

Spatial Weighting Selection in GSTAR and S-GSTAR Models for Temperature Prediction

Pemilihan Pembobotan Spasial pada Model GSTAR dan S-GSTAR dalam Memprediksi Temperatur

Utriweni Mukhaiyar^{1*}, Riani Utami^{2*}, Nabila Mardhiyah^{3*}, Yalela Sa'adah^{4*}, Erni Widyawati^{5*}

** Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Institut Teknologi Bandung, Indonesia*

Email: utriweni.mukhaiyar@itb.ac.id, rianiutami9@gmail.com, nabila.mardiyah01@gmail.com, yalelasaadah212@gmail.com, 94erniwidyawati@gmail.com

Received: 26 March 2024, revised: 21 April 2024, accepted: 22 April 2024

Abstract

Recent research in time series analysis indicates that events at a particular location are not only influenced by events at previous times but also by proximity between locations. Events influenced by both space and time can be modeled using a space-time model. GSTAR model is one such space-time model. In its development, time series data exhibiting seasonal patterns are modeled using Seasonal GSTAR (S-GSTAR). The GSTAR and S-GSTAR models are used to model temperature in the Banjar, Cilacap, and Sleman Districts. The purpose of employing both methods is to compare the best model for modeling temperature at these three locations. Spatial weights used include inverse distance weighting using the Euclidean distance formula, uniform weighting, and cross-correlation normalization weighting. Ordinary Least Squares (OLS) is the estimation method used in this study. The best model obtained is S-GSTAR(1: 1)¹² with inverse distance weighting, as this model has the smallest RMSE value.

Keywords: Space-time, GSTAR, seasonal, temperature, prediction.

Abstrak

Penelitian terkini dalam deret waktu menunjukkan bahwa kejadian pada suatu lokasi bukan hanya dipengaruhi kejadian pada waktu sebelumnya, tetapi juga kedekatan antarlokasi. Kejadian yang dipengaruhi oleh ruang dan waktu dapat dimodelkan dengan model ruang waktu. Contoh dari model ruang waktu adalah model GSTAR. Pada perkembangannya, untuk data ruang waktu yang memiliki pola musiman dapat dimodelkan dengan *Seasonal* GSTAR (S-GSTAR). Model GSTAR dan S-GSTAR digunakan untuk memodelkan temperatur di Kabupaten Banjar, Cilacap, Sleman. Tujuan penggunaan kedua metode tersebut adalah untuk membandingkan



JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Utriwani Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

model yang terbaik dalam memodelkan temperatur pada ketiga lokasi tersebut. Bobot spasial yang digunakan yaitu bobot invers jarak dengan rumus *euclidian distance*, bobot seragam, dan bobot normalisasi korelasi silang. OLS (*Ordinary Least Square*) merupakan metode estimasi yang digunakan pada penelitian ini. Model terbaik yaitu model S-GSTAR(1: 1)¹² dengan bobot spasial inversi jarak, hal ini dikarenakan model tersebut nilai RMSE terkecil.

Kata kunci: Ruang waktu, GSTAR, musiman, temperatur, prediksi.

1. PENDAHULUAN

Prediksi biasanya dilakukan untuk mendapatkan gambaran tentang kejadian yang akan terjadi pada beberapa waktu selanjutnya. Perkembangan ilmu pengetahuan menjadikan prediksi dapat dilakukan dengan menganalisis dan memodelkan suatu data. Data *time series* (deret waktu) adalah kumpulan data yang sering digunakan dalam memprediksi suatu kejadian yang dihitung dengan interval waktu sama. Saat ini, pemodelan data deret waktu banyak dilakukan dalam berbagai sektor seperti curah hujan [6], produksi minyak [11], kasus demam berdarah [8], covid-19 cases [9], transportasi [10], dan permintaan ethanol [4].

Seiring dengan perkembangannya, banyak peneliti yang mengembangkan konsep pada data *time series* (deret waktu) menjadi data *space time* (ruang waktu) [3],[13]. Pada data *space time*, kejadian pada suatu lokasi dianggap dipengaruhi oleh faktor lokasi dan waktu [2]. Menurut hukum Tobler, segala sesuatu saling berhubungan. Semakin dekat jarak suatu lokasi maka keberpengaruhannya semakin besar [1]. Keterkaitan kedekatan secara spasial dapat diinterpretasikan dalam matriks bobot spasial. Pada data ruang waktu dapat digunakan model GSTAR (*Generalized Space Time Autoregressive*) untuk memodelkan data tersebut. Data dengan pola stasioner dapat dimodelkan dengan model GSTAR [12][7]. Sementara itu, data yang tidak stasioner (umumnya memiliki pola tren atau musiman) dapat dimodelkan dengan model Integrated GSTAR (GSTARI) atau model *Seasonal* GSTAR (S-GSTAR). Salah satu aplikasi dalam pemodelan dengan GSTAR pada kehidupan sehari-hari yaitu pemodelan temperatur pada beberapa lokasi yang saling berdekatan [14]. Pada pemodelan tersebut, temperatur pada suatu daerah dianggap dipengaruhi oleh temperatur pada waktu sebelumnya dan juga temperatur dari lokasi terdekatnya. Selanjutnya, dengan menambahkan faktor musiman pada data, model lain yang dapat digunakan adalah model *Seasonal* GSTAR (S-GSTAR).

Pada penelitian ini, analisis temperatur maksimum di tiga kabupaten dilakukan menggunakan model GSTAR dan model S-GSTAR. Model GSTAR ($p: \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) untuk p sebagai orde waktu serta $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ sebagai orde spasial dapat ditulis sebagai [3]:

$$\mathbf{y}_t = \sum_{k=1}^p \left[\Phi_{k0} + \sum_{\ell=1}^{\lambda k} \Phi_{k\ell} \mathbf{W}^{(\ell)} \right] \mathbf{y}_{t-k} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (1.1)$$

dengan $\mathbf{y}(t) = [y_{1,t}, y_{2,t}, \dots, y_{N,t}]$ adalah vektor pengamatan pada saat t , untuk $t = 1, 2, \dots, T$. Kemudian, $\Phi_{k0} = \text{diag}(\phi_{k0}^{(1)}, \dots, \phi_{k0}^{(N)})$ adalah suatu matriks diagonal dengan $\phi_{k0}^{(i)}$ merupakan parameter *autoregressive* lag waktu ke- k lokasi ke- i , dan $\Phi_{k\ell} = \text{diag}(\phi_{k\ell}^{(1)}, \dots, \phi_{k\ell}^{(N)})$ merupakan suatu matriks diagonal dengan $\phi_{k\ell}^{(i)}$ merupakan parameter spasial orde ke- ℓ pada lokasi ke- i . Selanjutnya, $\mathbf{W}^{(\ell)}$ merupakan matriks bobot spasial orde ke ke- ℓ dengan $\sum_{i \neq j} w_{ij} = 1$ dan $0 \leq w_{ij} \leq 1$. Sementara itu, $\boldsymbol{\varepsilon}_t = (\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{2,t}, \dots, \varepsilon_{N,t})$ merupakan vektor galat pada saat t . Elemen

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriwani Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

$\varepsilon_{i,t}$ merupakan galat di lokasi i saat t . Galat tersebut diasumsikan memenuhi sifat proses *white noise* dan memenuhi asumsi kenormalan.

