

Model Matematika Fermentasi Alkohol dari Buah Anggur

Budi Nurwahyu[†]

Abstrak

Paper ini berusaha untuk memodelkan secara matematika terhadap fermentasi perasan buah anggur menjadi alkohol. Model matematikanya didasarkan pada karakteristik proses fermentasi gula dengan menggunakan ragi *Saccharomyces cerevisiae*. Fermentasi alkohol adalah proses kimia dimana ragi merubah gula (glukosa dan fruktosa) menjadi alkohol. Secara komersil proses tersebut digunakan untuk membuat anggur yang gulanya berasal dari buah anggur segar. Awalnya Ragi (*Saccharomyces cerevisiae*) ditambahkan kedalam perasan buah anggur, kemudian gula akan diserap oleh ragi dan akan diubah menjadi alkohol. Ragi berkembang dan dalam waktu yang bersamaan akan menghasilkan juga gas Carbon Dioksida (CO_2). Untuk memaksimalkan produksi alkohol, maka proses peragian harus dijauhkan dari kontak gas oksigen (O_2) atau dalam kondisi *anaerob*. Pada model ini diperlihatkan juga bahwa dengan habisnya kadar gula dalam perasan buah anggur, maka pertumbuhan ragi semakin mengecil dan akhirnya ragi akan mati. Visualisasi model juga diperlihatkan dengan menggunakan program MAPLE 9.5. Setelah ragi habis selama dalam perasan buah anggur, maka cairan tersebut dinamakan minuman anggur yang beralkohol

Kata kunci: Model Matematika, fermentasi alkohol.

1. Pendahuluan

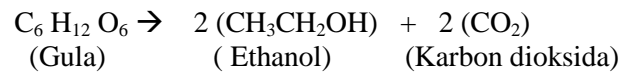
Ragi di dalam jus anggur merubah gula (*glukosa dan fruktosa* - $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$) menjadi alkohol. Proses ini disebut fermentasi/peragian. Proses peragian selain menghasilkan alkohol (ethanol- $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$), juga akan menghasilkan gas Carbon Dioksida(O_2), dimana gas tersebut berbentuk gelembung-gelembung dalam minuman anggur. Apabila semua gula dalam perasan anggur telah diubah menjadi alkohol, maka ragi lambat laun akan mati dan hilang dari minuman anggur sebelum minuman tersebut dikemas dalam botol/dikonsumsi.

Di dalam jus buah anggur termuat ratusan komponen aktif dan komponen kimia. Perasan buah anggur memuat biji anggur, *stalk*, air dan komponen kimia lainnya. Sedangkan komponen aktif yang berhubungan dengan produksi alkohol adalah gula glukosa dan fruktosa, ragi *Saccharomyces cerevisiae*, Ensim Glicolitik, Etanol, dan gas karbon dioksida.

2. Proses Fermentasi Alkohol

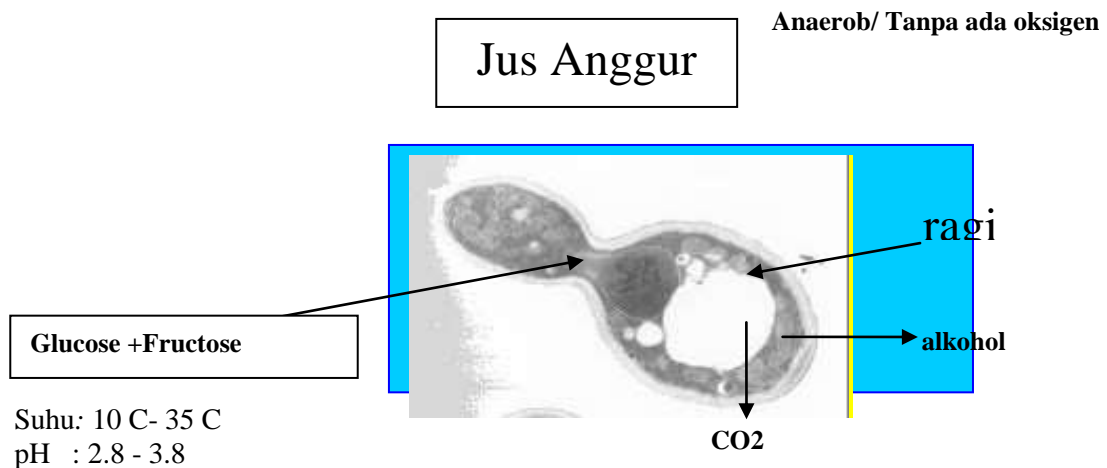
Awalnya perasan buah anggur dan ragi disimpan dalam sebuah kontainer. Proses fermentasi harus dijauhkan dari oksigen, sebab jika tidak, maka ragi tidak akan mampu merubah gula menjadi alkohol. Proses fermentasi alkohol merupakan proses reaksi kimia berikut:

