

Estimating Conditional Value at Risk in Non-Cyclical Sector Companies Using the Extreme Value Theory Approach

Estimasi *Conditional Value at Risk* Pada Perusahaan Sektor *Consumer Non-Cyclicals* Menggunakan Pendekatan *Extreme Value Theory*

Andi Muhammad Hakam^{1*}, Andi Kresna Jaya²

¹²Departemen Statistika, Universitas Hasanuddin, 90245 Tamalanrea, Indonesia

Email: ^{1}hakamam20h@student.unhas.ac.id, ²andikresna.jaya@gmail.com

Abstract

Conditional Value at Risk (CVaR) is an estimate of the risk of loss that exceeds the Value at Risk (VaR) level. VaR is one of the most commonly used stock risk measurement methods to assess the risk of large investments. Extreme Value Theory (EVT) is a method used to analyze data that contains extreme values. The goal of EVT is to estimate the probability of an extreme event occurring by examining the tails of a distribution based on observed extreme values. There are two general distributions used in EVT, namely Generalized Extreme Value (GEV) and Generalized Pareto Distribution (GPD). This research aims to determine the estimated level of loss that investors may experience when investing in PT Hanjaya Mandala Sampoerna Tbk (HMSP) and PT Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA). The L-Moment method is applied to estimate the parameters in this distribution so that an explicit parameter form is obtained. Based on CVaR analysis using the Block Maxima (BM) approach, investors in HMSP and JPFA are estimated to experience losses of 20.0752% and 29.6537% respectively. Using the Peaks Over Threshold (POT) approach, the estimated losses are 0.966% and 1.548% for HMSP and JPFA, respectively. Based on CVaR calculations using both approaches, the POT approach with GPD provides a more accurate and reliable investment risk estimate than the BM approach with GEV distribution.

Keywords: L-Moment, Generalized Extreme Value, CVaR, Generalized Pareto Distribution.

Abstrak



Conditional Value at Risk (CVaR) merupakan perkiraan risiko kerugian yang melebihi tingkat *Value at Risk* (VaR). VaR adalah salah satu metode pengukuran risiko saham yang paling umum digunakan untuk menilai risiko investasi besar. *Extreme Value Theory* (EVT) adalah metode yang digunakan untuk menganalisis data yang mengandung nilai ekstrem. Tujuan EVT adalah memperkirakan kemungkinan terjadinya peristiwa ekstrem dengan memeriksa ujung distribusi berdasarkan nilai ekstrem yang diamati. Terdapat dua distribusi umum yang digunakan dalam EVT yaitu *Generalized Extreme Value* (GEV) dan *Generalized Pareto Distribution* (GPD). Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui perkiraan tingkat kerugian yang mungkin dialami investor ketika berinvestasi pada PT Hanjaya Mandala Sampoerna Tbk (HMSP) dan PT Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA). Metode *L-Moment* diterapkan untuk mengestimasi parameter pada distribusi tersebut sehingga diperoleh bentuk parameter yang eksplisit. Berdasarkan analisis CVaR dengan metode *Block Maxima* (BM), investor pada HMSP dan JPFA diperkirakan mengalami kerugian masing-masing sebesar 20,0752% dan 29,6537%. Dengan menggunakan metode *Peaks Over Threshold* (POT), estimasi kerugian masing-masing sebesar 0,966% dan 1,548% untuk HMSP dan JPFA. Berdasarkan perhitungan CVaR menggunakan kedua metode tersebut, metode POT dengan GPD memberikan perkiraan risiko investasi yang lebih akurat dan andal dibandingkan metode BM dengan distribusi GEV.

Kata Kunci: *L-Moment, Generalized Extreme Value, CVaR, Generalized Pareto Distribution.*

1. PENDAHULUAN

1.1. LATAR BELAKANG

Investasi adalah alternatif bisnis yang banyak diminati oleh orang banyak. Investasi terdiri dari beberapa jenis dan diantaranya adalah saham. Saham adalah surat berharga yang menunjukkan kepemilikan atau penyertaan seseorang atau suatu entitas (misalnya perusahaan, lembaga keuangan, dll.) dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas [21]. Harga saham bersifat fluktuatif atau sering mengalami perubahan terhadap kenaikan dan penurunan harga *return* (pengembalian). Berdasarkan hal tersebut diperlukan sebuah model matematis untuk menghitung besar risiko kerugian investor yang akan didapatkan berdasarkan data harga akhir (*closed*) saham di masa lalu [2].

Data deret waktu adalah serangkaian data yang terkait dengan suatu variabel atau pengukuran yang dikumpulkan secara berurutan dalam jangka waktu yang teratur, seperti harian, mingguan, bulanan, kuartalan, dan tahunan. Salah satu jenis data deret waktu adalah data nilai *return* (pengembalian) saham. Nilai pengembalian adalah nilai keuntungan atau kerugian yang dihasilkan oleh perusahaan atau individu dari hasil kebijakan investasi yang dilakukan [3]. Data *return* umumnya digunakan untuk pelaporan dan melihat perkembangan saham [4]. Terdapat ekor distribusi yang berat pada data *return*, yaitu data tersebut relatif turun lambat terhadap distribusi normal. Hal tersebut menunjukkan adanya peluang munculnya nilai ekstrem yang berdampak pada peningkatan risiko keuangan [5].

Extreme Value Theory (EVT) adalah pendekatan statistika untuk menyelesaikan masalah terhadap nilai ekstrem. EVT mengkaji perilaku stokastik secara minimum maupun maksimum [6]. Tujuan EVT adalah memperkirakan peluang kejadian ekstrem dengan mempelajari ekor distribusi menggunakan nilai-nilai ekstrem. EVT memiliki 2 metode yaitu *Peaks Over Threshold* (POT) dan *Block Maxima* (BM). BM membentuk suatu blok berdasarkan nilai yang tertinggi pada satu periode sedangkan POT mengambil nilai data *return* yang melewati nilai ambang batas (*threshold*) [8].

Peluang kejadian di waktu yang akan datang dapat diestimasi dengan menyesuaikan data sebelumnya hingga menemukan distribusi peluangnya. Peluang kejadian tersebut membutuhkan

estimasi parameter dari distribusi peluangnya. Pada tahun 1990, Hosking mengembangkan *L-Moment* untuk mencari fungsi distribusi untuk nilai ekstrem. *L-Moment* adalah statistika terurut untuk sampel data dan distribusi peluangnya. Kelebihan *L-Moment* adalah dapat mengidentifikasi banyak distribusi tanpa batas ukuran sampel, serta objektif dalam memilih distribusi [9].

Value at Risk (VaR) adalah perhitungan dalam mengukur risiko investasi saham. Kelemahan dari VaR adalah hanya memperhatikan persentil tertentu dari kerugian tanpa memperhitungkan kerugian yang melebihi nilai VaR itu sendiri. Hal ini bisa saja memungkinkan terdapatnya kerugian yang lebih besar daripada besar kerugian dari perhitungan VaR. Untuk mengatasi kelemahan VaR, digunakan metode lain seperti *Conditional Value at Risk* (CVaR) atau *Expected Shortfall*. Kelebihan CVaR adalah dapat menghitung besarnya kerugian yang melebihi nilai VaR [5].

Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini akan membahas estimasi risiko investasi saham dengan *Conditional Value at Risk* pada perusahaan sektor *consumer non-cyclicals* dengan pendekatan *Extreme Value Theory*.

1.2. Return Saham

Return Saham adalah hasil perhitungan keuntungan atau kerugian dalam bentuk nilai pengembalian yang didapatkan oleh pihak investor dari hasil investasi saham. Berikut-persamaan *return* saham [18]:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (1.1)$$

dengan:

R_t : Nilai pengembalian periode ke-t

P_t : Harga saham periode ke-t

P_{t-1} : Harga saham periode ke-(t-1)

1.3. Extreme Value Theory

Extreme Value Theory (EVT) adalah pendekatan statistika untuk menganalisis perilaku ekor (*tail*) pada sebuah distribusi. Penerapan EVT berfokus dalam memahami dan memodelkan probabilitas nilai-nilai ekstrem dalam distribusi tersebut. Pendekatan ini sering digunakan dalam pembentukan model untuk kasus-kasus ekstrem, seperti kerugian saham yang memiliki dampak signifikan di masa depan. Jenis kerugian ini tidak mampu dianalisis dengan distribusi normal, karena data keuangan cenderung bersifat *heavy tail*, yang mengindikasikan kemungkinan terjadinya peristiwa ekstrem [4].

Secara umum, terdapat 2 metode untuk mengidentifikasi data ekstrem, yaitu *Block Maxima* dan *Peaks Over Threshold*. Sebagai gambaran awal, misalkan diketahui data random yang dicatat dari data *return* suatu harga saham. Metode yang pertama, metode BM memilih data ekstrim dengan membagi data menjadi beberapa blok kemudian memilih yang terbesar, sedangkan metode POT menggunakan nilai ambang batas (*threshold*).

1. Block Maxima

Metode *Block Maxima* (BM) adalah metode untuk menetapkan nilai ekstrem dengan mengambil nilai tertinggi dari data observasi berdasarkan blok yang terbentuk pada periode tertentu [16]. Metode BM menerapkan teorema Fisher-Tippet yang berarti, nilai ekstrem dari BM akan mengikuti distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) [12].

2. Peaks Over Threshold

Metode *Peaks Over Threshold* (POT) merupakan metode untuk menetapkan nilai ekstrem dengan mengambil nilai yang melebihi ambang batas (*threshold*) dan tidak memperhatikan waktu

sebuah kejadian [17]. Terdapat berbagai metode yang dapat digunakan dalam penentuan nilai ambang batas tersebut dan salah satu diantaranya adalah metode persentase.

Metode persentase adalah salah satu jenis metode umum yang sering digunakan untuk menentukan nilai ambang batas. Langkah-langkah metode persentase sebagai berikut [6]:

- Menyortir data terkecil hingga ke data yang terbesar
- Menentukan jumlah data ekstrem $k = 10\% \times N$ dengan k adalah banyaknya data ekstrem dan N adalah banyaknya sampel data.
- Menentukan nilai *threshold* yaitu $u = k + 1$

Data ekstrem yang diidentifikasi oleh metode POT akan mengikuti suatu distribusi. Metode ini mengaplikasikan teorema *Picklands-Dalkema-De Haan*, dimana nilai ekstrem yang memiliki ambang nilai u yang tinggi akan mendekati *Generalized Pareto Distribution* (GPD) [12].

1.4. L-Moment

L-Moment dikembangkan dari teori statistik terurut. Misalkan X merupakan sebuah variabel acak kontinu yang mempunyai distribusi dengan fungsi distribusi kumulatif $F(x)$ dan invers dari fungsi distribusi kumulatif merupakan fungsi kuantil $x(F)$ [23]. Misal $X_{1:r} \leq X_{2:r} \leq \dots \leq X_{r:r}$ yang merupakan statistik terurut dari sample acak berukuran r yang berasal dari distribusi acak variabel X . Maka Persamaan *L-Moment* (r^{th}) didefinisikan sebagai berikut [10]:

$$\lambda_r = \frac{1}{r} \sum_{j=0}^{r-1} (-1)^j \binom{r-1}{j} E(X_{r-j:r}) \quad , r = 1, 2, \dots \quad (1.2)$$

dengan:

λ_r : *L-Moment* ke $-r$

r : Urutan *L-Moment*

$E(X_{r-j})$: Ekspektasi dari statistik terurut ke $(r - j)$ dari sebuah sampel data

L dalam "*L-Moment*" menekankan bahwa λ_r adalah fungsi linier dari ekspektasi statistik terurut. Ekspektasi statistik terurut dapat ditulis sebagai berikut:

$$E(X_{r:n}) = \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!} \int_0^1 x(F) [F(x)]^{r-1} [1-F(x)]^{n-r} dF(x) \quad (1.3)$$

dengan:

$E(X_{r:n})$: Ekspektasi dari statistik terurut ke r dalam sampel berukuran n

$F(x)$: Fungsi Distribusi Kumulatif dari variabel acak x

$x(F)$: Fungsi kuantil dari suatu distribusi

Jika Persamaan (1.3) disubstitusi ke dalam Persamaan (1.2) akan didapatkan persamaan berikut:

$$\lambda_r = \int_0^1 x(F) P_{r-1}^*[F(x)] dF(x) \quad , r = 1, 2, \dots \quad (1.4)$$

dimana $P_r^*[F(x)] = \sum_{j=0}^r p_{r,j}^*[F(x)]^j$ dan $p_{r,j}^* = (-1)^{r-j} \binom{r}{j} \binom{r+j}{j}$. $P_r^*[F(x)]$ merepresentasikan bahwa ke $-r$ merupakan *shifted Legendre polynomial*. Menurut Zayed dkk. (2020), *shifted Legendre polynomial* dapat disandingkan dengan rumus Rodrigues sebagai berikut [24]:

$$P_{r-1}^*(x) = \frac{1}{r-1!} \frac{d^{r-1}}{dx^{r-1}} (x^2 - x)^{r-1} \quad (1.5)$$

Jika Persamaan (1.5) disubstitusi ke dalam Persamaan (1.4) maka akan didapatkan bentuk *L-Moment* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \int_0^1 x(F) dF(x) \\
\lambda_2 &= \int_0^1 x(F) [2F(x) - 1] dF(x) \\
\lambda_3 &= \int_0^1 x(F) \{6[F(x)]^2 - 6F(x) + 1\} dF(x) \\
\lambda_4 &= \int_0^1 x(F) \{20[F(x)]^3 - 30[F(x)]^2 + 12F(x) - 1\} dF(x)
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Hosking dkk. (1997) mendefinisikan rasio L-Moment sebagai berikut:

$$\tau_r = \frac{\lambda_r}{\lambda_2}, \quad r = 3, 4 \tag{1.7}$$

dimana τ_3 adalah *skewness* dan τ_4 adalah *kurtosis* dari sebuah distribusi. Untuk *skewness* memiliki batas yaitu $-\frac{1}{2} < \tau_3 < \frac{1}{2}$.

1.5. Estimasi Parameter

Parameter GPD dan GEV dapat diestimasi dengan L-Moment yang menggunakan fungsi kuantil dari kedua distribusi tersebut. Fungsi distribusi kumulatif untuk GEV seperti pada Persamaan (1.8) dan untuk GPD seperti pada Persamaan (1.9) [7].

