ISBN:1858-1382

J M S K
Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi
http://journal.unhas.ac.id/index.php/jmsk
Vol. 11, No. 1, 28-38, Juli 2014

RANCANGAN *FRACTIONAL FACTORIAL* (FF) 3^{k-p} DAN PENGGUNAAN METODE BISSELL UNTUK MENGIDENTIFIKASI FAKTOR SIGNIFIKAN

NIKI ARISKI [1], ANNISA[2] DAN NASRAH SIRAJANG[3]

Abstrak

Percobaan faktorial adalah percobaan yang melibatkan lebih dari satu faktor. Rancangan Faktorial Fraksional muncul karena keterbatasan faktor waktu, biaya serta tenaga yang tersedia untuk melakukan suatu percobaan yang melibatkan banyak faktor. Penelitian ini dilakukan untuk 1) Menentukan Rancangan Faktorial Fraksional pada percobaan bertaraf tigauntuk banyaknya faktor, $k = 3,4,5,$ dan 6 dengan fraksi yang digunkan $p = \frac{1}{3}, \frac{1}{9}$ dan $\frac{1}{27}$; 2) Menentukan faktor yang signifikan dengan menggunakan Metode Bissell untuk Rancangan Faktorial Fraksional tanpa pengulangan pada studi kasus mengenai faktor-faktor yang signifikan terhadap panjang tanaman kacang hijau. Adapun faktor-faktor yang digunakan adalah faktor media tumbuh, cahaya dan air.Hasil penelitian diperoleh pemilihan Rancangan Faktorial Fraksional Tiga Level sesuai dengan generator yang dapat digunakan dan dengan menggunakan Metode Bissel untuk studi kasus mengenai faktor-faktor yang signifikan terhadap panjang tanaman kacang hijau diketahui faktor yang signifikan adalah cahaya.

Kata Kunci : Rancangan Faktorial, Rancangan *Fractional Factorial* (FF) Tiga Level, Metode Bissell, Perkecambahan Benih.

1. PENDAHULUAN

Percobaan faktorial adalah percobaan dimana semua taraf dari suatu faktor dikombinasikan dengan semua taraf dari faktor lainnya. Kombinasi yang kemudian muncul dari taraf-taraf faktor inilah yang disebut faktorial. Dengan rancangan faktorial inilah dapat ditentukan faktor mana di antara sejumlah faktor yang secara terpisah maupun bersama-sama memberikan efek pada respon yang ada dalam suatu percobaan.

Namun, pada rancangan faktorial dengan jumlah faktor yang besar misalkan sebanyak k faktor dan misalkan masing-masing bertaraf 3, maka akan terdapat 3^{k}kombinasi perlakuan sehingga eksperimen menjadi tidak efisien untuk dilakukan. Sebagai contoh, jika $k = 6$ maka akan ada $3^6 = 729$ kombinasi perlakuan. Untuk menurunkan jumlah kombinasi perlakuan tersebut, digunakan sebuah rancangan yang disebut rancangan *Fractional Factorial* (FF). Pengunaan rancangan FF ini telah diperkenalkan oleh Tippet (Box dan Meyer, 1986). Selanjutnya, Voelkel dan Rochester (2004), dalam penelitiannya menyimpulkan bahwa rancangan ini relatif lebih efisien [7]. [1]

Pada rancangan FF hanya dilakukan sebagian dari kombinasi perlakuan yang akan dicobakan namun tidak menghilangkan informasi penting yang diperlukan. Banyaknya faktor akan menentukan pembentukan struktur rancangan FF dan dengan jumlah faktor tertentu dapat dibentuk beberapa struktur rancangan FF yang berbeda. Rancangan FF sangat berguna

[1,2,3] *Jurusan Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin Makassar, Jl. Perintis Kemerdekaan Km.10 Makassar*

E-mail: nickyaries91@gmail.com, nkalondeng@gmail.com

untuk percobaan yang melibatkan banyak faktor dan bertujuan untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang memiliki pengaruh.

Rancangan FF tiga taraf dinotasikan dengan 3^{k-p}. Jadi rancangan yang dicobakan hanya 3^{k-p} kombinasi perlakuan dari 3^{k} kombinasi perlakuan lengkap. Banyaknya total kombinasi perlakuan yang akan dicobakan dalam rancangan FF disebut fraksi percobaan.