[†] Staf Pengajar pada Jurusan Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin Makassar



Untuk mencegah terjadinya oksidasi, kadang-kadang ditambahkan Sulfat dioksida (SO_2), sebab jika terjadi oksidasi maka produksi alkohol akan berkurang. Perubahan gula menjadi alkohol merupakan proses yang kompleks. Ini terjadi didalam sel-sel ragi dan memproduksi energi untuk tumbuhnya ragi yang bersamaan akan merubah gula menjadi alkohol. Secara rinci rantai perubahan Glukosa menjadi Alkohol dalam proses fermentasi disajikan dalam tabel dan gambar berikut (Sumber : *Boulton R.B. et al. (1996), pp:135–141*).

No	Senyawa	Enzim yang bekerja	Menjadi senyawa
1	Glucose	Hexokinase glucokinase	Glucose 6- Phosphate
2	Glucose 6-Phosphate	Glucose phosphate isomerase	Fructose 6-Phosphate
3	Fructose 6-Phosphate	Phospho fructokinase	Fructose 1,6-bisphosphate
4	Fructose 1,6-bisphosphate	Aldolase	Glyeraldehyde 3- phosphate
5	Glyeraldehyde 3-phosphate	Phosphoglutinate kinase	1,3 Biphosphoric Acid
6	1,3 Biphosphoric Acid	-	3-Phosphoglyceric Acid
7	3-Phosphoglyceric Acid	Phosphoglycerate mutase	2 Phosphoglyceric Acid
8	2-Phosphoglyceric Acid	Enolase	Phosphoenolpyruvic Acid
9	Phosphoenolpyruvic Acid	Pyruvate Kinase	Pyruvic Acid
10	Pyruvic Acid	-	Acetaldehyde
11	Acetaldehyde	Alcohol dehydrogenase	Ethanol



Gambar 1. Skema Fermentasi Alkohol

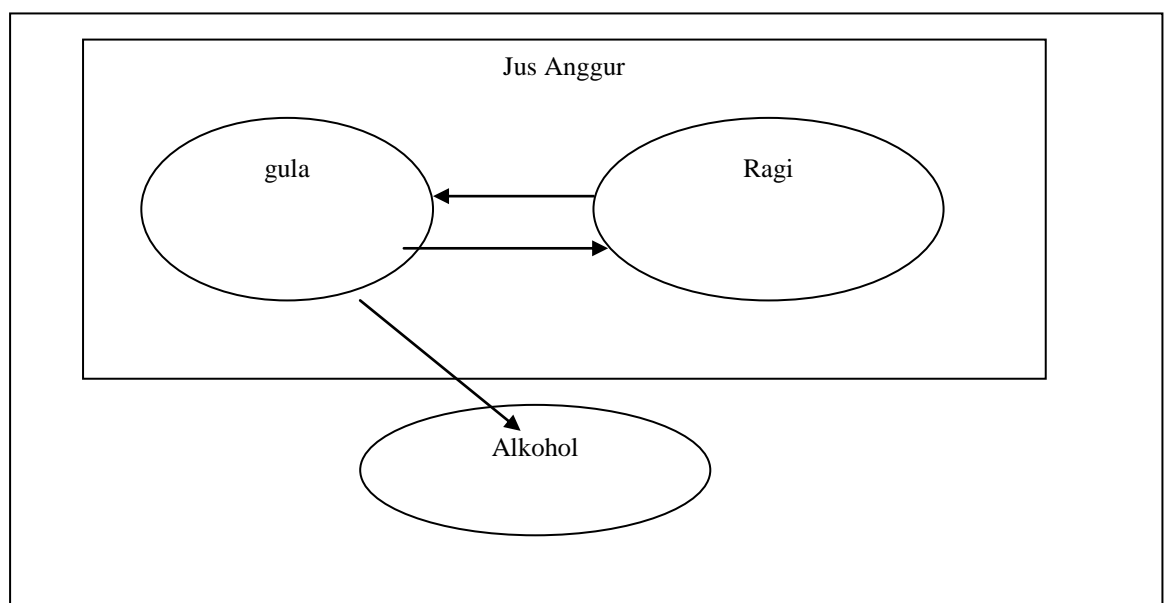
2. Model Matematika

Paper ini berusaha untuk memodelkan fermentasi alkohol dari perasan buah anggur dengan asumsi sebagai berikut:

