

UJI KESTABILAN DUA MATRIKS KORELASI MELALUI VEKTOR VARIANSI VARIABEL STANDAR

Andi waru A.Paluseri,¹ Aidawayati Rangkuti,² Erna Tri Herdiani³

Abstrak

Pengujian kestabilan matriks korelasimerupakan salah satuanalisis statistika yang memegang peranan penting dalam pembangunan ekonomi dan industri keuangan. Penelitian ini bertujuan untuk membahas uji kestabilan dua matriks korelasi melalui vektor variansi variabel standar dan mengaplikasikannya pada data. Statistik pengujian yang digunakan dalam penelitian ini yakni statistik yang didasarkan pada vektor variansi variabel standar (VVVS) sebagai ukuran dispersi multivariat di mana seluruh variabel yang terlibat berupa variabel standar di bawah asumsi kenormalan. Selanjutnya untuk menyelidiki variansi dari VVVS maka digunakan beberapa sifat-sifat dari matriks komutasi, dan operator *vec*. Dalam menganalisis data digunakan alat bantu *software minitab 15* dan *matlab 7.11*. Berdasarkan hasil eksperimen dan simulasi dalam penelitian ini menunjukkan bahwa secara umum statistik VVVS memiliki tingkat kompleksitas komputasi jauh lebih mudah dibanding dengan statistik populer lainnya. Hasil simulasi data disimpulkan bahwa nilai Ujian Nasional di SMP Negeri 30 Makassar Tahun Ajaran 2010/2011 dan 2011/2012 berbeda secara signifikan atau tidak stabil.

Kata kunci: Vektor Variansi, Matriks Korelasi, Matriks Komutasi, Operator *VEC*

Abstract

Testing the stability of the correlation matrix is a statistical analysis plays an important role in economic development and financial industries. This study aimed to test the stability of the two discussed correlation matrix via standard variable variance vector and applying data. Statistical tests used in this study are based on the statistical variance and standard variable vector (VVVS) Multivariate dispersion as a measure of where all the variables involved in the form of standard variable under the assumption of normality. Furthermore, to investigate the variance of VVVS then used some of the properties of the matrix commutation, and *vec* operator. In analyzing the data used Minitab 15 software tools and matlab 7.11. Based on experimental and simulation results in this study indicate that in general VVVS statistically has a high computational complexity is much easier than with other popular statistics. Data simulation result concluded that in SMP Negeri 30 Makassar differ significantly or unstable.¹

Keywords: Vector of Variance, Correlation Matrices, Matrix Commutation, *VEC* Operator

^{1,2,3} Jurusan Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin Makassar, Jl. Perintis Kemerdekaan Km.10 Makassar

1. PENDAHULUAN

Pengujian kestabilan matriks korelasi merupakan salah satu analisis statistika yang memegang peranan penting dalam pembangunan ekonomi dan industri keuangan. Antara lain Cook dkk. (2002) melakukan studi kestabilan beberapa matriks korelasi antara aset-aset pada portofolio, Annaert dkk. (2003) menggunakan kestabilan barisan matriks korelasi untuk melakukan manajemen resiko, Goetzman dkk (2005) menguji struktur korelasi dari pasar ekuitas (*equity market*) dunia, sedangkan Da Costa dkk. (2005) menggunakan matriks korelasi tentang pasar saham sebagai faktor keputusan dalam menaksir resiko finansial, Chilson dkk. (2006) mengaplikasikan kestabilan matriks korelasi dalam sistem komputasi paralel dengan matriks korelasi berdimensi besar, dan Fischer (2007) melakukan studi tentang aset perusahaan yang didasarkan pada kestabilan matriks-matriks korelasi. Kemudian, Herdiani (2008) memonitoring stabilitas barisan matriks korelasi yang diaplikasikan pada proses produksi dudukan kabel tegangan tinggi (flenge) di PT PINDAD (Persero).