- Fungsi distribusi kumulatif GEV

$$F(x; \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \exp\left(-\left[1 - \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{\xi}}\right) & , \text{jika } \xi \neq 0 \\ \exp\left(-\exp\left[-\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]\right) & , \text{jika } \xi = 0 \end{cases} \tag{1.8}$$

dengan $-\infty < \mu < \infty; \sigma > 0; -\infty < \xi < \infty; -\infty < x < \infty$.

- Fungsi distribusi kumulatif GPD

$$f(x; \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{\xi(x - \mu)}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\xi}} & , \text{jika } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{(x - \mu)}{\sigma}\right) & , \text{jika } \xi = 0 \end{cases} \tag{1.9}$$

dengan $-\infty < \mu < \infty; \sigma > 0; -\infty < \xi < \infty; -\infty < x < \infty$.

di mana:

ξ : Parameter bentuk (*shape*)

σ : (Simpangan baku) sebagai parameter skala (*scale*)

μ : (Rataan) sebagai parameter lokasi (*location*)

Estimasi parameter untuk kedua distribusi dengan metode L-Moment menggunakan Persamaan (1.6) hingga Persamaan (1.7), sehingga didapatkan bentuk estimasi parameter seperti berikut:

- Untuk distribusi GEV:

$$\hat{\xi} \approx 7,8590c + 2,9554c^2, c = \frac{2}{3 + \tau_3} - \frac{\ln(2)}{\ln(3)} \tag{1.10}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\lambda_2 \hat{\xi}}{\left(\Gamma(\hat{\xi} + 1)(1 - 2^{-\hat{\xi}})\right)} \tag{1.11}$$

$$\hat{\mu} = \lambda_1 - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(1 - \Gamma(\hat{\xi} + 1)\right) \quad (1.12)$$

- Untuk distribusi GPD:

$$\hat{\xi} = \frac{1 - 3\tau_3}{1 + \tau_3} \quad (1.13)$$

$$\hat{\sigma} = (\hat{\xi} + 2)(\hat{\xi} + 1)\lambda_2 \quad (1.14)$$

$$\hat{\mu} = \lambda_1 - (\hat{\xi} + 2)\lambda_2 \quad (1.15)$$

1.6. Goodness of Fit Test (Uji kesesuaian distribusi)

Goodness of Fit Test diperlukan dalam menentukan kecocokan pola data dengan sebaran data yang dianalisis. Uji kesesuaian distribusi pada penelitian ini menggunakan *Kolmogorov-Smirnov*. Konsep uji tersebut yaitu membandingkan antara distribusi teoritis dengan distribusi sampel berdasarkan frekuensi kumulatif. [11]. Hipotesis yang terbentuk sebagai berikut:

$$H_0: F(x) = F_0(x) \quad : \text{Data berdistribusi teoritis } F_0(x)$$

$$H_1: F(x) \neq F_0(x) \quad : \text{Data tidak berdistribusi teoritis } F_0(x)$$

Statistik Uji:

$$D_{hitung} = \text{Maks}|F_n(x) - F_0(x)| \quad (1.16)$$

Keterangan:

Maks : Nilai Tertinggi/Maksimum

$F_n(x)$: Fungsi distribusi sampel (empiris) data sampel

$F_0(x)$: Fungsi kumulatif distribusi teoritis

Kriteri Uji: H_0 tertolak jika $D_{hitung} > D_{tabel}$ atau $p\text{-value} < \alpha$.

1.7. Value at Risk

Value at Risk (VaR) adalah ukuran statistik yang digunakan untuk mengevaluasi sejauh mana risiko kerugian yang akan timbul pada portofolio saham di tingkat kepercayaan tertentu [19]. Persamaan VaR secara umum seperti berikut:

$$VaR_\alpha = x(F) \quad (1.17)$$

dengan

VaR_α : persentil α yang lebih rendah

$x(F)$: Fungsi invers dari fungsi distribusi kumulatif suatu fungsi

α : Tingkat signifikansi

Persamaan VaR untuk metode BM seperti pada Persamaan (1.18) dan metode POT seperti pada Persamaan (1.19).

$$VaR_{GEV} = \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left([(-n)\ln(1 - \alpha)]^{\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (1.18)$$

$$VaR_{GPD} = u - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[\left(\frac{n(1 - \alpha)}{N_u} \right)^{\hat{\xi}} - 1 \right] \quad (1.19)$$

dengan

u : Nilai ambang batas

$\hat{\sigma}$: Nilai paramater skala (*scale*) dari parameter GPD yang terbentuk dari L-Moment

$\hat{\xi}$: Nilai parameter bentuk (*shape*) dari parameter GPD yang terbentuk dari L-Moment

α : Tingkat signifikansi

n : Jumlah keseluruhan pengamatan

N_u : Jumlah pengamatan di atas nilai *threshold*

1.8. Conditional Value at Risk

Conditional Value at Risk (CVaR) atau yang sering dikenal *Expected Shortfall* (ES) adalah pengukuran yang digunakan untuk menghitung kerugian yang melebihi tingkat VaR [13]. Nilai CVaR dapat dinyatakan seperti berikut [25]:

$$CVaR = \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 q_x(F) dx \quad (1.20)$$

dengan $q_x(F)$ adalah fungsi VaR dari sebuah distribusi. Persamaan CVaR untuk metode BM seperti pada Persamaan (1.21) dan metode POT seperti pada Persamaan (1.22).

$$CVaR_{GEV} = \hat{\mu} - \frac{1}{1-\alpha} \left(\frac{1}{n^{\hat{\xi}}} \right) \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\Gamma \left(\hat{\xi} + 1, -\ln(1-\alpha) \right) \right) - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \quad (1.21)$$

$$CVaR_{GPD} = \frac{VaR_{(\alpha)GPD}}{(1+\hat{\xi})} + \frac{\hat{\xi}u + \hat{\sigma}}{(1+\hat{\xi})} \quad (1.22)$$

1.9. Backtesting

Pengujian *backtesting* adalah pengujian yang digunakan untuk melihat ketepatan dalam mengestimasi risiko dari model yang didapatkan. Jenis uji yang digunakan untuk menghitung akurasi nilai model CVaR adalah uji Z. Hipotesis yang terbentuk sebagai berikut:

H_0 : Model CVaR valid

H_1 : Model CVaR tidak valid

Statistik uji Z untuk pengujian *backtesting* pada CVaR [3]:

$$Z_{CVaR}(\alpha) = \sqrt{3N} \left(\frac{2(VaR(\alpha) - \alpha)}{\sqrt{\alpha(4-3\alpha)}} \right) \quad (1.23)$$

Keterangan:

N : Jumlah data observasi

$VaR(\alpha)$: Nilai VaR dari sebuah distribusi

A : Tingkat kepercayaan

Tingkat signifikansi yang digunakan adalah 95% ($\alpha = 0,05\%$) dan nilai *chi-square* $\chi_{(0,05;1)} = 3,831$ dengan kriteria pengujiannya sebagai berikut [12]:

1. Jika $Z_{stat} >$ nilai *chi-square*, maka H_0 tertolak dan H_1 diterima.
2. Jika $Z_{stat} <$ nilai *chi-square*, maka H_0 diterima dan H_1 ditolak.

