurangan persediaan***

  Biaya untuk membayar denda akibat perusahaan tidak dapat memenuhi permintaan. Pada kasus *lost-sales* juga kehilangan kesempatan untuk memperoleh keuntungan karena pelanggan membatalkan pesanan. Ekspektasi biaya kekurangan pertahun adalah:

$$\frac{D}{E(Q-Y)}[\pi+\pi_0(1-\beta)]E(X-r)^+ = \frac{D}{Q-E(Y)}[\pi+\pi_0(1-\beta)]E(X-r)^+ \tag{5}$$

- ***Biaya pemeriksaan (inspeksi)***

Biaya yang harus dikeluarkan untuk memeriksa kualiatas barang yang dipesan. Ekspektasi biaya pemeriksaan pertahun adalah:

$$\frac{DvQ}{E(Q-Y)} = \frac{DvQ}{Q-E(Y)} \tag{6}$$

Sehingga ekpektasi biaya total pertahun dapat ditulis:

$$\begin{aligned} EAC(Q,r) &= \frac{AD}{E(Q)-E(Y)} + \frac{h}{2}\left\{\frac{Q^2-2E(QY)+E(Y^2)}{E(Q)-E(Y)}\right\} + h\left[r-\mu.L+(1-\beta)E(X-r)^+\right] \\ &+ h'Q\frac{E(Y)}{E(Q)-E(Y)} - h'\frac{E(Y^2)}{E(Q)-E(Y)} + \frac{D[\pi+\pi_0(1-\beta)]E(X-r)^+}{E(Q)-E(Y)} \\ &+ \frac{DvQ}{E(Q)-E(Y)} \end{aligned} \tag{7}$$

Banyaknya barang rusak (**Y**) merupakan variabel acak berdistribusi Binomial dengan parameter **Q** dan **p,** sedangkan proporsi barang rusak (*p*) untuk setiap lot berbeda-beda mengikuti distribusi tertentu, sehingga ekspektasi Y adalah:

$$E(Y \mid p) = QE(p) \tag{8}$$

dan variansi Y adalah:

$$Var(Y \mid p) = QE\left[p(1-p)\right] \tag{9}$$

atau

$$E(Y^2) = Q^2E(p^2) + QE[p(1-p)] \tag{10}$$

Diasumsikan *p* berdistribusi Beta(*s*,*t*) dengan rataan $E(p) = s/(s+t)$ dan variansi

$$Var(p) = st/(s+t)^2\,(s-t+1)$$

Subsitusikan persamaan (8) dan (10) ke persamaan (7), menjadi persamaan:

$$\begin{aligned} EAC(Q,r) &= \frac{AD}{Q[1-E(p)]} + \frac{h}{2}\left\{Q[1-E(p)] + \frac{Q\left[E(p^2)-E^2(p)\right]}{1-E(p)} + \frac{E[p(1-p)]}{1-E(p)}\right\} \\ &+ h\left\{r-\mu.L+(1-\beta)E(X-r)^+\right\} + h'(Q-1)\frac{E[p(1-p)]}{1-E(p)} \\ &+ \frac{D\left[\pi+\pi_0(1-\beta)\right]E(X-r)^+}{Q[1-E(p)]} + \frac{Dv}{1-E(p)} \end{aligned} \tag{11}$$

Persamaan (11) memuat bentuk $E(X-r)^+$ yang bergantung pada distribusi permintaan.

3. Optimisasi

3.1 Distribusi Normal

Bila permintaan berdistribusi normal dengan rataan (*mean*) $\mu_L = \mu L$ dan simpangan baku $\sigma_L = \sigma\sqrt{L}$ maka titik pemesanan kembali *r* ditulis:

$r = \mu L + k\sigma\sqrt{L}$.