Model S-GSTAR juga merupakan hasil pengembangan dari model GSTAR. Namun S-GSTAR digunakan ketika suatu data memiliki pola musiman. Model S-GSTAR($p: \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$)^s dengan s adalah orde seasonal berlaku dapat ditulis sebagai berikut [5]:

$$y_t = \sum_{k=1}^p \left[\Phi_{k0} y_{t-k} + \sum_{l=1}^{\lambda_k} \Phi_{kl} W^{(l)} y_{t-k} + \Phi_{k0}^s y_{t-s} + \sum_{l=1}^{\lambda_k} \Phi_{kl}^s W^{(l)} y_{t-s} \right] + \varepsilon_t \quad (1.2)$$

dengan $\Phi_{k0}^s = \text{diag}(\phi_{k0;s}^{(1)}, \dots, \phi_{k0;s}^{(N)})$ merupakan matriks diagonal dengan elemen $\phi_{k0}^{(i)}$ menyatakan parameter seasonal *autoregressive* lag waktu ke- k lokasi ke- i , dan $\Phi_{kl}^s = \text{diag}(\phi_{kl;s}^{(1)}, \dots, \phi_{kl;s}^{(N)})$ merupakan matriks diagonal dengan $\phi_{kl}^{(i)}$ menyatakan parameter *seasonal space time* lag spasial ke- l di lokasi ke- i .

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data temperatur bulanan dari tahun 2016 sampai tahun 2021 di Kabupaten Banjar, Kabupaten Cilacap, dan Kabupaten Sleman. Data tersebut merupakan data temperatur bulanan. Variabel yang digunakan yaitu.

Tabel 2.1. Keterangan setiap variabel

Variabel	Keterangan	Satuan
$y_{1,t}$	Temperatur Kabupaten Banjar	°C
$y_{2,t}$	Temperatur Kabupaten Cilacap	°C
$y_{3,t}$	Temperatur Kabupaten Sleman	°C

Berikut merupakan tahapan yang dilakukan dalam pemodelan GSTAR dan S-GSTAR :

1. Mendeskripsikan data observasi.
2. Melakukan pembagian data menjadi dua kelompok, yaitu 60 observasi awal menjadi data training dan 11 observasi selanjutnya menjadi data testing. Data training digunakan untuk membentuk model, sementara data testing digunakan untuk validasi model. Tidak terdapat aturan khusus mengenai rasio pengelompokan data training dan testing. Tidak terdapat aturan khusus dalam pembagian data tersebut, namun umumnya pembagian data sebesar 70-80% untuk data training dan 20-30% untuk data testing. Beberapa peneliti yang menggunakan rasio ini diantaranya [11],[12].
3. Melakukan analisis statistika deskriptif pada ketiga lokasi tersebut.
4. Melakukan pemeriksaan kestasioneran data dengan uji ADF.
5. Menentukan matriks bobot spasial dalam hal ini bobot seragam, bobot invers jarak dengan rumus *Euclidian distance*, dan bobot korelasi silang. Penggunaan ketiga bobot spasial tersebut digunakan untuk menentukan bobot yang terbaik yang dapat digunakan untuk prediksi temperatur.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriweni Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

6. Memilih orde pada model dengan melihat *lag* signifikansi dari plot STACF dan plot STPACF dari masing-masing bobot spasial.
7. Melakukan estimasi parameter dengan metode estimasi OLS.
8. Melakukan pemeriksaan asumsi residu yaitu *white noise* serta kenormalan residu.
9. Melakukan perhitungan nilai RMSE masing-masing model.

3. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Hasil-hasil penelitian yang dibahas dalam hal ini meliputi deskripsi data, kestasioneran data dengan uji ADF, perhitungan matriks bobot spasial, identifikasi model GSTAR dan S-GSTAR dengan STACF dan STPACF, estimasi parameter model GSTAR dan S-GSTAR, pemeriksaan asumsi residu, dan membandingkan model berdasarkan pada perhitungan nilai RMSE.

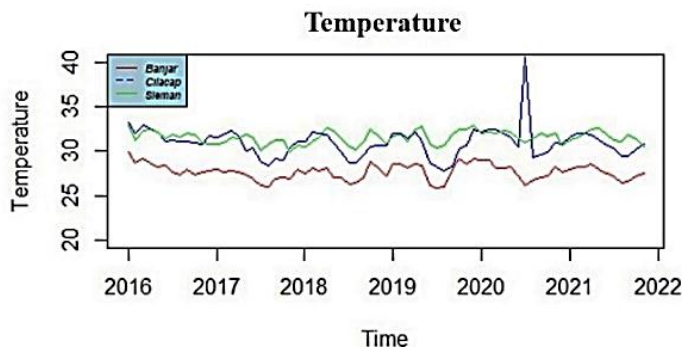
3.1 Deskripsi Data

Deskripsi suatu data memudahkan peneliti dalam memahami data observasi. Deskripsi data dilakukan dengan menghitung nilai statistik numerik dari data observasi. Statistik numerik untuk data temperatur pada 3 lokasi sebagai berikut.

Tabel 3.1. Statistik numerik data temperatur bulanan di Banjar, Cilacap, dan Sleman

Statistik	Banjar	Cilacap	Sleman
Rata-rata	27,700	30,980	31,550
Standar Deviasi	0,890	1,710	0,720
Minimum	25,870	27,840	29,870
Maksimum	29,860	40,480	32,950

Lokasi dengan rata-rata temperatur tertinggi yaitu Sleman dengan rata-rata temperatur sebesar 31,550°C sedangkan lokasi dengan rata-rata temperatur terendah yaitu Banjar dengan rata-rata sebesar 27,700°C. Plot data temperatur untuk ketiga lokasi dapat dilihat pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1. Plot data temperatur di Banjar, Cilacap, dan Sleman

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriweni Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

Plot data tersebut menunjukkan bahwa terjadi kenaikan dan penurunan yang hampir seragam pada ke-3 lokasi tersebut. Hal ini mengindikasikan bahwa terdapat pengaruh temperatur dari suatu lokasi terhadap temperatur di lokasi yang lain. Menurut [13], suatu pola musiman pada data dapat diidentifikasi dari plot data yang terjadi penurunan dan kenaikan yang berulang setiap periode. Pada Gambar 3.1 terlihat bahwa kenaikan dan penurunan untuk plot data temperatur tersebut berulang setiap periodenya.