Beberapa statistik populer yang dibangun dengan menggunakan kriteria LRT antara lain adalah statistik Box dan Kullback, statistik Jennrich, statistik Fisher dan statistik Schott. Kepopulerannya terletak pada keefektifan dan kemudahan dalam penerapannya, akan tetapi pengujian statistik ini menghadapi kendala pada saat variabel yang terlibat berukuran besar (Chilson, 2006) dan (Herwindiati, 2007). Hal yang sama juga dikemukakan oleh Olivares (2000), Gande dkk (2003) dan Fischer (2007) bahwa tatkala cukup banyak variabel yang terlibat, maka perhitungan statistik menjadi tidak praktis.

Untuk mengatasi hal tersebut, dalam penelitian ini digunakan statistik vektor variansi variabel-variabel standar (VVVS) sebagai dasar mengkonstruksi statistik pengujian untuk melihat kestabilan matriks korelasi. Statistik VVVS dibangun berdasarkan variansi vektor (VV) sebagai ukuran dispersi multivariat seperti yang dikemukakan oleh Djauhari dkk (2008). Tujuan penelitian ini untuk mengkaji rumusan alternatif variansi dari VVVS dan menentukan pengujian hipotesis kestabilan dua matriks korelasi serta mensimulasikan ke data.

Masalah dalam penelitian ini adalah:

Andi waru A.Paluseri, Aidawayati Rangkuti, Erna Tri Herdiani

- a. Bagaimana membuktikan pengembangan analisis statistik VVVS untuk menguji kestabilan dua matriks korelasi.
- b. Bagaimana mengaplikasikan statistik VVVS dalam menguji stabilitas dua matriks korelasi pada data hasil Ujian Nasional SMP Negeri 30 Makassar Tahun Ajaran 2010/2011 dan 2011/2012.

Tujuan Penelitiannya adalah:

- a. Membuktikan rumusan alternatif statistik VVVS untuk menguji kestabilan dua matriks korelasi.
- b. Menentukan statistik pengujian hipotesis kestabilan dua matriks korelasi melalui VVVS.
- c. Mengaplikasikan uji statistik VVVS pada data ujian nasional SMP Negeri 30 Makassar tahun ajaran 2010/2011 dan 2011/2012.

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah:

- a. Memberikan kontribusi pada bidang statistika berkenaan dengan statistik pengujian kestabilan dua matriks korelasi melalui VVVS
- b. Memberikan informasi kepada pihak sekolah yang bersangkutan tentang hubungan dari setiap mata pelajaran yang diujikan pada “UN” sehingga dapat dibuat kebijakan dalam mengambil keputusan perbaikan mutu siswa.

2. TINJAUAN PUSTAKA

a. Perkalian Kronecker

Definisi 2.1

Misalkan A dan B dua buah matriks masing-masing berukuran $m \times n$ dan $p \times q$, maka perkalian Kronecker (*Kronecker product*) dari A dan B dinotasikan sebagai $A \otimes B$, yaitu suatu matriks berukuran $mp \times nq$ didefinisikan sebagai,

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix} \quad (1)$$

Sifat 2.1 (Perkalian Kronecker)

Misalkan A, B dan C tiga buah matriks, dan a dan b adalah dua buah vektor, maka berlaku

Andi waru A.Paluseri, Aidawayati Rangkuti, Erna Tri Herdiani

- $\alpha \otimes A = A \otimes \alpha$, α skalar sembarang.
- $(A + B) \otimes C = (A \otimes C) + (B \otimes C)$, dengan A dan B berukuran sama
- $(A \otimes B)^t = A^t \otimes B^t$

Sifat 2.2

Misalkan A, B, C and D adalah matriks berukuran $m \times r, p \times k, r \times n$, dan $k \times q$, maka

$$(A \otimes B)(C \otimes D) = AC \otimes BD \quad (2)$$

Sifat 2.3

Misalkan A adalah matriks $m \times m$ dan B adalah matriks $p \times p$, maka

$$Tr(A \otimes B) = Tr(A)Tr(B) \quad (3)$$

b. Operator *VEC*

Operator yang mentransformasikan matriks kedalam bentuk vektor disebut “operator *vec*” disingkat “*vec*”. Mekanisme dari operator *vec* dapat diberlakukan untuk ukuran matriks apapun (Magnus & Neudecker, 1979).