Untuk percobaan lebih dari satu unit eksperimen untuk setiap perlakuan, maka digunakan analisis varian untuk menguji efek utama dan efek interaksi dalam model sedangkan untuk percobaan yang hanya terdapat satu pengamatan pada tiap-tiap perlakuan, karena tidak terdapat derajat bebas untuk mengestimasi σ^2 dan tidak ada *error* dalam setiap perlakuan maka dalam menaksir efek faktor yang signifikan dari rancangan FF tanpa pengulangan bisa menggunakan analisis atau metode tertentu. Salah satu metode yang dapat digunakan yaitu metode Bissel. Bissell (1989, 1992) dalam [7], mengadopsi uji dispersi Cochran dalam mengkonstruksi uji statistik untuk mengidentifikasi faktor yang signifikan.

Adapun tujuan penulisan ini adalah untuk menentukan rancangan FF pada percobaan bertaraf tiga dan menentukan faktor yang signifikan dengan menggunakan metode Bissell pada studi kasus “perkecambahan tanaman kacang hijau” untuk mengetahui faktor-faktor yang signifikan terhadap panjang tanaman kacang hijau.

2. PERANCANGAN PERCOBAAN

Perancangan percobaan adalah suatu uji atau sederetan uji baik menggunakan statistika deskripsi maupun statistik inferensi yang bertujuan untuk mengubah peubah input menjadi suatu output yang merupakan respon dari percobaan tersebut.

2.1. Percobaan Faktorial

Percobaan faktorial adalah percobaan yang menggunakan lebih dari satu faktor dimana setiap taraf dari satu faktor dikombinasikan dengan taraf-taraf faktor lain. Rancangan ini digunakan untuk menyelidiki secara bersamaan efek beberapa faktor berlainan. Disebut rancangan faktorial karena semua faktor dikombinasikan atau disilangkan dengan taraf tiap faktor lainnya yang ada dalam eksperimen.

2.2. Rancangan *Fractional Factorial* (FF)

Dalam suatu eksperimen, rancangan faktorial adalah suatu rancangan yang mengikutkan seluruh kombinasi perlakuan dari k faktor atau variabel input. Apabila jumlah dari k faktor ini cukup besar, maka akan berakibat pada besarnya jumlah kombinasi perlakuan yang akan dilakukan, dan ini tidak cukup efisien. Percobaan faktorial yang terdiri atas beberapa faktor misalkan sebanyak k faktor dan masing-masing faktor bertaraf katakanlah sama dengan 3, maka dari rancangan ini terdapat 3^k kombinasi perlakuan. Dengan bertambahnya faktor maka jumlah kombinasi perlakuan senantiasa bertambah. Rancangan yang sering digunakan untuk menanggulangi hal tersebut, adalah dengan menggunakan rancangan *Fractional Factorial* (FF).

2.3. Model Linear Rancangan *Fractional Factorial* (FF)

Diberikan variabel respon y dari rancangan faktorial fraksional yang pengamatannya dilakukan tanpa pengulangan untuk tiap kombinasi perlakuan, dan $x_1, x_2, \dots, x_k$ variabel input yang berkaitan dengan faktor independen. Hubungan antara variabel-variabel tersebut dapat digambarkan dalam persamaan berikut :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \epsilon \tag{1}$$

dimana :$x_1, x_2 \dots x_k$= Variabel bebas; y = Variabel terikat; β_0 = Koefisien Konstanta;$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$= Variabel bebas; ϵ = *error*

2.4. Fraksional Faktorial Tiga-Level

Secara umum rancangan fraksional pada percobaan faktorial 3^k dilambangkan dengan 3^{k-p}, biasa ditulis $\left(\frac{1}{3}\right)^p$ bagian dari 3^k untuk $p < k$. Jadi fraksional $\frac{1}{3}$ bagian dilambangkan dengan 3^{k-1}, begitu pula dengan fraksional $\frac{1}{9}$ bagian dengan 3^{k-2} dan fraksional $\frac{1}{27}$ bagian dengan 3^{k-3} dan seterusnya.