1.10. Root Mean Squared Error

Root Mean Squared Error (RMSE) adalah perhitungan untuk melihat akurasi sebuah model. Konsep RMSE yaitu nilai rata-rata dari jumlah kuadrat kesalahan, yang juga bisa dinyatakan sebagai ukuran seberapa besar kesalahan yang dihasilkan oleh hasil prediksi. Semakin kecil nilai RMSE menandakan bahwa model tersebut memiliki akurasi yang baik [22].

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2} \quad (1.24)$$

dimana x_i adalah nilai *return* dan \hat{x} adalah nilai dugaan atau nilai estimasi perhitungan CVaR.

1.11. Data

Penelitian ini menggunakan data harga penutupan (*close*) saham harian dari 2 perusahaan yaitu PT Hanjaya Mandala Sampoerna Tbk (HMSP), dan PT Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) untuk periode 3 Januari 2018 sampai dengan 30 Januari 2024. Data tersebut dapat diakses pada finance.yahoo.com.

1.12. Metode Penelitian

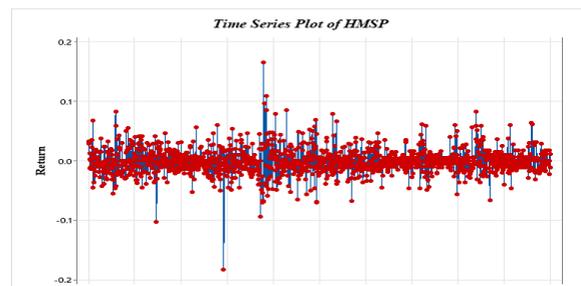
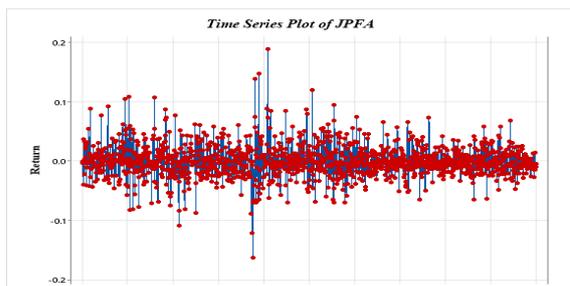
1. Tahapan Analisis untuk karakteristik data:

- a. Mengumpulkan data harga penutupan saham harian dari 2 perusahaan yaitu PT Hanjaya Mandala Sampoerna Tbk (HMSP), dan PT Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) untuk periode 3 Januari 2018 sampai dengan 30 Januari 2024.
 - b. Menghitung nilai *return* untuk setiap saham perusahaan dengan Persamaan (1.1).
 - c. Mendeskripsikan nilai pengembalian perusahaan tersebut. Data *return* dideskripsikan menggunakan statistika deskriptif.
 - d. Membuat plot deret waktu untuk menganalisa pola data dari periode 3 Januari 2018 sampai dengan 30 Januari 2024.
 - e. Mengidentifikasi nilai ekstrem dan *heavy tail* pada data *return* secara visual dengan *normality plot* serta menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*.
- 2. Tahapan perhitungan CVaR untuk data *return* PT HMSP Tbk dan PT Japfa Comfeed Indonesia Tbk untuk periode 3 Januari 2018 sampai dengan 30 Januari 2024:**
- a. Menentukan data ekstrem dengan metode BM yaitu membentuk blok pada data *return*. Penelitian ini menggunakan blok mingguan yaitu 5 hari kerja. Setelah blok terbentuk, nilai tertinggi dari setiap blok dapat dipilih untuk analisis lebih lanjut.
 - b. Menaksir nilai parameter $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}$ dan $\hat{\xi}$ dari data ekstrem yang telah diambil dengan metode BM menggunakan Persamaan (1.10) hingga Persamaan (1.12)
 - c. Langkah selanjutnya adalah menguji data ekstrem yang diambil dengan uji kesesuaian distribusi GEV seperti pada Persamaan (1.16).
 - d. Pengambilan data ekstrem dengan metode POT dengan cara mengurutkan data terkecil hingga yang terbesar. Selanjutnya, menetapkan nilai ambang batas pada data dengan metode persentase 10% yaitu $k = 10\% \times N$.
 - e. Menaksir nilai parameter $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}$ dan $\hat{\xi}$ dari data yang telah diambil dengan metode POT menggunakan Persamaan (1.13) hingga Persamaan (1.15)
 - f. Langkah selanjutnya adalah menguji data ekstrem yang diambil dengan uji kesesuaian distribusi GPD seperti pada Persamaan (1.16).
 - g. Menentukan nilai VaR dengan Persamaan (1.18) dan Persamaan (1.19) terlebih dahulu sebelum menentukan nilai CVaR untuk masing-masing perusahaan dengan metode BM dan metode POT.
 - h. Menentukan nilai CVaR pada masing-masing perusahaan dengan dengan Persamaan (1.21) dan Persamaan (1.22).
- 3. Tahapan akhir adalah membandingkan nilai keakuratan antara metode BM dan POT dengan uji *backtesting* seperti pada Persamaan (1.23) dan *Root Mean Squared Error* (RMSE) seperti pada Persamaan (1.24).**

2. HASIL DAN PEMBAHASAN

2.1. Statistika Deskriptif dari Nilai *Return*

Return adalah nilai pengembalian digunakan dalam melihat seberapa besar keuntungan atau kerugian yang diperoleh. Salah satu pernyataan visual paling sederhana yang



JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Andi Muhammad Hakam, Andi Kresna Jaya

dapat digunakan untuk melihat terjadinya fluktuasi pada nilai pengembalian tersebut adalah dengan menggunakan *time series plot*.

(a) (b)
Gambar 1. *Plot Time Series* Nilai Return, (a) JPFA, (b) HMSP

Gambar 1 menunjukkan bahwa nilai return saham dari kedua perusahaan mengalami fluktuasi yang signifikan, dengan naik turunnya yang sering terjadi. Fluktuasi ini menghasilkan nilai ekstrem pada periode tertentu. Namun, gambar tersebut belum memberikan informasi statistik yang jelas. Berikut adalah tabel statistik yang menyajikan nilai return dari kedua perusahaan tersebut.

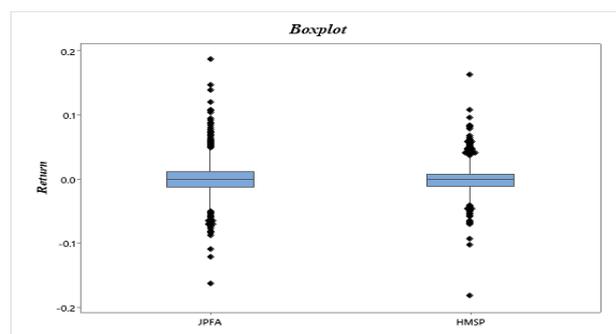
Tabel 1. Statistika Deskriptif Data Nilai *Return* Perusahaan

Ukuran	HMSP	JPFA
<i>Mean</i>	-0,000867	0,000182
Variansi	0,000471	0,000732
Maksimum	0,188776	0,164502
Minimum	-0,1625	-0,1821429

Berdasarkan Tabel 1, diketahui bahwa rata-rata nilai *return* saham Perusahaan HMSP sebesar -0,000867 menunjukkan bahwa nilai *return* saham HMSP mengalami sedikit penurunan dan Perusahaan JPFA memiliki rata-rata *return* sebesar 0,000182 menunjukkan bahwa *return* saham JPFA sedikit meningkat. Tabel 1 juga menghasilkan variansi nilai *return* saham HMSP adalah 0,000471 yang menunjukkan bahwa nilai *return* saham HMSP relatif lebih stabil dibandingkan JPFA. Variansi nilai *return* saham JPFA adalah 0,000732 menunjukkan bahwa *return* saham JPFA mengalami fluktuasi lebih besar dibandingkan HMSP dan menandakan terjadinya volatilitas yang lebih tinggi.