Ekspektasi jumlah kekurangan dinyatakan dalam persamaan :

$$E(X - r)^{+} = \int_{r}^{\infty} (X - r)\, f(X, \mu_L, \sigma_L) dx \qquad (12)$$

Variabel *x* diubah menjadi *t* menggunakan transformasi $t = (x - \mu L)/\sigma\sqrt{L}$, sehingga:

$$E(X - r)^{+} = \int_{r}^{\infty} (t\sigma\sqrt{L} + \mu L - r)\, f(t\sigma\sqrt{L} + \mu L, 0, 1)\sigma\sqrt{L} dt \qquad (13)$$

Misalkan $t = (r - \mu L)/\sigma\sqrt{L}$ substitusikan $r = z\sigma\sqrt{L} + \mu L$ kedalam (13), maka

$$E(X - r)^{+} = \int_{z}^{\infty} (t - z)\sigma\sqrt{L}\, f(t\sigma\sqrt{L} + \mu L, 0, 1)\sigma\sqrt{L} dt \qquad (14)$$

Variabel *X* diubah menjadi variabel *t* , sehingga persamaan (14) menjadi:

$$E(t - z)^{+} = \int_{z}^{\infty} (t - z)\sigma\sqrt{L}\, f(t\sigma\sqrt{L} + \mu L, 0, 1)\left|J\right|^{-1} \sigma\sqrt{L} dt \qquad (15)$$

dengan *Jacobian* $\left|J\right| = \left|\frac{dx}{dt}\right| = \sigma\sqrt{L}$

Sehingga dapat ditulis :

$$E(t - z)^{+} = \sigma\sqrt{L}\int_{z}^{\infty} (t - z)\, f(t\sigma\sqrt{L} + \mu L, 0, 1) dt \qquad (16)$$

Karena *t* berdistribusi Normal baku maka (16) dapat ditulis :

$$E(t - z)^{+} = \sigma\sqrt{L}\int_{z}^{\infty} (t - z)\phi(t) dt = \sigma\sqrt{L}\left(\int_{z}^{\infty} t\phi(t) dt - z\int_{z}^{\infty} \phi(t) dt \right) \qquad (17)$$

dengan $\phi(.)$ fungsi kepadatan peluang normal baku. Persamaan (17) disederhanakan:

(i) $\int_{z}^{\infty} t\phi(t) dt = \phi(z)$ (18a)

(ii) $z\int_{z}^{\infty} \phi(t) dt = z[1 - \Phi(z)] = z\bar{\Phi}(z)$ (18b)

Bukti:

(i). $E(t) = \int_{-\infty}^{\infty} t\phi(t) dt = \int_{-\infty}^{z} t\phi(t) dt + \int_{z}^{\infty} t\phi(t) dt = 0$

sehingga,

$\int_{z}^{\infty} t\phi(t) dt = -\int_{-\infty}^{z} t\phi(t) dt$ dengan $\phi(t)$ fungsi kepadatan normal baku.

$$\int_{z}^{\infty} t\phi(t) dt = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} te^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Misalkan $u = -\frac{t^2}{2}$, maka:

$$\int_z^\infty t\phi(t)dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z} e^u du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[e^u\right]_{-\infty}^{z} = \phi(z)$$

(ii). $\int_{-\infty}^{\infty}\phi(t)dt = \int_{-\infty}^{z}\phi(t)dt + \int_z^\infty \phi(t)dt = 1$

atau

$$\int_z^\infty \phi(t)dt = 1 - \int_{-\infty}^{z}\phi(t)dt = \overline{\Phi}(z)$$

dimana $\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z}\phi(t)dt$ fungsi distribusi kumulatif normal baku

Substitusikan kedalam (17), diperoleh:

$$E(t-z)^+ = \sigma\sqrt{L}\psi(z) \tag{19}$$

dengan $\psi(z) = \phi(z) - z\overline{\Phi}(z)$. Kemudian substitusikan kedalam persamaan (11).

Nilai **Q** dan **r** yang meminimumkan biaya, dicari melalui turunan pertama dan kedua dari ekspektasi total biaya *EAC(Q,r)* terhadap variabel **Q** dan **k**.