2.5. Tabel Respon pada Rancangan FF Tiga Level

Untuk perhitungan efek dari masing-masing faktor dapat menggunakan table respon atau yang biasa disebut tabel *Orthogonal Array* (OA) dan disimbolkan dengan L_q diman *q* adalah jumlah percobaan yang dilakukan. *Orthogonal array* ini dikembangkan oleh Taguchi dalam keluarga matriks Fractional Factorial Experiment (FFE). OA diciptakan oleh Jaques Hardmand pada tahun 1897 dan mulai diterapkan pada perang dunia II oleh Plackett Burman.

Tabel 1. Tabel respon OA dengan 3 faktor

Run	*Response*	A			B			C		
		0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	y_1	y_{10}	-	-	y_{10}	-	-	y_{10}	-	-
2	y_2	-	y_{21}	-	y_{20}	-	-	-	y_{21}	-
3	y_3	-	-	y_{32}	y_{30}	-	-	-	-	y_{32}
4	y_4	y_{40}	-	-	-	y_{41}	-	-	y_{41}	-
5	y_5	-	y_{51}	-	-	y_{51}	-	-	-	y_{52}
6	y_6	-	-	y_{62}	-	y_{61}	-	y_{60}	-	-
7	y_7	y_{70}	-	-	-	-	y_{72}	-	-	y_{72}
8	y_8	-	y_{81}	-	-	-	y_{82}	y_{80}	-	-
9	y_9	-	-	y_{92}	-	-	y_{92}	-	y_{91}	-
Average ($\bar{y}$)		$\bar{A}_0$	$\bar{A}_1$	$\bar{A}_2$	$\bar{B}_0$	$\bar{B}_1$	$\bar{B}_2$	$\bar{C}_0$	$\bar{C}_1$	$\bar{C}_2$
Estimated main effect		Terbesar-Terkecil			Terbesar-terkecil			Terbesar-Terkecil		

2.6. Metode Bissell

Hipotesis yang akan diuji adalah :

$$H_0: \beta_i = 0 H_1: \beta_i \neq 0; i = 1,2,3, \dots, k$$

Nilai dari statistik Bissell yang dinyatakan sebagai berikut :

$$B_k = \frac{(k-1)v}{2}(s/m)^2 \sim \chi^2_{k-1}$$

Untuk menentukan apakah suatu faktor signifikan atau tidak, diuji hipotesis di bawah H_0 untuk setiap nilai B_k yang diperoleh dengan kriteria penolakan H_0 :

Tolak H_0 jika

$$P\left(B_k < \chi^2_{\frac{\alpha}{2};k-1} | H_0\right) atau\ P\left(B_k > \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2};k-1} | H_0\right)$$

[7].

2.7. Perkecambahan Benih

Perkecambahan benih dapat dikatakan sebagai proses dimulainya pertumbuhan embrio dari benih yang sudah matang. Benih dapat berkecambah bila tersedia faktor-faktor pendukung selama terjadi perkecambahan. Perkembangan benih dipengaruhi oleh faktor dalam (internal) dan faktor luar (eksternal). Adapun faktor luar yang mempengaruhi perkecambahan benih yaitu air, suhu, oksigen, cahaya, dan media tumbuh [8].

3. PENGGUNAAN RANCANGAN *FRACTIONAL FACTORIAL* (FF)

Percobaan faktorial yang terdiri atas beberapa faktor, misalkan 6 faktor masing-masing bertaraf 3 maka akan terdapat 3^6 kombinasi perlakuan. Semakin bertambahnya faktor maka jumlah kombinasi perlakuan senantiasa bertambah.

Rancangan FF muncul karena keterbatasan faktor waktu, biaya serta tenaga yang tersedia untuk melakukan suatu percobaan yang melibatkan banyak faktor. Dengan melakukan rancangan FF maka hanya akan dilakukan sebagian percobaan dari kombinasi perlakuan lengkap sesuai dengan fraksinya misalnya untuk rancangan faktorial dengan tiga level dapat dilakukan hanya $\frac{1}{3}$ bagian, $\frac{1}{9}$ bagian, $\frac{1}{27}$ bagian dan seterusnya.