2.2. Pengidentifikasi Nilai Ekstrem dan *Heavy Tail*

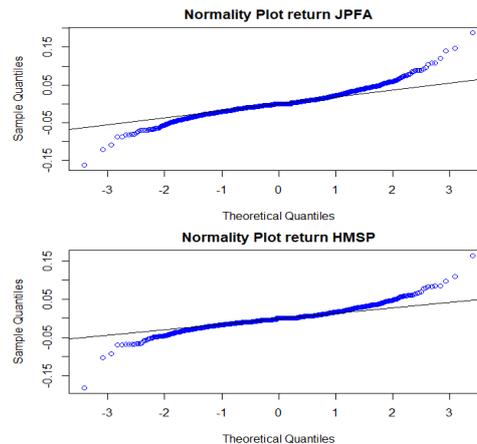
Nilai ekstrem ditandai dari adanya titik data yang berada di luar batas kuantil atas dan kuantil bawah pada *boxplot*. Pada Gambar 2 diperlihatkan bahwa terdapat titik data di luar dari batas kuantil tersebut dari kedua perusahaan tersebut.



Gambar 2. *Boxplot* Nilai Return Saham HMSP dan JPFA

Boxplot digunakan untuk melihat seberapa banyak sebuah data memiliki pencilan atau *outlier* yang keluar dari nilai batas atas (Q3) dan batas bawah (Q1) pada data tersebut. Gambar 2 memberikan informasi bahwa data *return* ke dua perusahaan tersebut membuktikan data tersebut memiliki banyak *outlier* yang dapat diidentifikasi bahwa data tersebut tidak berdistribusi normal atau mengandung nilai ekstrem. Metode lain untuk melihat kedua data tersebut mengandung nilai ekstrem yaitu dengan menggunakan *normality plot* seperti pada Gambar 3.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Andi Muhammad Hakam, Andi Kresna Jaya



Gambar 3. Normality Probability Plot Nilai Return Saham HMSP dan JPFA

Gambar 3 membuktikan bahwa data *return* ke dua perusahaan tersebut teridentifikasi tidak berdistribusi normal atau mengandung nilai ekstrem. Hal ini dapat dilihat pada seberapa banyak titik-titik data yang tidak selurus atau berjauhan dari garis kenormalan.

Visualisasi dari Gambar 2 dan Gambar 3 pada dasarnya telah dapat diambil sebuah kesimpulan bahwa data *return* ke dua perusahaan tersebut teridentifikasi mengandung nilai ekstrem. Namun untuk lebih memperkuat kesimpulan tersebut, dapat menggunakan pendekatan secara statistik yaitu dengan uji kenormalan dengan menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*. Persamaan uji *Kolmogorov Smirnov* dapat dilihat pada Persamaan (1.16) dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: F(x) = F(x) \quad : \text{(Data } return \text{ berdistribusi normal)}$$

$$H_0: F(x) \neq F(x) \quad : \text{(Data } return \text{ tidak berdistribusi normal)}$$

Berdasarkan perhitungan uji *Kolmogorov Smirnov* dan hipotesis yang terbentuk tersebut, maka didapatkan informasi mengenai nilai ekstrem pada data *return* ke dua perusahaan dengan pendekatan statistik pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil Uji *Kolmogorov-Smirnov* Normalitas Data Return

Ukuran	HMSP	JPFA
D hitung	0,47025	0,46467
D tabel	0,0345	0,0345
P-Value	$2,2 \times 10^{-16}$	$2,2 \times 10^{-16}$
Keputusan	Tolak H_0	Tolak H_0

Tabel 2 didapatkan informasi bahwa secara statistik, data *return* ke dua perusahaan tersebut mengandung nilai ekstrem. Hal tersebut bisa dilihat dari nilai $D_{hitung} > D_{tabel}$ atau $p\text{-value} < \alpha$ yang disimpulkan bahwa data *return* tidak berdistribusi normal atau mengandung nilai ekstrim. Menurut [20], data *return* memiliki ekor yang berat atau mengandung nilai ekstrem secara statistik. Hal tersebut sesuai yang dilakukan oleh [18], [4], dan [12].

2.3. Block Maxima

Metode *Block Maxima* (BM) menggunakan blok mingguan yaitu satu blok terdiri dari 5 data nilai *return* dari data 5 hari kerja. Dalam satu blok diambil satu nilai ekstrem yaitu nilai tertinggi dari blok tersebut. Jumlah blok data yang terbentuk adalah 301 data.

Terdapat 2 langkah yang dilakukan secara berurutan sebelum menghitung nilai VaR dan CVaR dengan pendekatan BM. Langkah-langkah tersebut adalah menentukan nilai estimasi

paramater BM menggunakan distribusi GEV dan kemudian pengujian bahwa kedua data *return* tersebut berdistribusi GEV.

a. Estimasi Nilai Parameter *Block Maxima*

Distribusi yang digunakan dalam mengestimasi parameter dengan metode *Block Maxima* adalah GEV dengan bantuan *L-Moment*. Hasil estimasi nilai parameter untuk distribusi GEV dengan *L-Moment* didapatkan dari hasil perhitungan Persamaan (1.10) hingga Persamaan (1.12). Berdasarkan perhitungan dengan Persamaan (1.10) hingga Persamaan (1.12), maka didapatkan nilai estimasi paramater yang terbentuk dari BM pada Tabel 3.

Tabel 3. Estimasi Nilai Parameter *Block Maxima*

Parameter	HMSP	JPFA
Lokasi ($\hat{\mu}$)	0,012797	0,018242
Skala ($\hat{\sigma}$)	0,013675	0,017495
Bentuk ($\hat{\xi}$)	-0,112068	-0,092181

Nilai parameter lokasi ($\hat{\mu}$) menunjukkan letak titik pusat data atau letak puncak kurva distribusi. Nilai $\hat{\mu}$ untuk HMSP adalah 0,012797, sedangkan untuk JPFA adalah 0,018242. Nilai parameter skala ($\hat{\sigma}$) mengindikasikan lebar distribusi atau keragaman data. Nilai $\hat{\sigma}$ untuk HMSP adalah 0,013675, sedangkan untuk JPFA adalah 0,017495. Nilai parameter bentuk ($\hat{\xi}$) mencerminkan letak ekor distribusi data. Semakin tinggi nilai parameter bentuk, semakin besar kemungkinan terjadinya nilai ekstrem. Jika nilai ekstrem yang dihasilkan lebih besar, maka perusahaan memiliki potensi untuk memberikan kerugian yang besar atau dengan kata lain menunjukkan adanya risiko besar yang akan dihadapi oleh investor. Berdasarkan Tabel 3 didapatkan bahwa saham JPFA memiliki nilai parameter bentuk yang lebih besar dari saham HMSP yang mengindikasikan bahwa investor memiliki potensi mendapatkan kerugian yang cukup besar jika berinvestasi di saham JPFA dibandingkan berinvestasi ke saham HMSP.