Definisi 2.2

Jika A adalah matriks berukuran $m \times n$ dengan kolom ke- i adalah \vec{a}_i , $i = 1, 2, \dots, n$, maka $vec(A)$ adalah sebuah vektor berukuran $mn \times 1$ dan dinyatakan sebagai

$$vec(A) = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \\ \vdots \\ \vec{a}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \\ a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \\ \vdots \\ a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix}$$

(4)

(Schott, JR, 1997)

C. Trace dari suatu Matriks

Andi waru A.Paluseri, Aidawayati Rangkuti, Erna Tri Herdiani

Trace adalah sebuah fungsi yang hanya terdefinisi pada matriks bujur sangkar. Jika matriks A berukuran $m \times m$, maka trace dari A dinotasikan $Tr(A)$ dan didefinisikan sebagai jumlahan dari unsur-unsur diagonal utama, yaitu

$$Tr(A) = \sum_{i=1}^m a_{ii} \quad (5)$$

Definisi 2.3

Jika matriks A dan B masing-masing berukuran $m \times n$ dan $n \times m$, maka AB matriks bujursangkar berukuran $m \times m$, sehingga

$$Tr(AB) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{ji} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m b_{ji} a_{ij} = Tr(BA) \quad (6)$$

c. Matriks Komutasi (Commutation matriks)

Suatu matriks bujur sangkar P disebut matriks komutasi jika setiap baris dan setiap kolom dari matriks P hanya mengandung sebuah elemen 1, dan yang lainnya adalah nol. Matriks Identitas termasuk salah satu matriks komutasi.

Definisi 2.4

Misalkan H_{ij} adalah matriks berukuran $m \times n$ dengan elemen tidak nol, yaitu 1 pada posisi (ij) yakni baris ke- i dan kolom- j . Maka matriks komutasi berukuran $mn \times mn$ dinotasikan dengan K_{mn} dan didefinisikan sebagai

$$K_{mn \times mn} = K_{mn} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (H_{ij} \otimes H_{ij}^t) \quad (7)$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini membuktikan rumusan alternatif variansi dari statistik VVVS dan menentukan pengujian hipotesis kestabilan dua matriks korelasi serta mensimulasikan ke data.

$$(vec(P))^t M_p \Phi M_p (vec(P)) = Tr(P^4) - 2Tr(D_{p^2} P^3) + Tr(D_{p^2} P^3)^2.$$

Bukti

Ruas kiri dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} & (vec(P))^t \frac{1}{2} (I_{p^2} + K_{pp}) \left\{ I_{p^2} - (I_p \otimes P) \Lambda_p \right\} (P \otimes P) \left\{ I_{p^2} - \Lambda_p (I_p \otimes P) \right\} \frac{1}{2} (I_{p^2} + K_{pp}) (vec(P)) \\ &= \frac{1}{4} \left((vec(P))^t I_{p^2} + (vec(P))^t K_{pp} \right) \left\{ I_{p^2} - (I_p \otimes P) \Lambda_p \right\} (P \otimes P) \left\{ I_{p^2} - \Lambda_p (I_p \otimes P) \right\} \\ & \quad \left(I_{p^2} (vec(P)) + K_{pp} (vec(P)) \right) \end{aligned}$$

Karena K_{pp} simetris, maka

$$= \frac{1}{4} \left((vec(P))^t + (K_{pp} vec(P))^t \right) \left\{ I_{p^2} - (I_p \otimes P) \Lambda_p \right\} (P \otimes P) \left\{ I_{p^2} - \Lambda_p (I_p \otimes P) \right\}$$