3.1. Pembentukan Struktur Rancangan *Fractional Factorial* (FF)

Pembentukan struktur rancangan ditentukan oleh banyaknya faktor dan fraksi yang digunakan. Dalam sebuah rancangan dapat dibentuk beberapa struktur rancangan yang berbeda. Bingham & Sitter (2001) dalam [10], Ada dua jenis pemilihan struktur rancangan :

1. Pemilihan berdasarkan kriteria rancangan terbaik
2. Pemilihan struktur berdasarkan pengaruh faktor tertentu yang ingin diduga

Montgomery [6] menjelaskan bahwa pemilihan struktur rancangan berdasarkan kriteria rancangan terbaik memiliki dua kriteria yang harus dipenuhi, yaitu 1) Resolusi maksimum; 2) *Minimum aberration* (MA)

Rancangan dengan resolusi tinggi adalah rancangan terbaik karena semakin tinggi resolusi sebuah rancangan maka akan semakin banyak *clear effect*. Secara umum, resolusi dari sebuah rancangan sama dengan jumlah huruf terkecil pada *defining relation*yang disebut dengan *Word Length Pattern* (WLP).

Jika dua atau lebih rancangan memiliki resolusi yang sama maka selanjutnya dapat dilihat rancangan yang memenuhi kriteria *minimum aberation*. Rancangan *minimum aberration* (MA) adalah rancangan yang meminimalkan banyaknya kata dalam *defining relation* yang berarti meminimumkan banyaknya pengaruh interaksi tingkat rendah yang saling terpaut.

3.1.1. Fraksi $\frac{1}{3}$

Fraksi terbesar dari desain 3^k adalah fraksi sepertiga yang memiliki 3^{k-1}*run* sehingga disebut sebagai desain 3^{k-1} FF.

Rancangan FF 3^{2-1}

Untuk memulai membentuk rancangan FF 3^{2-1} maka terlebih dahulu menentukan generator yang akan digunakan.

Beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam membentuk generator yaitu :

a. Generator yang dibentuk tidak hanya dengan satu huruf sehingga akan membentuk *defining relation* yang terdiri dari dua huruf. *Defining relation* yang terdiri dari dua huruf akan menyebabkan pengaruh utama tertentu terpaut dengan pengaruh utama lain padahal faktor utama tersebut yang ingin diduga.
b. Generator kedua yang dibentuk tidak melibatkan faktor pada generator pertama karena akan menghasilkan struktur yang sama dengan struktur yang lain.

Berdasarkan ketentuan di atas, maka pada rancangan FF 3^{2-1} tidak dapat dilakukan karena generator yang ada tidak memenuhi ketentuan pemilihan generator.

Rancangan FF 3^{3-1}

Rancangan dibentuk untuk mengetahui pengaruh faktor utama dan interaksi 2 faktor BC

Tabel 2. Generator untuk rancangan 3^{3-1}

Generator

C
AB
AB^2

Tabel 3. Rancangan dengan generator $C = AB$

Pengaruh	Alias
A	$ABC = BC$
B	AC^2
C	AB^2
AB	$AC = BC^2$

dari alias yang terbentuk, pengaruh utama faktor A terpaut dengan BC padahal kedua pengaruh tersebut yang ingin diduga.

Tabel 4. Rancangan dengan generator $C = AB^2$

Pengaruh	Alias
A	AB^2C
B	AB^2C^2
C	AB
AC	$AB^2 = BC$
AC^2	AB^2C^2
BC^2	AB^2C

Dari alias yang terbentuk, pengaruh yang ingin diduga yaitu pengaruh utama faktor A, B, C dan interaksi dua faktor BC tidak terpaut sehingga masing-masing pengaruh tersebut dapat diduga. Panjang huruf dari *defining relation* adalah 3 maka rancangan FF 3^{3-1} memiliki resolusi III.

Tabel 5. Matriks rancangan FF 3^{3-1} dengan $I = ABC^2$

Run	Rancangan Dasar		$C = AB$	Kombinasi Perlakuan
	A	B		
1	0	0	0	$a_0b_0c_0$
2	1	0	1	$a_1b_0c_1$
3	2	0	2	$a_2b_0c_2$
4	0	1	1	$a_0b_1c_1$
5	1	1	2	$a_1b_1c_2$
6	2	1	0	$a_2b_1c_0$
7	0	2	2	$a_0b_2c_2$
8	1	2	0	$a_1b_2c_0$
9	2	2	1	$a_2b_2c_1$

Rancangan 3^{k-p} di atas juga dapat dibuatkan blok-blok. Dengan adanya blok dapat digunakan sebagai alternatif kombinasi perlakuan yang digunakan karena salah satu dari blok dapat dipilih untuk digunakan.