3.2 Uji Kestasioneran Data

Kestasioneran merupakan syarat penting dalam pemodelan GSTAR. Secara umum, data dikatakan stasioner jika rata-rata dan variansi data nya konstan [13]. Untuk menguji kestasioneran data dapat menggunakan uji ADF. Hasil pengujian kestasioneran dengan uji ADF ditampilkan pada Tabel 3.2 berikut

Tabel 3.2. Pengujian kestasioneran dengan uji ADF

No	Variabel	P-value	Keterangan
1.	$y_{1,t}$	0,010	Stasioner
2.	$y_{2,t}$	0,010	Stasioner
3.	$y_{3,t}$	0,034	Stasioner

Pada uji ADF nilai *p-value* yang kurang dari 0,05 untuk ketiga variabel tersebut menunjukkan kestasioneran data sudah dipenuhi. Artinya data sudah stasioner walaupun mengandung pola musiman. Data yang stasioner pada penelitian ini juga mengidentifikasi besarnya temperatur pada ketiga lokasi tersebut berada pada interval nilai yang selalu konstan. Artinya tidak ditemukan kasus nilai temperatur pada ketiga lokasi tersebut yang sangat jauh nilainya (*outlier*) dari nilai temperatur waktu sebelumnya. Hal ini menjadi salah satu kasus unik, dengan data yang memiliki pola musiman akan tetapi stasioner. Oleh karena itu, menarik untuk dilakukannya pemodelan dengan dua model sekaligus yaitu GSTAR dan S-GSTAR. Hal ini dilakukan untuk membandingkan kedua model pada data yang memiliki studi kasus tersebut. Sebelumnya pemodelan dengan membandingkan model GSTAR dan S-GSTAR sudah dilakukan oleh [6] menggunakan data curah hujan. Sedangkan pada penelitian ini, pemodelan menggunakan data temperatur. Berdasarkan referensi, belum ada peneliti yang membandingkan model GSTAR dan S-GSTAR dalam memprediksi temperatur.

3.3 Matriks Bobot Spasial

Matriks bobot spasial $\mathbf{W} = (w_{ij})$ pada model GSTAR menyatakan suatu keterkaitan spasial, dengan w_{ij} merupakan hubungan spasial antara lokasi i dengan lokasi j [3]. Beberapa matriks bobot spasial pada model GSTAR antara lain matriks inversi jarak, matriks korelasi silang, dan matriks seragam. Matriks bobot $\mathbf{W} = (w_{ij})$ merupakan matriks persegi berukuran $N \times N$ dengan elemen diagonal utamanya 0 yaitu

$$\mathbf{W} = (w_{ij}) = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \dots & w_{1N} \\ w_{21} & 0 & \dots & w_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N1} & w_{N2} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Beberapa peneliti lain menggunakan satu bobot dalam pemodelan GSTAR, seperti menggunakan bobot invers jarak [6]. Beberapa peneliti yang lain juga ada yang menggunakan tiga pembobotan

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriweni Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

spasial [12]. Pada penelitian bobot yang dipilih adalah tiga pembobotan spasial. Selain itu, model yang digunakan tidak hanya model GSTAR tetapi juga S-GSTAR. Dua model dengan tiga metode pembobotan spasial yang digunakan diharapkan mampu menjelaskan dan membandingkan model yang terbaik yang dapat digunakan untuk pemodelan temperatur. Pada GSTAR terdapat beberapa bobot spasial yang telah dikembangkan antara lain :

1) Matriks bobot seragam

Beberapa peneliti telah menggunakan bobot seragam dalam pemodelan GSTAR, diantaranya [7],[12],[8]. Perhitungan matriks bobot seragam pada model GSTAR dihitung dengan rumus

$$w_{ij} = \frac{1}{n_i}, \quad (3.1)$$

dalam hal ini, n_i merupakan banyaknya lokasi terdekat dengan lokasi i . Definisi dekat dalam hal ini masih bersifat subjektif. Pada penelitian [12], pendefinisian kedekatan pada matriks bobot seragam dilakukan berdasarkan lokasi yang berbatasan langsung. Sementara, menurut [7], pendefinisian kedekatan pada matriks seragam yaitu semua lokasi tetangganya. Pada penelitian ini, pendefinisian kedekatan dilakukan dengan berdasarkan penelitian [7].

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & 0.500 & 0.500 \\ 0.500 & 0 & 0.500 \\ 0.500 & 0.500 & 0 \end{bmatrix}.$$

Matriks bobot tersebut merepresentasikan bahwa setiap lokasi memiliki keberpengaruhannya spasial yang sama.

2) Matriks inversi jarak

Beberapa peneliti melakukan perhitungan matriks invers jarak secara berbeda. Diantaranya [6],[12] menghitung jarak berdasarkan jarak sebenarnya. Perhitungan matriks invers jarak menggunakan jarak sebenarnya dapat dilakukan, namun seringkali acuan pusat lokasi satu dengan lainnya masih menjadi pertimbangan. Selain itu, jika jarak sebenarnya yang dimaksudkan adalah jarak nyata di lapangan, maka akan terjadi banyak pertimbangan seperti jalan yang tidak lurus, jalan yang menanjak, dan lain sebagainya. Oleh karena itu, pada penelitian ini perhitungan matriks jarak didasarkan pada rumus *Euclidian distance*. Dalam konteks pengukuran antara dua titik atau objek dalam ruang Euclidean, jarak Euclidean merupakan panjang garis lurus yang menghubungkan dua titik tersebut. Misalnya, jika dua titik merepresentasikan lokasi geografis dua kota, maka jarak Euclidean antara kota-kota tersebut akan memberikan ukuran garis lurus terpendek antara keduanya. Berdasarkan referensi, perhitungan invers jarak dengan rumus Euclidian masih jarang digunakan kebanyakan peneliti menggunakan informasi jarak sebenarnya. Perhitungan matriks inversi jarak dihitung berdasarkan rumus Euclidian sebagai berikut

$$d_{ij} = \sqrt{(a_i - a_j)^2 + (b_i - b_j)^2}, \quad (3.2)$$

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriweni Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

dengan a_i merupakan koordinat pada garis longitude pada lokasi i , dan b_i merupakan koordinat pada garis latitude pada lokasi i . Berikut merupakan koordinat longitude dan latitude ke-3 lokasi tersebut.