$$0 = \frac{\partial EAC(Q,k)}{\partial Q} = -\frac{AD}{Q^2\left[1-E(p)\right]} + \frac{h}{2}\left\{1-E(p)+\frac{E(p^2)-E^2(p)}{1-E(p)}\right\}$$
$$-\frac{D\left[\pi+\pi_0(1-\beta)\right]}{Q^2\left[1-E(p)\right]}\sigma\sqrt{L}\psi(k) + h'\frac{E\left[p(1-p)\right]}{1-E(p)} \tag{20}$$

dan

$$\frac{\partial EAC^2(Q,k)}{\partial Q^2} = \frac{2AD}{Q^3[1-E(p)]} + \frac{2D[\pi+\pi_0(1-\beta)]}{Q^3[1-E(p)]}\sigma\sqrt{L}\psi(k) > 0$$

sehingga untuk suatu nilai *k* yang tetap, ekspektasi biaya total adalah fungsi konveks. Dari persamaan (20) diperoleh nilai Q yang optimal adalah:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D\left\{A+\left[\pi+\pi_0(1-\beta)\right]\sigma\sqrt{L}\psi(k)\right\}}{h\left\{1-2E(p)+E(p^2)\right\}+2h'E\left[p(1-p)\right]}} \tag{21}$$

Dengan menggunakan aturan *Leibnitz* pada persamaan (12) diperoleh:

$$E'(X-r)^+ = \frac{\partial}{\partial r}\int_r^\infty (X-r)f(X,\mu_L,\sigma_L)dx = -\int_r^\infty f(X,\mu_L,\sigma_L)dx = -P_z(k) \tag{22}$$

dimana $P_z(k) \equiv P(Z \geq k)$ dan *Z* adalah variabel acak dari distribusi Normal baku.

Turunan pertama terhadap *k* adalah:

$$0=\frac{\partial EAC(Q,k)}{\partial k} \quad = h\sigma\sqrt{L}-h(1-\beta)\sigma\sqrt{L}P_z(k)-\frac{D\left[\pi+\pi_0(1-\beta)\right]\sigma\sqrt{L}}{Q\left[1-E(p)\right]}P_z(k)$$

kemudian disederhanakan menjadi:

$$P_z(k)=\frac{h}{\frac{D\left[\pi+\pi_0(1-\beta)\right]}{Q\left[1-E(p)\right]}+h(1-\beta)} \tag{23}$$

Kemudian dicari nilai *k* yang optimum yang memenuhi persamaan (20) dan (23), hasilnya digunakan untuk mencari *r* optimum menggunakan rumus $r^*=\mu L+k^*\sigma\sqrt{L}$.

Solusi persamaan (20) dan (23) tidak mudah diselesaikan secara langsung, tetapi cukup mudah diselesaikan secara iteratif menggunakan algoritma berikut:

Algoritma :

1) Mulai dari $k_1=0$ s, hitung nilai dari $\psi(k_1)$ menggunakan persamaan (19)
2) Hitung Q_1 dengan menggunakan pesamaan (21).
3) Substitusi nilai Q_1 ke dalam persamaan (23) diperoleh nilai dari $P_z(k_1)$.
4) Nilai $P_z(k_1)$ digunakan untuk mencari nilai dari k_2 yang diperoleh dari nilai invers dari 1- $P_z(k_2)$ pada distribusi normal baku.

Ulangi langkah 1) - 4) sampai diperoleh nilai *Q* dan *k* yang hampir tetap, nilai tersebut menjadi *Q** dan *k** optimal, nilai r* dihitung menggunakan rumus $r^*=\mu L+k^*\sigma\sqrt{L}$.

3.2 Distribusi Eksponensial

Bila permintaan berdistribusi Eksponensial dengan parameter λ,nilai *Q** memenuhi :

$$Q=\frac{D\left[\pi+\pi_0(1-\beta)\right]\bar{F}_{\exp}(r,L)}{h\left[1-E(p)\right]\left[1-(1-\beta)\bar{F}_{\exp}(r,L)\right]} \tag{24}$$

dengan

$$\bar{F}_{\exp}(r,L)=\int_z^{\infty}\frac{1}{\mu L}\exp[-\frac{r}{\mu L}]dx \tag{25}$$

Sedangkan nilai *r** memenuhi persamaan:

$$g(z)=\left\{A+\left[\pi+\pi_0(1-\beta)\right]E(X-r)^+\right\}h^2\left[1-E(p)\right]^2\left[1-(1-\beta)\bar{F}_{\exp}(r,L)\right]^2$$
$$-D^2\left[\pi+\pi_0(1-\beta)\right]^2\bar{F}_{\exp}^{\,2}(r,L)\left\{\frac{h}{2}\left\{1-2E(p)+E(p^2)\right\}+h'E\left[p(1-p)\right]\right\}=0 \tag{26}$$