Jika $AB^{\alpha2}C^{\alpha3}\ldots K^{\alpha k}$ adalah komponen interaksi yang digunakan untuk mendefinisikan blok, maka $I = AB^{\alpha2}C^{\alpha3}\ldots K^{\alpha k}$disebut *defining relation* dari rancangan FF. Pembentukan bagian-bagian dapat dilaksanakan dengan menggunakan bentuk linear atau yang disebut dengan *defining contrast* :

$$\alpha_1X_1 + \alpha_2X_2 + \alpha_3X_3 + \cdots + \alpha_kX_k = L \quad (\text{mod } 3)$$

setiap kombinasi perlakuan yang memiliki nila L yang sama ditempatkan dalam satu bagian yang sama pula [6].

Pada pada kasus di atas, *defining relation* yang digunakan adalah ABC^2 maka bentuk linearnya didefinisikan :

$L = 1.X_1 + 1.X_2 + 2.X_3$

Nilai – nilai L untuk masing – masing kombinasi perlakuan adalah :

$000 : L = 1.(0) + 1.(0) + 2.(0) = 0$

$001 : L = 1.(0) + 1.(0) + 2.(1) = 2$

$002 : L = 1.(0) + 1.(0) + 2.(2) = 4\ (mod\ 3) = 1$

$\vdots$

$222 : L = 1.(2) + 1.(2) + 2.(2) = 8\ (mod\ 3) = 2$

Dengan mendapatkan nilai – nilai L yang sama ke dalam satu bagian yang sama pula, diperoleh bagian – bagian sebagai berikut :

Blok 1 $L = 0$	Blok 2 $L = 1$	Blok 3 $L = 2$
000	002	001
011	010	012
022	021	020
101	100	102
112	111	110
120	122	121
202	201	200
210	212	211
221	220	222

Jika dilihat rancangan 3^{3-1} yang terbentuk dengan generator AB dan blok-blok yang terbentuk, dapat disimpulkan bahwa kombinasi perlakuan yang terpilih dengan menggunakan generator sama dengan bagian utama blok yaitu dengan nilai $L = 0$

3.1.2. Fraksi $\frac{1}{9}$

Secara umum, dapat dibentuk sebuah $a\left(\frac{1}{3}\right)^p$ fraksi dari rancangan 3^k untuk $p < k,$ di mana fraksi mengandung 3^{k-p}. Seperti pada 3^{k-1} yang dikatakan pecahan satu-tiga. Dengan demikian, desain 3^{k-2} adalah pecahan satu-sembilan, desain 3^{k-3}adalah pecahan satu-duapuluh-tujuh dan seterusnya [6].

Rancangan FF 3^{4-2}

Tabel 6. Matriks rancangan FF 3^{4-2} dengan generator $C = AB$ dan $D = AB^2$ dan memenuhi kriteria rancangan terbaik

Run	Rancangan Dasar		$C = AB$	$D = AB^2$	Kombinasi Perlakuan
	A	B			
1	0	0	0	0	$a_0b_0c_0d_0$
2	1	0	1	1	$a_1b_0c_1d_1$
3	2	0	2	2	$a_2b_0c_2d_2$
4	0	1	1	2	$a_0b_1c_1d_2$
5	1	1	2	0	$a_1b_1c_2d_0$
6	2	1	0	1	$a_2b_1c_0d_1$
7	0	2	2	1	$a_0b_2c_2d_1$
8	1	2	0	2	$a_1b_2c_0d_2$
9	2	2	1	0	$a_2b_2c_1d_0$

Rancangan 3^{k-2} di atas juga dapat dibuatkan blok-blok sebagai alternatif kombinasi perlakuan yang dapat digunakan karena salah satu dari blok dapat dipilih. Rancangan FF 3^{k-2}dibagi ke dalam sembilan blok yang setiap blok memuat 9 kombinasi perlakuan.