Tabel 3.3. Titik longitude dan latitude masing-masing lokasi

Lokasi	Longitude	Latitude
Banjar	109.70690	-7.33300
Cilacap	109.01490	-7.71890
Sleman	110.402374	-7.732521

Matriks bobot inversi jarak diperoleh dengan persamaan sebagai berikut

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{d_{ij}} & , j \neq i \\ \sum_{j=1}^N \frac{1}{d_{ij}} & \\ 0 & , j = i. \end{cases} \quad (3.3)$$

Berdasarkan persamaan tersebut, diperoleh matriks bobot inversi jarak untuk 3 lokasi,

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0,492 & 0,508 \\ 0,619 & 0 & 0,381 \\ 0,627 & 0,373 & 0 \end{bmatrix}.$$

Nilai pada matriks invers jarak tersebut merepresentasikan bobot dalam hubungan spasial. Misalkan, nilai 0,627 merupakan nilai elemen tertinggi dari matriks tersebut. Artinya pada bobot invers jarak, hubungan antara Sleman dan Banjar diberikan bobot lebih besar dari bobot hubungan spasial lokasi yang lainnya. Pada matriks invers jarak juga merepresentasikan bahwa semakin dekat suatu lokasi maka keberpengaruhannya antar keduanya semakin besar.

3) Matriks korelasi silang

Penggunaan matriks korelasi silang pada pemodelan GSTAR banyak dilakukan oleh beberapa peneliti, diantaranya [12]. Matriks korelasi silang merupakan matriks yang menyajikan koefisien korelasi antara dua variabel pada *lag* waktu tertentu. Nilai estimasi dari korelasi silang untuk variabel di lokasi ke- i dan ke- j dapat dihitung dengan persamaan,

$$r_{ij,k} = \frac{\sum_{t=k+1}^T [(y_{i,t} - \bar{y}_i)(y_{j,t-k} - \bar{y}_j)]}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (y_{i,t} - \bar{y}_i)^2 \sum_{t=1}^T (y_{j,t} - \bar{y}_j)^2}}, \quad (3.4)$$

dengan \bar{y}_i dan \bar{y}_j masing-masing menyatakan rata-rata pengamatan pada lokasi ke- i dan lokasi ke- j . Perhitungan bobot korelasi silang dirumuskan dengan,

$$w_{ij} = \frac{r_{ij}(k)}{\sum_{k \neq i} |r_{ik}(k)|}, \quad (3.5)$$

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriweni Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

dengan $\sum_{j \neq i} |w_{ij}| = 1$.

Pada penelitian ini, perhitungan matriks korelasi silang dilakukan hanya dilakukan terhadap *lag* $k = 1$. Korelasi silang *lag* $k = 1$ mengacu pada koefisien korelasi antara dua variabel dalam satu langkah waktu atau *lag*. Misalkan, $r_{AB}(k)$ adalah nilai korelasi silang antara Banjar dan Cilacap, $r_{AC}(k)$ adalah nilai korelasi silang antara Banjar dan Sleman, dan $r_{BC}(k)$ adalah nilai korelasi silang antara Cilacap dan Sleman. Nilai korelasi silang dihitung dengan persamaan (3.4). Nilai korelasi untuk $k = 1$ sebagai berikut

Tabel 3.4. Nilai korelasi silang untuk $k = 1$

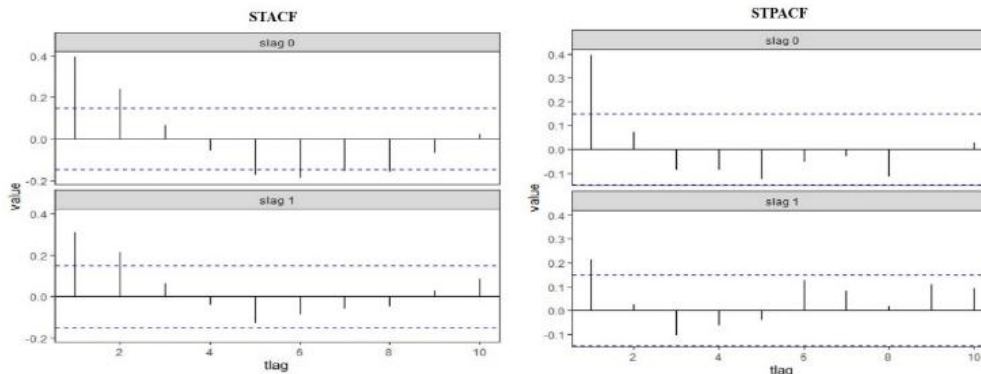
$r_{ij}(k)$	$k = 1$
r_{AB}	0,479
r_{AC}	0,438
r_{BA}	0,245
r_{BC}	0,228
r_{CA}	0,326
r_{CB}	0,220

Matriks bobot korelasi silang dihitung menggunakan persamaan (3.5), sehingga diperoleh matriks,

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & 0,522 & 0,478 \\ 0,518 & 0 & 0,482 \\ 0,597 & 0,403 & 0 \end{bmatrix}.$$

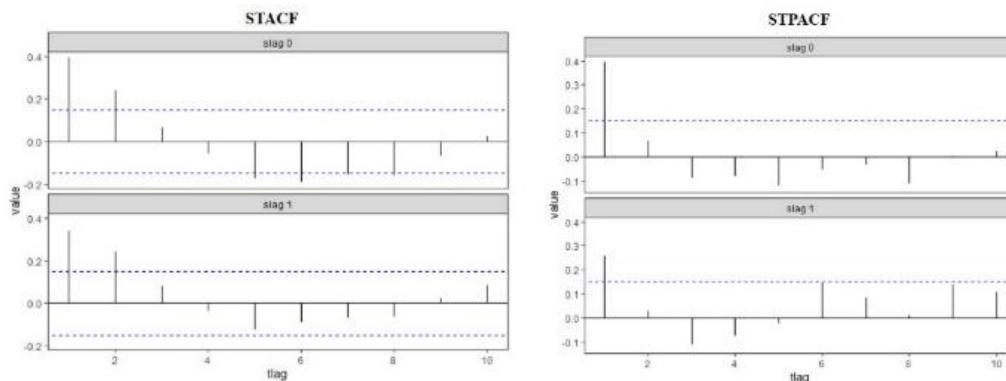
3.4 Identifikasi Model

Plot STACF dan Plot STPACF digunakan untuk mengidentifikasi model GSTAR. Identifikasi model GSTAR($p: \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) dapat dilakukan jika pada plot STACF bersifat *tail-off* dalam hal ini banyak *lag* yang keluar dari batas signifikansi) dan plot STPACF pada lag spasial λ_p bersifat *cut-off* dalam hal ini *lag* yang keluar dari batas signifikansi hanya pada lag p saja. Berikut merupakan plot STACF dan STPACF untuk ketiga bobot spasial.