b. Uji Kesesuaian Distribusi *Generalized Extreme Value*

Secara konsep, nilai ekstrem yang terbentuk dari metode BM akan mengikuti distribusi GEV. Uji kesesuaian dilakukan untuk membuktikan bahwa 301 data ekstrem yang terbentuk dari metode BM telah mengikuti distribusi GEV. Uji kesesuaian distribusi dapat menggunakan Persamaan (1.16) dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: F(x) = F(x) \quad (\text{Data } return \text{ berdistribusi GEV})$$

$$H_0: F(x) \neq F(x) \quad (\text{Data } return \text{ tidak berdistribusi GEV})$$

dengan daerah penolakannya yaitu terima H_0 jika $D_{hitung} < D_{tabel}$.

Dengan menggunakan Persamaan (1.16) dan hipotesis tersebut, maka didapatkan hasil seperti pada Tabel 4 untuk melihat kebenaran terhadap hipotesis yang terbentuk.

Tabel 4. Uji Kesesuaian Distribusi Parameter *Generalized Extreme Value*

Perusahaan	D hitung	D tabel	Keputusan
HMSP	0,06147	0,07769	Terima H_0
JPFA	0,05301	0,07769	Terima H_0

Tabel 4 menjelaskan bahwa nilai D_{hitung} dari kedua perusahaan tersebut bernilai lebih kecil dari D_{tabel} (dengan $\alpha = 0,05$). Hal tersebut disimpulkan bahwa 301 data esktrm yang terpilih dengan metode BM telah mengikuti distribusi GEV.

2.4. Peaks Over Threshold

Konsep dari metode POT adalah menentukan nilai ekstrem dengan cara menetapkan nilai ambang batas atau *threshold*. Data yang melebihi nilai *threshold* dianggap nilai ekstrem. Oleh karena itu, diperoleh hasil seperti pada Tabel 5 yaitu terdapat 152 data diatas nilai ambang batas dari total 1510 data *return*, dan nilai ambang batas tersebut merupakan nilai data orde ke 152.

Langkah yang dilakukan sebelum melakukan perhitungan VaR dan CVaR dengan pendekatan POT sama seperti ke dua langkah untuk pendekatan POT yaitu menentukan nilai estimasi paramater POT menggunakan distribusi GPD dan kemudian pengujian bahwa kedua data *return* tersebut berdistribusi GPD. Namun sebelum masuk pada ke dua langkah tersebut, terlebih dahulu menentukan nilai ambang batas (*threshold*) untuk ke dua data *return* tersebut. Hal tersebut dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai *Threshold* dari Data *Return* Perusahaan

	HMSP	JPFA
<i>Threshold</i> (u)	0,02424	0,03241
Jumlah pengamatan (n)	1510	1510
Jumlah pengamatan di atas <i>threshold</i> (u)	152	152

Tabel 5 menjelaskan bahwa data *return* dari perusahaan HMSP yaitu 0,0242 dan perusahaan JPFA sebesar 0,03241. Ke dua nilai ini yang akan digunakan sebagai ambang batas dalam menentukan nilai ekstrem. Nilai yang lebih besar dari ke dua nilai tersebut teridentifikasi sebagai nilai ekstrem yang akan digunakan untuk mencari estimasi nilai paramater POT >

a. Estimasi Nilai Parameter *Peaks Over Threshold*

Setelah mendapatkan data ekstrem menggunakan metode POT, langkah berikutnya adalah melakukan estimasi parameter dengan menggunakan 152 titik data ekstrem yang sudah terkumpul sebelumnya. Estimasi nilai parameter ini diperoleh melalui perhitungan dari Persamaan (1.13) sampai Persamaan (1.15). Berdasarkan perhitungan dengan Persamaan (1.13) hingga Persamaan (1.15), maka didapatkan nilai estimasi paramater yang terbentuk dari BM pada Tabel 6.

Tabel 6. Estimasi Parameter *Peaks Over Threshold*

Parameter	HMSP	JPFA
Lokasi ($\hat{\mu}$)	0,024717	0,032498
Skala ($\hat{\sigma}$)	0,013656	0,016341
Bentuk ($\hat{\xi}$)	-0,148141	-0,177261

Nilai parameter lokasi ($\hat{\mu}$) menunjukkan letak titik pusat data atau letak puncak kurva distribusi. Nilai $\hat{\mu}$ untuk HMSP adalah 0,024717, sedangkan untuk JPFA adalah 0,032498. Nilai parameter skala ($\hat{\sigma}$) mengindikasikan lebar distribusi atau keragaman data. Nilai $\hat{\sigma}$ untuk HMSP adalah 0,013656, sedangkan untuk JPFA adalah 0,016341. Nilai parameter bentuk ($\hat{\xi}$) mencerminkan letak ekor distribusi data. Semakin tinggi nilai parameter bentuk, semakin besar kemungkinan terjadinya nilai ekstrem. Jika nilai ekstrem yang dihasilkan lebih besar, maka perusahaan memiliki potensi untuk memberikan kerugian yang besar atau dengan kata lain menunjukkan adanya risiko besar yang akan dihadapi oleh investor. Berdasarkan Tabel 6 didapatkan bahwa saham HMSP memiliki nilai parameter bentuk yang lebih besar dari saham JPFA yang mengindikasikan bahwa investor memiliki potensi mendapatkan kerugian yang cukup besar jika berinvestasi di saham HMSP dibandingkan berinvestasi ke saham JPFA.

b. Uji Kesesuaian *Generalized Pareto Distribution*

Secara konsep, nilai ekstrem yang terbentuk dari metode POT akan mengikuti distribusi GPD. Uji kesesuaian distribusi dilakukan untuk membuktikan bahwa 152 data ekstrem yang diambil dengan metode POT berdistribusi GPD. Uji kesesuaian distribusi dapat menggunakan Persamaan (1.16) dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: F(x) = F(x) \quad (\text{Data return berdistribusi GEV})$$

$$H_0: F(x) \neq F(x) \quad (\text{Data return tidak berdistribusi GEV})$$

dengan daerah penolakannya yaitu terima H_0 jika $D_{hitung} < D_{tabel}$.

Dengan menggunakan Persamaan (1.16) dan hipotesis tersebut, maka didapatkan hasil seperti pada Tabel 4 untuk melihat kebenaran terhadap hipotesis yang terbentuk.

Tabel 7. Uji Kesesuaian Parameter *Generalized Pareto Distribution*

Perusahaan	D hitung	D tabel	Keputusan
HMSP	0,10059	0,11015	Terima H_0
JPFA	0,10689	0,11015	Terima H_0

Tabel 7 menjelaskan bahwa nilai D_{hitung} dari kedua perusahaan tersebut bernilai lebih kecil dari D_{tabel} (dengan $\alpha = 0,05$). Berdasarkan hal tersebut disimpulkan bahwa 152 data eskترم yang terpilih dengan metode POT telah mengikuti GPD.