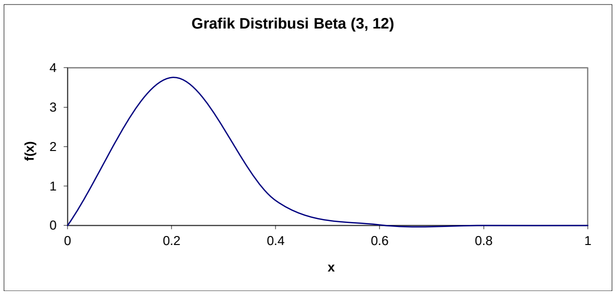
dimana $E(X-r)^+=\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda r}$ dan $\lambda=\frac{1}{\mu.L}$.

4. Contoh Numerik

Data di bawah ini akan diterapkan ke dalam model untuk dianalisa :

D = 600 unit/tahun; A = \$200 untuk setiapkali pesan;
h = \$20 perunit/tahun; v = \$1.6 perunit ;
h' = \$12 perunit pertahun; π = \$50 per unit;
π_0 = \$150 per unit; L = 4 dan 8 minggu.

Proporsi barang cacat p diasumsikan berdistribusi **Beta**(3,12), sehingga $E(p) = 0{,}2$ dan $E(p^2) = 0{,}05$. Gambar 2 memperlihatkan peluang terbesar terjadi disekitar p= 0,2.



Gambar 2. fungsi kepadatan peluang Beta (3,12)

4.1 Distribusi Normal

Semakin besar proporsi pelanggan yang memilih kebijakan *backorder* (yang memilih kebijakan *lost-sales* semakin kecil) dapat menurunkan nilai *r** , ini terjadi karena penalti untuk *backorder* lebih kecil dibandingkan *lost-sales*. Sedangkan biaya total semakin menurun, akibat langsung dari menurunnya biaya simpan. Lamanya waktu tunggu berpengaruh lebih besar pada *r** dibandingkan dengan Q* , karena tingkat persediaan *r** dipersiapkan untuk memenuhi kebutuhan selama waktu tunggu, peningkatan sebesar 2 kali untuk waktu tunggu meningkatkan *r** hampir dua kalinya (lihat Tabel 1)

Tabel 1. Hasil perhitungan untuk permintaan berdistribusi Normal

β proporsi Back order	L	Q*	r*	Biaya Pesan ($)	Biaya Simpan ($)	Biaya Kekurangan ($)	Biaya Total ($)
0	8	127	134	2379.55	2163.96	139.82	4683.33
	4	132	76	2466.83	1959.37	99.22	4525.41
0.1	8	127	134	2378.88	2152.02	141.22	4672.12
	4	132	75	2466.35	1950.89	100.22	4517.46
0.2	8	127	133	2378.14	2138.91	142.80	4659.84
	4	132	75	2465.81	1941.58	101.35	4508.73
0.3	8	127	132	2377.30	2124.39	144.58	4646.27
	4	132	74	2465.19	1931.28	102.62	4499.09
0.4	8	128	131	2376.33	2108.15	146.63	4631.12
	4	132	74	2464.49	1919.75	104.09	4488.33
0.5	8	128	131	2375.21	2089.75	149.03	4613.98
	4	132	73	2463.66	1906.69	105.81	4476.16

Sambungan Tabel 1.

β proporsi Back order	L	Q*	r*	Biaya Pesan ($)	Biaya Simpan ($)	Biaya Kekurangan ($)	Biaya Total ($)
0.6	8	128	129	2373.86	2068.56	151.89	4594.32
	4	132	72	2462.68	1891.65	107.85	4462.18
0.7	8	128	128	2372.21	2043.66	155.40	4571.28
	4	132	71	2461.48	1873.97	110.37	4445.81
0.8	8	128	126	2370.12	2013.59	159.87	4543.58
	4	132	70	2459.95	1852.61	113.57	4426.12
0.9	8	128	124	2367.32	1975.82	165.87	4509.00
	4	133	69	2457.89	1825.78	117.87	4401.54
1	8	129	122	2363.25	1925.50	174.60	4463.35
	4	133	67	2454.90	1790.03	124.13	4369.06

4.2 Distribusi Eksponensial

Karakteristik model untuk distribusi permintaan eksponensial hampir sama dengan distribusi permintaan normal yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya. Sedangkan perbedaannya terletak pada nilai Q^* dan r^* yang nilainya hampir dua kali lipat nilai untuk distribusi normal. (lihat tabel 2)

Tabel 2.