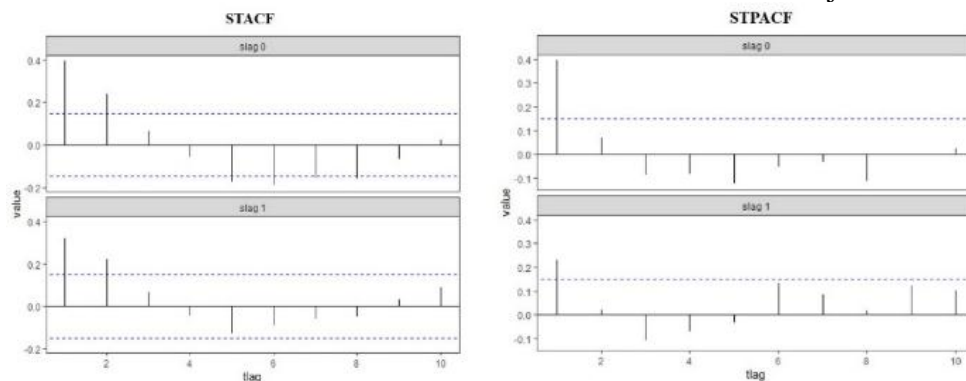


Gambar 3.2. Plot STACF dan STPACF untuk bobot seragam

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriwani Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati



Gambar 3.3. Plot STACF dan STPACF untuk bobot invers jarak



Gambar 3.4. Plot STACF dan STPACF untuk bobot korelasi silang

Orde spasial yang sering digunakan oleh peneliti dalam pemodelan GSTAR adalah orde spasial satu [12],[3]. Orde spasial satu merepresentasikan bahwa kejadian pada suatu lokasi dipengaruhi oleh kejadian pada lokasi yang paling dekat dengan lokasi tersebut. Oleh karena itu, pada penelitian ini orde spasial yang digunakan hanya sampai pada orde satu. Begitupun plot STACF dan plot STPACF hanya sampai pada lag spasial satu. Plot STPACF untuk masing-masing bobot spasial pada orde spasial $\lambda = 1$, menunjukkan bahwa pada tlag $p = 1$ terdapat garis vertical yang melewati batas signifikansi (*cut off*). Sementara, plot STACF bersifat *tail off*, sehingga model GSTAR ataupun model S-GSTAR yang dipilih adalah model dengan $p = 1$ dan $\lambda = 1$.

3.5 Estimasi Parameter

Menurut [3], parameter pada model GSTAR dapat diestimasi dengan menggunakan metode OLS. Hal ini dapat dilakukan karena model GSTAR dapat direpresentasikan sebagai model linier. Pemilihan metode OLS bertujuan untuk meminimumkan residu model. Beberapa peneliti yang menggunakan metode OLS untuk estimasi GSTAR diantaranya yaitu [2],[3],[13]. Menurut [3], model GSTAR ($p: \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) untuk masing-masing lokasi dapat dituliskan sebagai

$$y_i = X_i \phi_i + \varepsilon_i \quad (3.6)$$

dengan,

$$\phi_i = [\phi_{10}^{(i)} \quad \dots \quad \phi_{1\lambda_1}^{(i)} \quad \phi_{20}^{(i)} \quad \dots \quad \phi_{2\lambda_2}^{(i)} \quad \dots \quad \phi_{p0}^{(i)} \quad \dots \quad \phi_{p\lambda_p}^{(i)}]'$$

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriweni Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

$$\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} v_{i,p-1}^{(0)} & \cdots & v_{i,p-1}^{(\lambda_1)} & \cdots & v_{i,0}^{(0)} & \cdots & v_{i,0}^{(\lambda_p)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{i,T-1}^{(0)} & \cdots & v_{i,T-1}^{(\lambda_1)} & \cdots & v_{i,T-p}^{(0)} & \cdots & v_{i,T-p}^{(\lambda_p)} \end{bmatrix}, \mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} y_{i,p} \\ y_{i,p+1} \\ \vdots \\ y_{i,T} \end{bmatrix}, \text{ dan } \boldsymbol{\varepsilon}_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i,p} \\ \varepsilon_{i,p+1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{i,T} \end{bmatrix}.$$

Estimasi model GSTAR ($p: \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) dengan metode OLS didefinisikan sebagai,

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}. \quad (3.7)$$

dengan $\mathbf{y} = (\mathbf{y}'_1, \dots, \mathbf{y}'_N)'$, $\mathbf{X} = \text{diag}(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_N)$, $\boldsymbol{\phi} = (\boldsymbol{\phi}'_1, \dots, \boldsymbol{\phi}'_N)$, and $\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{\varepsilon}'_1, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}'_N)$.

Tabel 3.5 Hasil estimasi parameter model GSTAR(1:1)

Parameter	Bobot Seragam	P-value	Bobot Jarak	P-value	Bobot korelasi silang	P-value
$\phi_{10}^{(1)}$	0,475	0,010*	0,472	0,009*	0,483	0,008*
$\phi_{10}^{(2)}$	0,231	0,004*	0,228	0,004*	0,231	0,004*
$\phi_{10}^{(3)}$	0,334	0,097	0,300	0,137	0,309	0,127
$\phi_{11}^{(1)}$	0,248	0,125	0,254	0,116	0,230	0,142
$\phi_{11}^{(2)}$	0,756	0,000*	0,761	0,000*	0,758	0,000*
$\phi_{11}^{(3)}$	0,237	0,066	0,317	0,028*	0,297	0,036*

*Signifikan

Persamaan model GSTAR(1:1) diperoleh dengan cara mensubstitusikan nilai hasil estimasi parameter pada Tabel 3.5 ke dalam persamaan (1.1). Persamaan model GSTAR (1:1) untuk ketiga bobot spasial, yaitu