2.5. Estimasi Nilai *Value at Risk*

Nilai *Value at Risk* (VaR) dicari terlebih dahulu karena nilainya akan digunakan pada perhitungan CVaR dan perhitungan *backtesting* untuk masing-masing metode (BM dan POT). Estimasi nilai VaR untuk masing-masing metode dapat dilihat pada Tabel 8.

Tabel 8. Estimasi Nilai *Value at Risk*

Perusahaan	<i>Value at Risk</i>	
	<i>Block Maxima</i>	<i>Peaks Over Threshold</i>
HMSP	0,01947	0,00184
JPFA	0,02412	0,00215

2.6. Estimasi Nilai *Conditional Value at Risk*

Perhitungan CVaR untuk metode BM dapat menggunakan Persamaan (21) dan untuk metode POT dapat menggunakan (22). Hasil estimasi nilai CVaR untuk masing-masing metode dapat dilihat pada Tabel 9.

Tabel 9. Estimasi Nilai *Conditional Value at Risk*

Perusahaan	<i>Conditional Value at Risk</i>	
	<i>Block Maxima</i>	<i>Peaks Over Threshold</i>
HMSP	0,200752	0,00966
JPFA	0,296537	0,01548

Berdasarkan Tabel 9, dengan menggunakan metode BM dengan tingkat signifikansi 95%, jika investor berinvestasi sebesar Rp1.000.000.000,- pada saham HMSP dengan estimasi risiko 20,0752% diprediksi akan mengalami kerugian sebesar Rp200.752.000,-. Perhitungan ini diperoleh dengan mengalikan jumlah dana investasi dengan estimasi nilai risiko. Jika investor tersebut beralih ke saham JPFA dengan estimasi risiko 29,6537%, maka kerugian yang diprediksikan akan meningkat menjadi Rp296.537.000,-. Dengan menggunakan metode POT pada tingkat kepercayaan 95%, seorang investor yang menginvestasikan Rp1.000.000.000,- pada saham HMSP yang memiliki estimasi risiko sebesar 0,966%, diperkirakan akan mengalami kerugian sebesar Rp9.660.000,-. Perhitungan tersebut diperoleh dari hasil perkalian antara jumlah dana investasi dengan estimasi nilai risiko. Selanjutnya, jika investor tersebut berinvestasi pada

saham JPFA dengan estimasi risiko sebesar 1,548%, maka diperkirakan investor akan mengalami kerugian sebesar Rp15.480.000,-.

2.7. Perbandingan Kedua Metode *Extreme Value Theory*

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji *backtesting* untuk mengetahui validitas risiko dengan perhitungan CVaR menggunakan Persamaan (1.23) dan kemudian melakukan perhitungan RMSE menggunakan Persamaan (1.24) untuk melihat akurasi dari hasil perhitungan CVaR. Hasil uji *backtesting* dapat dilihat pada Tabel 10 dan hasil perhitungan dapat dilihat pada Tabel 11.

Tabel 10. Uji *Backtesting* Hasil *Conditional Value at Risk* dengan *Block Maxima*

Ukuran	HMSP	JPFA
Jumlah data	1510	1510
α	0,05	0,05
Z_{stat}	-8,2332	-7,0177
<i>Chi-square</i>	3,8414	3,8414
Kesimpulan	Valid	Valid

Tabel 11. Uji *Backtesting* Hasil *Conditional Value at Risk* dengan *Peaks Over Threshold*

Ukuran	HMSP	JPFA
Jumlah data	1510	1510
α	0,05	0,05
Z_{stat}	-8,2332	-7,0177
<i>Chi-square</i>	3,8414	3,8414
Kesimpulan	Valid	Valid

Berdasarkan Tabel 10 dan Tabel 11 dapat diketahui bahwa hasil *backtesting* dari kedua perusahaan tersebut memiliki nilai uji Z yang lebih besar dari nilai *chi-square*. Kesimpulan yang didapatkan adalah perhitungan CVaR dengan metode BM dan POT valid digunakan untuk data kedua Perusahaan tersebut. Berdasarkan hal tersebut, langkah selanjutnya adalah menghitung RMSE untuk BM dan POT. Hasil RMSE dapat dilihat pada Tabel 12.

Tabel 12. *Root Mean Squared Error* untuk *Block Maxima* dan *Peaks Over Threshold*

Perusahaan	<i>Block Maxima</i>		<i>Peaks Over Threshold</i>	
	JPFA	HMSP	JPFA	HMSP
RMSE	0,297588	0,202782	0,031089	0,024116

Berdasarkan Tabel 12, dapat diketahui bahwa RMSE dengan metode POT memiliki tingkat akurasi yang lebih baik dibanding dengan metode BM untuk hasil estimasi CVaR kedua perusahaan tersebut. Hal tersebut terjadi disebabkan pada metode POT memiliki nilai RMSE yang lebih kecil dibandingkan dengan metode BM, sehingga dapat disimpulkan bahwa untuk perhitungan nilai CVaR untuk data *return* kedua perusahaan tersebut yang lebih baik yaitu menggunakan metode POT.

3. KESIMPULAN

Berdasarkan perhitungan data periode 3 Januari 2018 sampai dengan 30 Januari 2024, perhitungan CVaR dengan metode BM menunjukkan bahwa investor yang menanam modal di perusahaan HMSP diperkirakan mendapatkan kerugian sebesar 20,0752%. Estimasi kerugian serupa berlaku bagi investor di perusahaan JPFA, yaitu sebesar 29,6537%. Sedangkan dengan metode POT dalam menghitung CVaR menunjukkan bahwa investor yang menanam modal di perusahaan HMSP diperkirakan mendapatkan kerugian sebesar 0,966%. Estimasi kerugian serupa berlaku bagi investor di perusahaan JPFA, yaitu sebesar 1,548%. Nilai-nilai CVaR tersebut lebih besar terhadap nilai VaR untuk masing-masing perusahaan. Hal ini sejalan dengan kelebihan CVaR yaitu dapat menghitung besarnya kerugian yang melebihi nilai VaR seperti yang dikatakan oleh [5]. Terakhir, hasil *backtesting* menunjukkan bahwa kedua metode yaitu POT dan BM valid terhadap data *return* ke dua perusahaan dan nilai RMSE menjelaskan bahwa metode POT memiliki akurasi yang lebih tinggi dibanding dengan metode BM.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Caraka, R.E., Yasin, H., & Prahutama, A., 2015. Pemodelan general regression neural network (grnn) pada data return indeks harga saham euro 50. *Jurnal Gaussian*, Vol. 4, No. 2, 181–192. doi:<https://doi.org/10.14710/j.gauss.4.2>
- [2] Christova, R., Satyahadewi, N., & Rizki, S.W., 2022. Analisis Value at Risk Pada Portofolio Saham Dengan Student T-Copula. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika Dan Terapannya*, Vol. 11, No. 3, 461–468. doi:<http://dx.doi.org/10.26418/bbimst.v11i3.55429>
- [3] Costanzino, N., & Curran, M., 2015. Backtesting general spectral risk measures with application to expected shortfall. *The Journal of Risk Model Validation*, Vol. 9, No. 1, 21–31. doi:10.21314/JRMV.2015.131
- [4] Dharmawan, K., 2012. Estimasi Nilai VaR Dinamis Indeks Saham Menggunakan Peak-Over Threshold dan Block Maxima. *Jurnal Matematika*, Vol. 2, No. 2. doi:<https://doi.org/10.24843/JMAT.2012.v02.i02.p24>.
- [5] Epriyanti, W., Yundari, Y., & Martha, S., 2022. PERHITUNGAN EXPECTED SHORTFALL PADA INVESTASI SAHAM DENGAN PENDEKATAN EKSPANSI CORNISH FISHER. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika Dan Terapannya*, Vol. 11, No. 4, 667–676. doi:<http://dx.doi.org/10.26418/bbimst.v11i4.57772>
- [6] Hartono, I.F., & Sutikno, S., 2021. Analisis Curah Hujan Ekstrem pada Kasus Elevasi Tinggi Air Muka Bendungan Bilibili Sulawesi Selatan dengan Pendekatan Peaks Over Threshold. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, Vol. 9, No. 2, D193–D199. doi:10.12962/j23373520.v9i2.57807
- [7] Hussain, F., Ali, Y., Li, Y., & Haque, M.M., 2024. Revisiting the hybrid approach of anomaly detection and extreme value theory for estimating pedestrian crashes using traffic conflicts obtained from artificial intelligence-based video analytics. *Accident Analysis & Prevention*, Vol. 199, 107517. doi:<https://doi.org/10.1016/j.aap.2024.107517>
- [8] Hu, X., Zhou, J., Yang, Y., Chen, Q., & Zhang, L., 2024. Assessing the collision risk of mixed lane-changing traffic in the urban inter-tunnel weaving section using extreme value theory. *Accident Analysis & Prevention*, Vol. 200, 107558. doi:<https://doi.org/10.1016/j.aap.2024.107558>