Andi waru A.Paluseri, Aidawayati Rangkuti, Erna Tri Herdiani

$$((\text{vec}(P)) + K_{pp} \text{vec}(P))$$

Berdasarkan Teorema 7.30., lihat Schott (1997, hal. 278) bahwa $K_{pp} \text{vec}(P) = \text{vec}(P')$, maka

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} \left((\text{vec}(P))^t + (\text{vec}(P))^t \right) \left\{ I_{p^2} - (I_p \otimes P) \Lambda_p \right\} (P \otimes P) \left\{ I_{p^2} - \Lambda_p (I_p \otimes P) \right\} \\ &\quad \left((\text{vec}(P)) + \text{vec}(P') \right) \\ &= (\text{vec}(P))^t (P \otimes P) \text{vec}(P) - (\text{vec}(P))^t (I_p \otimes P) \Lambda_p (P \otimes P) \text{vec}(P) - \\ &\quad (\text{vec}(P))^t (P \otimes P) \Lambda_p (I_p \otimes P) \text{vec}(P) + (\text{vec}(P))^t (I_p \otimes P) \Lambda_p (P \otimes P) \Lambda_p (I_p \otimes P) \text{vec}(P) \end{aligned}$$

Dari sifat operator vec , $(\text{vec}(P))^t (P \otimes P) \text{vec}(P) = \text{Tr}(P^4)$, maka

$$\begin{aligned} &= \text{Tr}(P^4) - (\text{vec}(P))^t (I_p \otimes P) \Lambda_p (P \otimes P) \text{vec}(P) - \\ &\quad (\text{vec}(P))^t (P \otimes P) \Lambda_p (I_p \otimes P) \text{vec}(P) + (\text{vec}(P))^t (I_p \otimes P) \Lambda_p (P \otimes P) \Lambda_p (I_p \otimes P) \text{vec}(P) \\ &= \text{Tr}(P^4) - (\text{vec}(P))^t (I_p \otimes P') \Lambda_p (P \otimes P) \text{vec}(P) - \\ &\quad (\text{vec}(P))^t (P' \otimes P') \Lambda_p (I_p \otimes P) \text{vec}(P) + (\text{vec}(P))^t (I_p \otimes P) \Lambda_p (P \otimes P) \Lambda_p (I_p \otimes P) \text{vec}(P) \end{aligned}$$

Selanjutnya, dengan menggunakan sifat kronecker $(A \otimes B)^t = A^t \otimes B^t$ diperoleh

$$\begin{aligned} &= \text{Tr}(P^4) - (\text{vec}(P))^t (I_p \otimes P')^t \Lambda_p (P \otimes P) \text{vec}(P) - \\ &\quad (\text{vec}(P))^t (P \otimes P')^t \Lambda_p (I_p \otimes P) \text{vec}(P) + (\text{vec}(P))^t (I_p \otimes P) \Lambda_p (P \otimes P) \Lambda_p (I_p \otimes P) \text{vec}(P) \\ &= \text{Tr}(P^4) - \left((I_p \otimes P') \text{vec}(P) \right)^t \Lambda_p (P \otimes P) \text{vec}(P) - \\ &\quad \left((P \otimes P) \text{vec}(P) \right)^t \Lambda_p (I_p \otimes P) \text{vec}(P) + \left((I_p \otimes P) \text{vec}(P) \right)^t \Lambda_p (P \otimes P) \Lambda_p (I_p \otimes P) \text{vec}(P) \end{aligned}$$

Operator vec mempunyai sifat bahwa $(I_p \otimes P) \text{vec}(P) = \text{vec}(PPI_p) = \text{vec}(PPI_p)$ seperti dikemukakan dalam Teorema 7.16, Sshott (1997, hal. 263). Oleh karena itu, ruas kanan sama dengan

$$\begin{aligned} &= \text{Tr}(P^4) - (\text{vec}(PPI_p))^t \Lambda_p \text{vec}(P^3) - \\ &\quad (\text{vec}(P^3))^t \Lambda_p \text{vec}(PPI_p) + (\text{vec}(PPI_p))^t \Lambda_p (P \otimes P) \Lambda_p \text{vec}(PPI_p) \end{aligned}$$