- Model GSTAR (1:1) untuk bobot seragam

$$y_{1,t} = \mathbf{0,475}y_{1,t-1} + \mathbf{0,124}y_{2,t-1} + \mathbf{0,124}y_{3,t-1} + \varepsilon_{1,t},$$

$$y_{2,t} = \mathbf{0,231}y_{2,t-1} + \mathbf{0,378}y_{1,t-1} + \mathbf{0,378}y_{3,t-1} + \varepsilon_{1,t},$$

$$y_{3,t} = \mathbf{0,334}y_{2,t-1} + \mathbf{0,119}y_{1,t-1} + \mathbf{0,119}y_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t}.$$
- Model GSTAR (1:1) untuk bobot inversi jarak

$$y_{1,t} = \mathbf{0,472}y_{1,t-1} + \mathbf{0,125}y_{2,t-1} + \mathbf{0,129}y_{3,t-1} + \varepsilon_{1,t},$$

$$y_{2,t} = \mathbf{0,228}y_{2,t-1} + \mathbf{0,471}y_{1,t-1} + \mathbf{0,290}y_{3,t-1} + \varepsilon_{1,t},$$

$$y_{3,t} = \mathbf{0,300}y_{2,t-1} + \mathbf{0,199}y_{1,t-1} + \mathbf{0,118}y_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t}.$$
- Model GSTAR (1:1) untuk bobot korelasi silang

$$y_{1,t} = \mathbf{0,483}y_{1,t-1} + \mathbf{0,120}y_{2,t-1} + \mathbf{0,110}y_{3,t-1} + \varepsilon_{1,t},$$

$$y_{2,t} = \mathbf{0,231}y_{2,t-1} + \mathbf{0,393}y_{1,t-1} + \mathbf{0,365}y_{3,t-1} + \varepsilon_{1,t},$$

$$y_{3,t} = \mathbf{0,309}y_{2,t-1} + \mathbf{0,177}y_{1,t-1} + \mathbf{0,119}y_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t}.$$

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriwani Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

Persamaan tersebut merepresentasikan bahwa temperatur pada suatu lokasi dipengaruhi oleh temperatur pada periode sebelumnya di lokasi tersebut dan di lokasi tetangganya. Persamaan dengan huruf tebal menunjukkan pengaruh yang signifikan. Sebagai contoh, pada pemodelan GSTAR(1:1) dengan bobot invers jarak, pemodelan temperatur di Kabupaten Banjar (y_1) dipengaruhi secara signifikan oleh temperatur di Kabupaten Banjar sendiri. Sementara, untuk temperatur di Kabupaten Cilacap (y_2) dan Kabupaten Sleman (y_3) di pengaruhi secara signifikan oleh lokasi tetangganya.

Tabel 3.6. Estimasi S-GSTAR(1: 1)¹² untuk masing-masing bobot spasial

Parameter	Seragam	<i>P-value</i>	Invers jarak	<i>P-value</i>	Korelasi silang	<i>P-value</i>
$\phi_{10}^{(1)}$	0,524	0,000*	0,539	0,000*	0,537	0,000*
$\phi_{10}^{(2)}$	0,170	0,122	0,161	0,142	0,168	0,120
$\phi_{10}^{(3)}$	0,530	0,000*	0,510	0,000*	0,516	0,000*
$\phi_{11}^{(1)}$	0,046	0,676	0,039	0,720	0,041	0,704
$\phi_{11}^{(2)}$	0,809	0,000*	0,839	0,000*	0,818	0,000*
$\phi_{11}^{(3)}$	0,114	0,300	0,142	0,193	0,136	0,208
$\phi_{10;12}^{(1)}$	0,271	0,013*	0,259	0,017*	0,270	0,012*
$\phi_{10;12}^{(2)}$	0,362	0,000*	0,320	0,003*	0,358	0,001*
$\phi_{10;12}^{(3)}$	0,377	0,000*	0,389	0,000*	0,380	0,000*
$\phi_{11;12}^{(1)}$	0,134	0,223	0,138	0,205	0,128	0,235
$\phi_{11;12}^{(2)}$	-0,320	0,003*	-0,288	0,001*	-0,321	0,002*
$\phi_{11;12}^{(3)}$	-0,014	0,899	-0,032	0,769	-0,023	0,831

*Signifikan

Persamaan model S-GSTAR(1:1)¹² untuk ketiga bobot spasial, yaitu

1. Model S-GSTAR(1:1)¹² untuk bobot seragam

$$y_{1,t} = \mathbf{0,524}y_{1,t-1} + 0,023y_{2,t-1} + 0,023y_{3,t-1} + \mathbf{0,271}y_{1,t-12} + 0,067y_{2,t-12} + 0,067y_{3,t-12} + \varepsilon_{1,t},$$

$$y_{2,t} = 0,170y_{2,t-1} + \mathbf{0,405}y_{1,t-1} + \mathbf{0,405}y_{3,t-1} + \mathbf{0,362}y_{2,t-12} - \mathbf{0,160}y_{1,t-12} - \mathbf{0,160}y_{3,t-12} + \varepsilon_{1,t},$$

$$y_{3,t} = \mathbf{0,530}y_{3,t-1} + 0,057y_{1,t-1} + 0,057y_{2,t-1} + \mathbf{0,377}y_{3,t-12} - 0,007y_{1,t-12} - 0,007y_{2,t-12} + \varepsilon_{1,t}.$$

2. Model S-GSTAR(1:1)¹² untuk bobot inversi jarak

$$y_{1,t} = \mathbf{0,539}y_{1,t-1} + 0,019y_{2,t-1} + 0,020y_{3,t-1} + \mathbf{0,259}y_{1,t-12} + 0,068y_{2,t-12} + 0,070y_{3,t-12} + \varepsilon_{1,t},$$

$$y_{2,t} = 0,161y_{2,t-1} + \mathbf{0,519}y_{1,t-1} + \mathbf{0,320}y_{3,t-1} + \mathbf{0,320}y_{2,t-12} - \mathbf{0,178}y_{2,t-12} - \mathbf{0,120}y_{3,t-12} + \varepsilon_{1,t},$$

$$y_{3,t} = \mathbf{0,510}y_{3,t-1} + 0,0089y_{1,t-1} + 0,053y_{2,t-1} + \mathbf{0,389}y_{3,t-12} - 0,020y_{1,t-12} + 0,012y_{2,t-12} + \varepsilon_{1,t}.$$

3. Model S-GSTAR(1:1)¹² untuk bobot korelasi silang

$$y_{1,t} = \mathbf{0,537}y_{1,t-1} + 0,021y_{2,t-1} + 0,020y_{3,t-1} + \mathbf{0,270}y_{1,t-12} + 0,067y_{2,t-12} + 0,061y_{3,t-12} + \varepsilon_{1,t},$$