3.1.3. Fraksi $\frac{1}{27}$

Sama halnya pada desain 3^{k-1} dan 3^{k-2} yang sudah dibahas sebelummya, desain 3^{k-3}adalah pecahan satu-duapuluh-tujuh.

Rancangan FF 3^{6-3}

Tabel 7. Matriks rancangan FF 3^{6-3} dengan generator $D = ABC^2, E = AB$ dan $F = AC^2$ dan memenuhi criteria rancangan terbaik

Run	Rancangan dasar			$D = ABC^2$	$E = AB$	$F = AC^2$	Kombinasi Perlakuan
	A	B	C				
1	0	0	0	0	0	0	$a_0b_0c_0d_0e_0f_0$
2	1	0	0	1	1	1	$a_1b_0c_0d_1e_1f_1$
3	2	0	0	2	2	2	$a_2b_0c_0d_2e_2f_2$
4	0	1	0	1	1	0	$a_0b_1c_0d_1e_1f_0$
5	1	1	0	2	2	1	$a_1b_1c_0d_2e_2f_1$
6	2	1	0	0	0	2	$a_2b_1c_0d_0e_0f_2$
7	0	2	0	2	2	0	$a_0b_2c_0d_2e_2f_0$
8	1	2	0	0	0	1	$a_1b_2c_0d_0e_0f_1$
9	2	2	0	1	1	2	$a_2b_2c_0d_1e_1f_2$
10	0	0	1	2	0	2	$a_0b_0c_1d_2e_0f_2$
11	1	0	1	0	1	0	$a_1b_0c_1d_0e_1f_0$
12	2	0	1	1	2	1	$a_2b_0c_1d_1e_2f_1$
13	0	1	1	0	1	2	$a_0b_1c_1d_0e_1f_2$
14	1	1	1	1	2	0	$a_1b_1c_1d_1e_2f_0$
15	2	1	1	2	0	1	$a_2b_1c_1d_2e_0f_1$
16	0	2	1	1	2	2	$a_0b_2c_1d_1e_2f_2$

Lanjutan tabel 7

Run	Rancangan dasar			$D = ABC^2$	$E = AB$	$F = AC^2$	Kombinasi Perlakuan
	A	B	C				
17	1	2	1	2	0	0	$a_1b_2c_1d_2e_0f_0$
18	2	2	1	0	1	1	$a_2b_2c_1d_0e_1f_1$
19	0	0	2	1	0	1	$a_0b_0c_2d_1e_0f_1$

20	1	0	2	2	1	2	$a_1b_0c_2d_2e_1f_2$
21	2	0	2	0	2	0	$a_2b_0c_2d_0e_2f_0$
22	0	1	2	2	1	1	$a_0b_1c_2d_2e_1f_1$
23	1	1	2	0	2	2	$a_1b_1c_2d_0e_2f_2$
24	2	1	2	1	0	0	$a_2b_1c_2d_1e_0f_0$
25	0	2	2	0	2	1	$a_0b_2c_2d_0e_2f_1$
26	1	2	2	1	0	2	$a_1b_2c_2d_1e_0f_2$
27	2	2	2	2	1	0	$a_2b_2c_2d_2e_1f_0$

Pada rancangan FF3^{6-3}di atas, dapat juga dibuatkan blok sebagai alternatif rancangan dengan menggunakan 3 buah generator. Namun, pada rancangan FF3^{6-3} membagi rancangan ke dalam 27 blok yang setiap blok memuat 27 kombinasi perlakuan.

3.2. Penggunaan Metode Bissel untuk Menentukan Faktor Signifikan

Diberikan rancangan faktorial fraksional berjumlah k faktor dengan $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k$sebagai efek faktor dan $R_1, R_2, R_3, \dots, R_k$ rata-rata kuadrat yang saling bebas masing-masing mempunyai derajat bebas v.