β proporsi backorder	L	Q*	r*	Biaya Pesan	Biaya Simpan	Biaya Kekurangan	Biaya Total
0	8	234	323	1840.29	7095.83	1790.23	10726.36
	4	177	174	2139.76	4416.72	901.74	7458.21
0.1	8	234	315	1839.99	6949.24	1791.68	10580.92
	4	178	170	2139.57	4343.81	902.29	7385.62
0.2	8	235	308	1839.647	6790.01	1793.38	10423.03
	4	178	166	2139.34	4264.63	902.96	7306.94
0.3	8	235	299	1839.22	6615.74	1795.41	10250.36
	4	178	162	2139.08	4178.04	903.74	7220.86
0.4	8	235	289	1838.70	6423.27	1797.90	10059.86
	4	178	157	2138.75	4082.46	904.71	7125.92
0.5	8	235	279	1838.06	6208.38	1800.99	9847.42
	4	178	152	2138.35	3975.83	905.90	7020.08
0.6	8	235	266	1837.24	5965.12	1804.95	9607.31
	4	178	146	2137.84	3855.26	907.42	6900.52
0.7	8	236	252	1836.15	5684.86	1810.21	9331.22
	4	178	139	2137.15	3716.52	909.45	6763.13
0.8	8	236	236	1834.65	5354.29	1817.51	9006.45
	4	178	131	2136.22	3553.20	912.24	6601.65
0.9	8	237	216	1832.42	4951.26	1828.36	8612.05
	4	178	121	2134.83	3354.61	916.36	6405.80
1	8	239	190	1828.80	4434.80	1846.15	8109.75
	4	179	108	2132.58	3101.22	923.08	6156.88

5. Penutup

5.1 Kesimpulan

- Distribusi permintaan sangat berpengaruh terhadap nilai Q dan *r* yang optimum.
- Distribusi permintaan menentukan rataan jumlah kekurangan persediaan $E(X-r)^+$ sebagai konsekuensinya untuk setiap distribusi memerlukan rumus tersendiri untuk mencari Q dan *r*

yang optimum (bandingkan rumus (23) untuk distribusi normal dan (26) untuk distribusi eksponensial yang memiliki bentuk yang sangat berbeda) .

- Biaya total berkurang seiring meningkatnya proporsi *backorder* .

5.2 Saran pengembangan

Dalam praktek tidak terlalu mudah untuk mengenali distribusi permintaan dan juga menurunkan rumus-rumusnya. Oleh karena itu perlu dikembangkan model sederhana untuk mengakomodasi berbagai kasus distribusi permintaan tetapi memiliki solusi yang cukup dekat pada solusi eksaknya.

Daftar Pustaka

[1] M. Ben-Daya dan M.Hariga, 1999, "*Some Stochastic Inventory Models with Deterministic Variable Lead Time*", European Journal of Operational Research, **113**, p. 42-51.

[2] W.Buwono, 2005, "*Model persediaan (Q, r, L) untuk produk yang memuat barang cacat dengan informasi permintaan lengkap"*, Skripsi Jurusan Matematika Universitas Parahyangan.

[3] W.J. Hopp, dan M.L. Spearman, M.L., 1996, "*Factor Physics: Foundations of Manufacturing Management"*, Richard D. Irwin.

[4] A.Sukmana, W.Buwono, Y.Arman, dan Fenny, 2005, "*Model Matematika untuk Sistem Persediaan (Q,r,L)*", dipresentasikan pada Seminar Nasional Matematika 2005 di Universitas Pendidikan Indonesia Bandung, 20 Agustus 2005

[5] K.S. Wu dan L.Y. Ouyang, 2001, "*(Q,r,L) Inventory Model with Defective Items*", Computers and Industrial Engineering, **39,** p.173-185

[6] Fenny, 2004, "*Model Persediaan (Q, r, L) dengan Informasi Permintaan Lengkap dan L Deterministik"*, Skripsi Jurusan Matematika, Universitas Parahyangan.