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriweni Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

$$y_{2,t} = 0,168y_{2,t-1} + 0,424y_{1,t-1} + 0,394y_{3,t-1} + 0,358y_{2,t-12} - 0,166y_{1,t-12} - 0,155y_{3,t-12} + \varepsilon_{1,t},$$

$$y_{3,t} = 0,516y_{3,t-1} + 0,081y_{1,t-1} + 0,055y_{2,t-1} + 0,380y_{3,t-12} - 0,014y_{1,t-12} - 0,009y_{2,t-12} + \varepsilon_{1,t}.$$

Persamaan pada model S-GSTAR(1:1)¹² lebih panjang dibandingkan persamaan pada model GSTAR(1:1)¹². Persamaan model S-GSTAR(1:1)¹² merepresentasikan bahwa temperatur di suatu lokasi tidak hanya dipengaruhi oleh waktu sebelumnya tetapi juga waktu seasonalnya baik di lokasi tersebut maupun lokasi tetangganya. Sama halnya dengan interpretasi pada persamaan GSTAR(1:1), pada persamaan S-GSTAR(1:1)¹² juga demikian. Persamaan dengan huruf tebal menandakan pengaruh yang signifikan. Namun perbedaannya, pada model S-GSTAR(1:1)¹² terdapat pengaruh negatif yang diberikan dari lokasi lain pada waktu *seasonal*nya.

3.6 Pemeriksaan Asumsi Residual

Asumsi pada model GSTAR yaitu residu model harus memenuhi asumsi *white noise* dan asumsi kenormalan. Menurut [13], suatu proses dikatakan memenuhi sifat *white noise* jika tidak terjadi autokorelasi, memiliki rata-rata disekitar nol dan variansi konstan. Asumsi *white noise* dilakukan dengan uji Ljung-Box, sementara itu pemeriksaan asumsi kenormalan dilakukan uji Kolmogorov-Smirnov. Uji Ljung-Box merupakan salah satu tes statistik yang digunakan untuk memeriksa apakah terdapat korelasi antar residu yang dihasilkan oleh model GSTAR. Secara umum, jika nilai *p-value* dari uji Ljung-Box lebih besar dari tingkat signifikansi yang telah ditetapkan, maka hipotesis nol tidak dapat ditolak. Artinya tidak ada korelasi antar residu. Sebaliknya, jika nilai *p-value* lebih kecil dari taraf signifikansi maka hipotesis nol di tolak artinya terdapat korelasi antar residu.

Tabel 3.7. Uji Ljung-Box masing-masing lokasi untuk bobot seragam

Variabel	<i>P-value</i>	Keterangan
$y_{1,t}$	0,070	Terpenuhi
$y_{2,t}$	0,357	Terpenuhi
$y_{3,t}$	0,523	Terpenuhi

Dengan memilih taraf signifikansi sebesar 0,05, maka hasil uji Ljung-Box tersebut menunjukkan bahwa tidak adanya korelasi antar residu. Jika residu tidak saling berkorelasi, hal ini menunjukkan bahwa tidak ada pola atau struktur tertentu dalam residu model yang tidak dijelaskan oleh variabel independen yang dimasukkan ke dalam model. Oleh karena itu, ini menunjukkan bahwa model mampu menjelaskan sebagian besar variasi dalam data. Selanjutnya adalah menguji kenormalan residu dengan uji Kolmogorov-Smirnov.

Pemeriksaan kenormalan residu dilakukan dengan uji Kolmogorov-Smirnov. Uji tersebut merupakan tes statistik yang digunakan untuk menguji apakah residu model terdistribusi secara normal. Sama seperti uji Ljung-Box, pada uji Kolmogorov-Smirnov keputusan didasarkan pada nilai *p-value* dan tingkat signifikansi. Jika nilai *p-value* lebih dari tingkat signifikansi artinya

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriweni Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

residu model memenuhi asumsi kenormalan residu, begitupun sebaliknya. Hasil uji Kolmogorov-Smirnov ditunjukkan pada Tabel 3.8.

Tabel 3.8. Uji Kolmogorov-Smirnov untuk bobot seragam

Variabel	<i>P-value</i>	Keterangan
$y_{1,t}$	0,706	Terpenuhi
$y_{2,t}$	0,099	Terpenuhi
$y_{3,t}$	0,992	Terpenuhi

Nilai *p-value* pada uji Kolmogorov-Smirnov untuk masing-masing lokasi lebih dari 0,05, hal ini berarti asumsi normalitas residu terpenuhi. Uji kenormalan residu penting untuk memastikan konsistensi dan efisiensi parameter model. Jika residu tidak normal, maka estimasi parameter dapat menjadi bias. Berdasarkan uraian sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa asumsi *white noise* dan kenormalan residu yang diperlukan untuk pemodelan GSTAR (1:1) untuk bobot seragam sudah terpenuhi.

Uji asumsi residu model GSTAR (1:1) untuk bobot yang lain dilakukan dengan cara yang sama. Begitu juga untuk model S-GSTAR(1:1)¹². Hasil asumsi residu pada ketiga bobot spasial terdapat pada Tabel 3.9.

Tabel 3.9. Hasil uji residu model GSTAR (1:1) dan S-GSTAR (1:1)¹² untuk ketiga bobot spasial

Model	Asumsi	
	<i>White noise</i>	Kenormalan
GSSTAR(1:1)		
Seragam	Terpenuhi	Terpenuhi
Inversi jarak	Terpenuhi	Terpenuhi
Korelasi silang	Terpenuhi	Terpenuhi
S-GSTAR(1:1)¹²		
Seragam	Terpenuhi	Terpenuhi
Inversi jarak	Terpenuhi	Terpenuhi
Korelasi silang	Terpenuhi	Terpenuhi

Tabel 3.9 menunjukkan bahwa asumsi residu pada ketiga bobot spasial terpenuhi, sehingga dapat dikatakan bahwa model GSTAR (1:1) dan S-GSTAR(1:1)¹² dengan ketiga bobot spasial tersebut layak untuk memodelkan data temperatur pada ketiga lokasi tersebut.

3.7 Perbandingan Nilai RMSE

Kriteria pemilihan model terbaik ditentukan dengan memperhatikan nilai RMSE. Model yang memiliki nilai RMSE terkecil adalah model yang terbaik. Nilai RMSE dihitung dengan persamaan sebagai berikut

$$RMSE = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2\right)} \quad (3.8)$$

dengan y_t merupakan nilai observasi pada saat t , dan \hat{y}_t merupakan nilai ramalan pada saat t .