Karena $\Lambda_p \text{vec}(P^2) = \text{vec}(D_{p^2})$ dan $\text{Tr}(A'B) = \{ \text{vec}(A) \}^t \text{vec}(B)$, maka diperoleh

$$\begin{aligned} &= \text{Tr}(P^4) - \text{Tr}(D_{p^2} P^3) - \text{Tr}(P^3 D_{p^2}) + (\text{vec}(D_{p^2}))^t (P \otimes P) \text{vec}(D_{p^2}) \\ &\quad (\text{vec}(D_{p^2}))^t (P \otimes P) \text{vec}(D_{p^2}) = \text{Tr}(D_{p^2} P D_{p^2} P) \end{aligned}$$

Terbukti bahwa

$$(\text{vec}(P))^t M_p \Phi M_p (\text{vec}(P)) = \text{Tr}(P^4) - 2\text{Tr}(D_{p^2} P^3) + \text{Tr}(D_{p^2} P)^2$$

Andi waru A.Paluseri, Aidawayati Rangkuti, Erna Tri Herdiani

Misalkan $\vec{X}_1, \vec{X}_2, \dots, \vec{X}_n$ adalah vector acak yang memiliki matriks korelasi sampel \mathbf{R}_1 dengan matrix korelasi populasi \mathbf{P}_1 , dan $\vec{Y}_1, \vec{Y}_2, \dots, \vec{Y}_n$ adalah vector acak yang memiliki matriks korelasi sampel \mathbf{R}_2 dengan matrix korelasi populasi \mathbf{P}_2 .

Hipotesis yang akan di uji adalah :

$$H_0: \mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_2 \text{ lawan } H_1: \mathbf{P}_1 \neq \mathbf{P}_2$$

Statistik uji yang akan digunakan adalah

$$Z_1 = \frac{\|\text{vec}(R_1)\|^2 - E(\|\text{vec}(R_1)\|^2)}{\sqrt{\text{var}(\|\text{vec}(R_1)\|^2)}} \xrightarrow{d} N(0,1) \text{ dan } Z_2 = \frac{\|\text{vec}(R_2)\|^2 - E(\|\text{vec}(R_2)\|^2)}{\sqrt{\text{var}(\|\text{vec}(R_2)\|^2)}} \xrightarrow{d} N(0,1)$$

$$Z = Z_1 - Z_2$$

Z

$$= \frac{[\|\text{vec}(R_1)\|^2 - E(\|\text{vec}(R_1)\|^2)] - [\|\text{vec}(R_2)\|^2 - E(\|\text{vec}(R_2)\|^2)]}{\sqrt{\frac{8}{n-1} \left[\text{Tr}(\mathbf{P}_0^4) - 2\text{Tr}(D_{p_0^2} \mathbf{P}_0^3) + \text{Tr}(D_{p_0^2} P_0)^2 \right] + \frac{8}{n-1} \left[\text{Tr}(\mathbf{P}_0^4) - 2\text{Tr}(D_{p_0^2} \mathbf{P}_0^3) + \text{Tr}(D_{p_0^2} P_0)^2 \right]}}$$

$$\xrightarrow{d} N(0,1)$$

Di bawah $H_0 : P_1 = P_2 = P_0$

Maka,

Z

$$= \frac{[\|\text{vec}(R_1)\|^2] - [\|\text{vec}(R_2)\|^2]}{\sqrt{\frac{16}{n-1} \left[\text{Tr}(\mathbf{P}_0^4) - 2\text{Tr}(D_{p_0^2} \mathbf{P}_0^3) + \text{Tr}(D_{p_0^2} P_0)^2 \right] + \left[\text{Tr}(\mathbf{P}_0^4) - 2\text{Tr}(D_{p_0^2} \mathbf{P}_0^3) + \text{Tr}(D_{p_0^2} P_0)^2 \right]}}$$

$$\xrightarrow{d} N(0,1)$$

Data yang digunakan sebagai simulasi penggunaan uji kestabilan dua matriks korelasi adalah data sekunder yakni data hasil Ujian Nasional Tahun Ajaran 2010/2011 dan 2011/2012 SMP Negeri 30 Makassar yang terdiri dari empat mata pelajaran, yaitu Bahasa Indonesia, Bahasa Inggris, Matematika, dan IPA