Selanjutnya diketahui : $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{k}(y_i - y^2)^2 \sim \mathcal{X}_k^2$, Rata-rata kuadrat dari masing-masing faktor $R = \frac{\sum_{i=1}^{k}(y_i-\bar{y})^2}{v}$

Berdasarkan sifat chi kuadrat, maka $E(R) = \sigma^2$dan $Var(R) = \frac{2(\sigma^2)^2}{v}$.Jika m merupakan faktor skala dari distribusi chi kuadrat, maka :

$$Var(R) = \frac{2m^2}{v}$$

dan jika s^2 merupakan penaksir variansi dari sampel, maka :

$$\frac{(k-1)s^2}{\sigma^2} \sim \mathcal{X}_{k-1}^2$$

.

Dari kedua persamaan diperoleh $\widehat{Var(R)} = \hat{\sigma}^2 = \frac{2m^2}{v}$ Sehingga

$$\frac{(k-1)s^2}{\hat{\sigma}^2} = \frac{(k-1)s^2}{\frac{2m^2}{v}} = \frac{(k-1)v}{2}\left(\frac{s}{m}\right)^2$$

maka didapatkan nilai dari statistik Bissell yang dinyatakan sebagai berikut :

$$B_k = \frac{(k-1)v}{2}(s/m)^2 \sim \mathcal{X}_{k-1}^2$$

Untuk menentukan apakah suatu faktor signifikan atau tidak, diuji hipotesis di bawah H_0 untuk setiap nilai B_k yang diperoleh dengan kriteria Tolak H_0 jika $P\left(B_k < \mathcal{X}_{\frac{\alpha}{2};k-1}^2 | H_0\right) atau\ P\left(B_k > \mathcal{X}_{1-\frac{\alpha}{2};k-1}^2 | H_0\right)$

3.3. Contoh Kasus untuk Rancangan FF dan Penggunaan Metode Bissell

Sebuah percobaan mengenai “ Perkecambahan Tanaman Kacang Hijau “ dengan 3 faktor (A, B, dan C) yang msing-masing bertaraf 3.

Struktur berdasarkan kriteria rancangan terbaik dengan generator $C = AB^2$

Run	Faktor				Kombinasi Perlakuan	Panjang Tanaman
	A	B	C	AC		
1	0	0	0	0	$a_0b_0c_0$	1,1 cm
2	1	0	1	2	$a_1b_0c_1$	10,9 cm
3	2	0	2	1	$a_2b_0c_2$	9,5 cm
4	0	1	2	2	$a_0b_1c_2$	31,1 cm
5	1	1	0	1	$a_1b_1c_0$	29,0 cm
6	2	1	1	0	$a_2b_1c_1$	26,5 cm
7	0	2	1	1	$a_0b_2c_1$	28,3 cm
8	1	2	2	0	$a_1b_2c_2$	29,8 cm
9	2	2	0	2	$a_2b_2c_0$	26,1 cm

Faktor	Taraf	Rata-Rata	Efek Faktor	MS
A	0	20,167	3,066	19,309
	1	23,233		
	2	20,7		
B	0	7,167	21,7	942,280
	1	28,867		
	2	28,067		
C	0	18,733	4,733	45,309
	1	21,9		
	2	23,467		
AC	0	19,133	3,133	20,136
	1	22,267		
	2	22,7		
Jumlah			32,633	1.027,033
Rata-rata (m)			8,158	**256,758**

Mean Square dihitung dengan : $MS = \frac{(effects^2)\times(N(effects)+1)}{v}$

Standar deviasi : $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4}(y_i-\bar{y})^2}{v}}$dimana : $v =$ banyaknya data $- 1 = 4 - 1 = 3$

Nilai statistik Bissell adalah : $B_k = \frac{(k-1)v}{2}(s/m)^2$

Dilakukan perhitungan sebagai berikut :

a. Dari hasil penghitungan rata-rata sebesar $256{,}758$ dan standar deviasi sebesar $457{,}174$ dari rata-rata kuadrat.

b. Untuk $k = 4$ diperoleh nilai $B_k = 9{,}511$ dengan nilai chi kuadrat dari tabel adalah 9,35 untuk $1 - \frac{\alpha}{2}$dengan $\alpha = 0{,}05$ dan $Df = 3$hasil ini menolak H_0yang artinya menyatakan signifikan.

$$P\left(B_k > \mathcal{X}^2_{1-\frac{\alpha}{2};k-1} | H_0\right) \Leftrightarrow 9{,}511 > 9{,}35$$

Nilai yang dihilangkan dari perhitungan pada setiap iterasi dalam metode ini adalah faktor yang memiliki MS terbesar sekaligus dinyatakan sebagai faktor yang signifikan, yaitu faktor cahaya.