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriweni Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

Tabel 3.10. Nilai RMSE pada model GSTAR(1:1)

Bobot Spasial	RMSE
Seragam	0,751
Inversi jarak	0,743
Korelasi silang	0,749

Tabel 3.11. Nilai RMSE pada model S-GSTAR(1:1)¹²

Bobot Spasial	RMSE
Seragam	0,711
Inversi jarak	0,709
Korelasi silang	0,711

Pemilihan model terbaik dilakukan dengan melihat nilai RMSE yang terkecil. Nilai RMSE pada ketiga bobot spasial memberikan nilai RMSE yang hampir sama, Hal ini membuktikan bahwa semua model yang dihasilkan tidak terlalu berbeda. Tabel 3.10 dan Tabel 3.11 menunjukkan bahwa model S-GSTAR(1:1)¹² memiliki nilai RMSE yang lebih kecil jika dibandingkan dengan model GSTAR(1:1). Pada model S-GSTAR(1:1)¹² bobot dengan nilai RMSE terkecil adalah bobot inversi jarak dengan nilai RMSE sebesar 0,709, Oleh karena itu, prediksi pada periode selanjutnya dilakukan menggunakan model S-GSTAR(1:1)¹² dengan bobot inversi jarak. Pemilihan model terbaik dengan nilai RMSE juga dilakukan oleh [6], pada penelitiannya nilai RMSE model S-GSTAR lebih baik dibandingkan GSTAR, namun bedanya pemodelan yang dilakukan merupakan data curah hujan.

4, KESIMPULAN

Pada penelitian ini dilakukan perbandingan dua model statistik, yaitu GSTAR dan S-GSTAR untuk memprediksi temperatur. Perbandingan antara kedua model ini memberikan pemahaman yang lebih baik dalam memprediksi temperatur. Model GSTAR umumnya digunakan untuk memprediksi tren umum dan fluktuasi temperatur dalam jangka waktu tertentu karena tidak memperhitungkan faktor musiman. Sedangkan, model S-GSTAR dinilai lebih akurat dalam memprediksi fluktuasi temperatur yang berkaitan dengan perubahan musiman karena memasukkan komponen musiman tambahan. Namun, model ini memiliki tingkat kompleksitas yang lebih tinggi. Pemilihan model antara GSTAR dan S-GSTAR harus mempertimbangkan kebutuhan spesifik dalam memprediksi temperatur. Pemilihan model yang digunakan tergantung pada tujuan analisis dan karakteristik data yang tersedia karena setiap model mempunyai kelebihan dan kelemahan masing-masing. Dari hasil penelitian ini diperoleh model terbaik dalam memprediksi temperatur di Kabupaten Banjar, Cilacap, dan Sleman adalah model S-GSTAR(1:1)¹² menggunakan bobot inversi jarak, dengan rata-rata RMSE sebesar 0,709.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Utriweni Mukhaiyar, Riani Utami, Nabila Mardhiyah, Yalela Sa'adah, Erni Widyawati

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Anselin, L., 1988. *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [2]. Ardianto, M., 2014. Pemodelan Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) pada Tiga Periode Waktu (Studi Kasus Inflasi di Lima Kota Besar di Pulau Jawa). *Jurnal Mahasiswa Statistik*, Vol. 2, No. 4, 265-268.
- [3]. Borovkova, S., Lopuhaä, H. P., & Ruchjana, B. N., 2008. Consistency and Asymptotic Normality of Least Squares Estimators in Generalized STAR Models. *Statistica Neerlandica*, Vol. 62, No. 4, 482-508.
- [4]. Dey, B., Roy, B., Datta, S., & Ustun, T. S., 2023. Forecasting Ethanol Demand in India to Meet Future Blending Targets: A Comparison Of ARIMA And Various Regression Models. *Energy Reports*, Vol. 9, 411-418.
- [5]. Gusnadi, R., Rahmawati, R., & Prahutama, A., 2015. Pemodelan Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Seasonal pada Data Jumlah Wisatawan Mancanegara Empat Kabupaten/Kota di Jawa Tengah. *Jurnal Gaussian*, Vol 4, No. 4, 1017-1026.
- [6]. Hadi, A. F., Yudistira, I., Anggraeni, D., & Hasan, M., 2018. The Geographical Clustering of The Rainfall Stations on Seasonal GSTAR Modeling for Rainfall Forecasting. *In Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1028, No. 1, 012238.
- [7]. Huda, N.M., Imro'ah, N., 2023. Determination of The Best Weight Matrix for The Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Model in The Covid-19 Case on Java Island, Indonesia. *Spatial Statistics*, Vol. 54, 100734.
- [8]. Mukhaiyar, U., Huda, N.M., Sari, R. K. N., & Pasaribu, U. S., 2019. Modeling Dengue Fever Cases by Using GSTAR (1; 1) Model with Outlier Factor. *In Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1366, No. 1, 012122.
- [9]. Mukhaiyar, U., Bilad, B. I., & Pasaribu, U. S., 2021. The Generalized STAR Modelling with Minimum Spanning Tree Approach of Weight Matrix for COVID-19 Case in Java Island. *In Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 2084, No. 1, 012003.
- [10]. Mukhaiyar, U., Nabilah, F. T., Pasaribu, U. S., & Huda, N. M., 2022. The Space-Time Autoregressive Modelling with Time Correlated Errors for The Number of Vehicles in Purbaleunyi Toll Gates. *In Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 2243, No. 1, 012068.
- [11]. Suhartono, S., Prastyo, D. D., Kuswanto, H., & Lee, M. H., 2018. Comparison between VAR, GSTAR, FFNN-VAR and FFNN-GSTAR Models for Forecasting Oil Production. *MATEMATIKA: Malaysian Journal of Industrial and Applied Mathematics*, Vol. 34, No. 1, 103-111.
- [12]. Utami, R., Nurhayati, N., & Maryani, S., 2021. Forecasting The Amount of Rainfall in West Kalimantan Using Generalized Space-Time Autoregressive Model. *In IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, Vol. 746, No. 1, 012035.
- [13]. Wei, W.W.S., 2006. *Time series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Addison Wesley Publishing Company, Canada.
- [14]. Zewdie, M. A., Wubit, G. G., & Ayele, A. W. 2018. G-STAR Model for Forecasting Space-Time Variation of Temperature in Northern Ethiopia. *Turkish Journal of Forecasting*, Vol. 2, No 1, 9-19.