Hasil penelitian menunjukkan bahwa

$$(\text{vec}(P))^t M_p \Phi M_p (\text{vec}(P)) = \text{Tr}(P^4) - 2\text{Tr}(D_{p^2} P^3) + \text{Tr}(D_{p^2} P^3)^2.$$

Hipotesis yang akan di uji adalah :

$$H_0: \mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_2 \text{ lawan } H_1: \mathbf{P}_1 \neq \mathbf{P}_2$$

Statistik uji yang akan digunakan adalah

Andi waru A.Paluseri, Aidawayati Rangkuti, Erna Tri Herdiani

$Z_1 = \frac{\|vec(R_1)\|^2 - E(\|vec(R_1)\|^2)}{\sqrt{var(\|vec(R_1)\|^2)}} \xrightarrow{d} N(0,1)$ dan $Z_2 = \frac{\|vec(R_2)\|^2 - E(\|vec(R_2)\|^2)}{\sqrt{var(\|vec(R_2)\|^2)}} \xrightarrow{d} N(0,1)$ sehingga

$$Z = \frac{[\|vec(R_1)\|^2] - [\|vec(R_2)\|^2]}{\sqrt{\frac{16}{n-1} \left[Tr(\mathbf{P}_0^4) - 2Tr(D_{p_0^2} \mathbf{P}_0^3) + Tr(D_{p_0^2} P_0)^2 \right] + \left[Tr(\mathbf{P}_0^4) - 2Tr(D_{p_0^2} \mathbf{P}_0^3) + Tr(D_{p_0^2} P_0)^2 \right]}}$$

Hasil simulasi data diperoleh statistik VVVS, yaitu $|Z| = 2.5753$. Untuk $\alpha = 5\%$, maka $Z_{tab} = Z_{(0,5-\alpha/2)} = Z_{0.4750} = 1.96$. Tampak bahwa $|Z_{hit}| > z_{\alpha/2}$, artinya $H_0 : P_1 = P_2$ ditolak, sehingga dapat dikatakan bahwa nilai Ujian Nasional di SMP Negeri 30 Makassar Tahun Ajaran 2010/2011 dan 2011/2012 berbeda secara signifikan atau tidak stabil.

4. KESIMPULAN

a. Telah ditunjukkan rumusan alternatif dari variansi VVVS yaitu

$$\frac{8}{n-1} \{Tr(P^4) - 2Tr(D_{p^2} P^3) + Tr(D_{p^2} P)^2\}$$

b. Statistik pengujian hipotesis kesamaan dua matriks korelasi

$$H_0: \mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_2 \text{ lawan } H_1: \mathbf{P}_1 \neq \mathbf{P}_2$$

Z

$$= \frac{[\|vec(R_1)\|^2] - [\|vec(R_2)\|^2]}{\sqrt{\frac{16}{n-1} \left[Tr(\mathbf{P}_0^4) - 2Tr(D_{p_0^2} \mathbf{P}_0^3) + Tr(D_{p_0^2} P_0)^2 \right] + \left[Tr(\mathbf{P}_0^4) - 2Tr(D_{p_0^2} \mathbf{P}_0^3) + Tr(D_{p_0^2} P_0)^2 \right]}}$$

dengan kriteria pengujian, jika $|Z| > z_{\alpha/2}$, maka H_0 ditolak pada taraf signifikan $\alpha = 5\%$

c. Hasil simulasi data yang diperoleh dari pengujian statistik VVVS disimpulkan bahwa nilai UN SMP Negeri 30 Makassar Tahun Ajaran 2010/2011 dan 2011/2012 adalah berbeda secara signifikan atau tidak stabil.