- [9] Kalsum, S.U., Gusri, L., & Dirnasari, R., 2021. Analisis Frekuensi Regional Hujan Harian Maksimum Wilayah Sungai Batanghari Menggunakan Metode L-Moment. *Jurnal Civronlit Unbari*, Vol. 6, No. 2, 85–92. doi:http://dx.doi.org/10.33087/civronlit.v6i2.89
- [10] Li, M., Wang, G., Cao, F., Zong, S., & Chai, X., 2023. Determining optimal probability distributions for gridded precipitation data based on L-moments. *Science of The Total Environment*, Vol. 882, 163528. doi:https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2023.163528
- [11] Mida, M., Rizki, S.W., & Perdana, H., 2020. ESTIMASI VALUE AT RISK DALAM INVESTASI PORTOFOLIO SAHAM MENGGUNAKAN METODE PEAK OVER THRESHOLD. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika Dan Terapannya*, Vol. 9, No. 3. doi:http://dx.doi.org/10.26418/bbimst.v9i3.41157
- [12] Najamuddin, F.F., Herdiani, E.T., & Jaya, A.K., 2024. VALUE AT RISK ESTIMATION USING EXTREME VALUE THEORY APPROACH IN INDONESIA STOCK EXCHANGE. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, Vol. 18, No. 2, 695–706. doi:https://doi.org/10.30598/barekengvol18iss2pp0695-0706
- [13] Ondja, T.N., Musdalifah, S., & Lusiyaniti, D., 2021. Pengukuran Conditional Value At Risk (CVAR) Pada Aset Tunggal dengan Metode Simulasi Monte Carlo. *Jurnal Ilmiah Matematika Dan Terapan*, Vol. 18, No. 1, 130–135. doi:https://doi.org/10.22487/2540766X.2021.v18.i1.15524
- [14] Prayoga, I.S., & Ahdika, A., 2021. Pemodelan Kerugian Bencana Banjir Akibat Curah Hujan Ekstrem Menggunakan EVT dan Copula. *Jurnal Aplikasi Statistika & Komputasi Statistik*, Vol. 13, No. 1, 35–46. doi:https://doi.org/10.34123/jurnalasks.v13i1.273
- [15] Putri, G.A.M.A., Hendayanti, N.P.N., & Nurhidayati, M., 2017. Pemodelan Data Deret Waktu Dengan Autoregressive Integrated Moving Average Dan Logistic Smoothing Transition Autoregressive. *Jurnal Varian*, Vol. 1, No. 1, 54–63. doi:https://doi.org/10.30812/varian.v1i1.50
- [16] Rahmayani, D., & Sutikno, S., 2020. Analisis Curah Hujan Ekstrem Non-Stasioner dengan Pendekatan Block Maxima di Surabaya dan Mojokerto. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, Vol. 8, No. 2, D161–D168. doi:10.12962/j23373520.v8i2.44133
- [17] Rinaldi, A., 2016. Sebaran Generalized Extreme Value (GEV) dan Generalized Pareto (GP) untuk Pendugaan Curah Hujan Ekstrem di Wilayah DKI Jakarta. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, Vol. 7, No. 1, 75–84. doi:http://dx.doi.org/10.24042/ajpm.v7i1.137
- [18] Rohmah, S.M., & Suharsono, A., 2017. Estimasi Value at Risk dalam Investasi Saham Subsektor Perbankan di Bursa Efek Indonesia dengan Pendekatan Extreme Value Theory. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, Vol. 6, No. 2, D204–D209. doi:10.12962/j23373520.v6i2.24983
- [19] Sarykalin, S., Serraino, G., & Uryasev, S., 2008. Value-at-risk vs. conditional value-at-risk in risk management and optimization. *State-of-the-Art Decision-Making Tools in the Information-Intensive Age*, Informs, 270–294. doi:https://doi.org/10.1287/educ.1080.0052
- [20] Situmorang, R.E., Maruddani, D.A.I., & Santoso, R., 2019. Formation of stock portfolio using Markowitz method and measurement of Value at Risk based on generalized extreme value (Case study: company's stock The IDX Top Ten Blue 2017, Period 2 January-29 December 2017). *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1217), IOP Publishing. doi:10.1088/1742-6596/1217/1/012084
- [21] Tambunan, D., 2020. Investasi saham di masa pandemi COVID-19. *Jurnal Khatulistiwa Informatika*, Vol. 4, No. 2, 117–123. doi:https://doi.org/10.31294/widyacipta.v4i2.8564

- [22] Umami, A., & Sutikno, S., 2020. Perbandingan Estimasi Return Level Declustering dan Non Declustering pada Data Curah Hujan Ekstrem di Surabaya dan Mojokerto. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, Vol. 8, No. 2, D79–D87. doi:10.12962/j23373520.v8i2.44403
- [23] Unnikrishnan Nair, N., & Vineshkumar, B., 2022. Modelling informetric data using quantile functions. *Journal of Informetrics*, Vol. 16, No. 2, 101266. doi:<https://doi.org/10.1016/j.joi.2022.101266>
- [24] Zayed, M., Hidan, M., Abdalla, M., & Abul-Ez, M., 2020. Fractional order of Legendre-type matrix polynomials. *Advances in Difference Equations*, Vol. 2020, 1–13. doi:<https://doi.org/10.1186/s13662-020-02975-5>
- [25] Zou, Z., & Hu, T., 2024. Adjusted higher-order expected shortfall. *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 115, 1–12. doi:<https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2023.12.006>