Demikian seterusnya hingga untuk suatu k dengan B_k tidak signifikan, perhitungan dihentikan.

c. $k = 3$ diperoleh nilai $B_k = 0{,}811$ dengan nilai chi kuadrat dari tabel adalah 7,38 untuk $1 - \frac{\alpha}{2}$dengan $\alpha = 0{,}05$ dan $Df = 2$hasil ini menerima H_0yang artinya menyatakan tidak signifikan. karena untuk suatu $k = 3$ dengan $B_k = 0{,}811$ tidak signifikan maka perhitungan dihentikan.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian pembahasan mengenai rancangan FF di atas maka dapat diambil kesimpulan :

1. Rancangan *Fractional Factorial* 3^{k-p}untuk banyaknya faktor, $k = 3,4,5,$ dan 6 dengan fraksi yang digunakan $p = \frac{1}{3}, \frac{1}{9}$ dan $\frac{1}{27}$adalah sebagai berikut :

Frak	**Fakt**	**Resolusi**	**Kriteria rancangan**	**Generator**	***Defining relation***	**Kombinasi yang terambil**
		III	Faktor utama dan interaksi BC	$C =$	$I = ABC^2$	000, 101, 202,011, 112,210, 022,120,221
		III	Rancangan terbaik	$C =$ $D =$	$I = ABC^2 = AB^2D^2 = AC = BCD^2$	0000, 1011, 2022, 011 2101, 0221, 1202, 221
		III	Rancangan terbaik	$D =$ $E =$ $F =$	$I = ABC^2D^2 = ABE = AC^2F^2 = ABCDE^2 = CDE = AB^2C^2DF = BD^2F = AB^2CE^2F = BCEF$	00000, 100111, 20022 110221, 210002, 0202 220112, 001202, 1010 011012, 111120, 211 121200, 221011, 0021 202020, 012211, 112 022021, 122102, 222

2. Dengan menggunakan metode Bissel untuk studi kasus mengenai faktor-faktor yang signifikan terhadap panjang tanaman kacang hijau diketahui faktor yang signifikan adalah faktor Cahaya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Box, G. E. P. dan Hunter, J. S. 1961. "The fractional factorial design part I., II". *Tehnometrics* 3:311-48.

[2] Box, G. E. P. dan Meyer, R. D. 1986. "An Analysis for Unreplicated Fractional Factorials". *Technometrics*. 28. 1 pp. 11-18.

[3] Dong., F. 1993. "On the Indentification of Active Contrasts in Unreplicated Fractional Factorial".*Statistics Sinica* 3, pp 209-217.

[4] Hakim. 1998.*"* Replikasi Fraksional pada Percobaan Faktorial 3^{k}". *Skripsi Jurusan Matermatika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin. Makassar.*

[5] Mattjik, A.A. dan Sumertajaya, I.M. 2002. "Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab. Edisi kedua". *Institut Pertanian Bogor Press*. Bogor.

[6] Montgomery Douglas C. 2001. *Design and Analysis of Experiments*. 5th Edition, John Wiley & Sons.

[7] Sauddin, Adnan. 2006. " Identifikasi Faktor Signifikan Rancangan Faktorial Fraksional tanpa Pengulangan dengan Metode Bissell, Lenth, dan Fang*"*. *Tesis Program Studi Magister Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember*. Surabaya.

[8] Sutopo, L. 2002. *Teknologi Benih*. PT. Raja Grafindo Persada. Jakarta.

[9] Voelkel, G. J dan Rochester, CQAS, R.I.T., 2004. "The Efficiencies of Fractional Factorial Designs". *Technical Report* 2004-1. http://www.rit.edu/ _636www/about/TR2004-1.pdf.

[10] Winarni, Sri. 2006. *"*Kajian pada Rancangan Fractional Factorial dan Fractional Factorial Split – Plot*"*. *Tesis Program Studi Statistika Sekolah Pascasarjana Institut Pertanian Bogor*.