5. REFERENSI

- [1] Annaert, J., Claes, A.G.P., dan De Custer, A.J.K. (2003), "Inter Temporal Stability of the European Credit Spread Co-Movement Structure". *University of Antwerp, Faculty of Applied Economics in its series Working papers*.

Andi waru A.Paluseri, Aidawayati Rangkuti, Erna Tri Herdiani

- [2] Chilson, J., Ng, R., Wagner, A. dan Zamar, R. (2006), "Parallel Computation of High Dimensional Robust Correlation and Covariance Matrices", *Algorithmica*, Springer New York, 45(3) 403-431.
- [3] Cleroux, R. (1987), "Multivariate Association and Inference Problems in Data Analysis", *Proceedings of the Fifth International Symposium on Data and Informatics, Vol. 1*, Versailles, France.
- [4] Cooka, W., Mounfield, C., Ormerod, P., dan Smith, L. (2002), "Eigen analysis of the stability and degree of information content in correlation matrices constructed from property time series data", *The European Physical Journal*, B, 27, 189-195.
- [5] Da Costa, Jr, N., Nunes, S., Caretta, P., dan Da Silva, S. (2005), "Stock-Market co-movements revisited", *Economics Bulletin*, 7(3), 1-9.
- [6] Djauhari, M.A. (2007), "A. Measure of Data Concentration", *Journal of Probability and Statistics*, vol 2, No. 2, 139-135.
- [7] Djauhari, M.A. dan Herdiani, E.T. (2008)' " Monitoring the Stability of Correlation Structure in Drive Rib Production Process: An MSPCAApproach", *The Open Industrial and Manufacturing Eigneering Journal*, Vol. 1, 8-18.
- [8] Djauhari, M.A. dan Herdiani, E.T. (2008), "A.Test For Stability of Correlation Matrix". *International Conference on Quantitative Methods Used in Economics and Business*, Universitas Malahayati. 83-92.
- [9] Fischer, M. (2007) , "Are Correlations Constant Over Time? Application of the CC-TRIG-Test to Return Series from Different Asset Classes", *SFB 649 Discussion Paper 2007-012*, University of Erlangen-Numberg, Germany.
- [10] Gande, A. dan Parsley, D.C. (2002), "News Spillovers in the Sovereign Debt Market". *Forthcoming Journal of Financial Economics*
- [11] Goetzmann, W.N., Li., L., dan Rouwenhorst, K.G. (2005), "Long-Term Global Market Correlation", *Journal of Business*, 78(1), 1-38.
- [12] Herdiani E.T. (2008). *Statistik Penguji Kestabilan Barisan Matriks Korelasi*, Disertasi, Institut Teknologi Bandung.
- [13] Herwindiati, D.E., Djauhari, M.A., dan Mashuri, M (2007), " Robust Multivariate Outlier Labeling", *Communication in Statistics: Computation and simulation*. 36(6), 1287-1294.
- [14] Magnus, J.R. and Neudecker, H. (1979), "The Commutation Matrix. Some Properties and Application". *The Annals of Statistic* Vol 7. No. 2 381-394.
- [15] Montgomery, D.C. (2005) *Introduction to Statistical Quality Control*. Fifth Edition. John Wiley & Sons, Inc., New York.

Andi waru A.Paluseri, Aidawayati Rangkuti, Erna Tri Herdiani

- [16] Neudecker, H. (dan Wesseman, A.M. (1990), “The Asymtotic Variance Matrix of the sample correlation matrix”, *Linear Algebra and Its Aplications*. 127, 589-599.
- [17] Richard and Dean, 2002, *Aplied Multivariate Statistical Analysis*, fifth edition, Prentice-Hall, Inc, USA
- [18] Schott, J.R. (1997). *Matrix Analysis for Statistics*. John Wiley & Sons, New York.
- [19] Schott, J.R. (2007), “Testing the Equality of Correlation Matrices when Sample Correlation Matrices are Dependent”, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 137, 1992-1997.