1. Perkembangan kadar gula pada setiap saat tergantung pada pertumbuhan ragi dan banyaknya gula (glukosa) yang dikonsumsi oleh satu sel ragi, semakin meningkat pertumbuhan ragi maka semakin turun kadar gula.
2. Di dalam gula dianggap masih terdapat gula lain dengan kadar yang konstan yaitu K gram/L, misalkan gula fruktosa.
3. Hasil senyawa lain selain Etanol pada saat t yang mendukung pertumbuhan ragi dianggap konstan yaitu M gram/L.
4. Perkembangan pertumbuhan ragi tergantung pada jumlah sel ragi, besarnya kadar gula, dan kadar etanol.
5. Perkembangan kadar alkohol tergantung pada kadar gula, massa alkohol dan massa gula.
6. r adalah banyaknya gula yang dibutuhkan untuk perkembangan biakan 1 sel ragi untuk setiap waktu t .
7. m adalah banyaknya gula yang dikonsumsi untuk setiap satu sel ragi.
8. p adalah peluang satu sel ragi dapat hidup dalam larutan gula dan alkohol.
9. K adalah banyaknya kadar gula selain glukosa dalam perasan buah anggur.
10. M adalah senyawa/enzim yang dihasilkan dalam proses fermentasi yang mendukung perkembangan sel-sel ragi.
11. M_A adalah massa atom Alkohol dan M_G adalah massa atom gula glukosa.

Pembuatan Model

A. Diagram Kompartemen:



B. Konstruksi Model

1. Perkembangan biakan 1 sel ragi membutuhkan gula sebanyak r gram dan setiap sel ragi dalam hidupnya membutuhkan gula sebanyak m gram, maka penurunan banyaknya kadar gula dalam jus buah anggur pada saat t adalah sebesar:

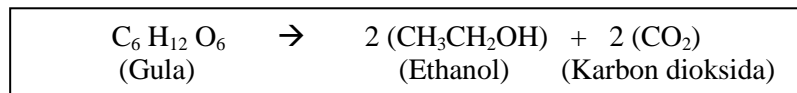
$$\frac{d}{dt} S(t) = -r \frac{d}{dt} X(t) - m X(t)$$

dimana $\frac{d}{dt} X(t)$ adalah laju perkembangan semua sel ragi pada saat t .

2. Peluang Setiap satu sel ragi berada dalam gula glukosa adalah $\frac{S(t)}{S(t) + K}$, dimana K adalah gula selain glukosa dan peluang satu sel ragi berada dalam senyawa selain etanol atau enzim yang akan merubah gula adalah $\frac{M}{M + E(t)}$, sehingga jika M mengecil maka gula akan lama habis, sedangkan laju pertumbuhan satu sel ragi adalah p , berarti laju perkembangan sel-sel ragi pada saat t adalah:

$$\frac{d}{dt} X(t) = p \frac{MS(t)}{(S(t) + K)(M + E(t))} X(t)$$

3. Dalam reaksi kimia perubahan gula menjadi alkohol adalah sebagai berikut:



Berarti 1 mol Gula akan terpecah menjadi 2 mol Etanol, maka jika M_A adalah massa alkohol dan M_G masa gula, maka besarnya perkembangan Etanol pada saat t adalah:

$$\frac{d}{dt} E(t) = -\frac{2M_A}{M_G} \frac{dS(t)}{dt}$$

Dengan demikian model yang diperoleh adalah:

$$\frac{d}{dt} S(t) = -r \frac{d}{dt} X(t) - m X(t) \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} X(t) = p \frac{MS(t)}{(S(t) + K)(M + E(t))} X(t) \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} E(t) = -\frac{2M_A}{M_G} \frac{d}{dt} S(t) \quad (3)$$

$S(t)$ adalah konsentrasi gula dalam perasan buah anggur (gram/L) pada saat t , $X(t)$ adalah konsentrasi Ragi pada saat t , $E(t)$ adalah konsentrasi alkohol pada saat t . Dari sistem persamaan tersebut diperoleh persamaan bidang phase untuk S dan X sebagai berikut:

$$\frac{dS(t)}{dX(t)} = -r - \frac{m(S(t) + K)}{pS(t)} \left(1 + \frac{E(t)}{M}\right) \quad (4)$$

Sedangkan dari persamaan (3) dapat diperoleh

$$E(t) = -a(S(t) - S(0)) = -a\Delta S \quad (5)$$

dengan

$$a = \frac{2M_A}{M_G}$$

Dengan memasukkan persamaan (5) ke persamaan (4), maka persamaan (4) dapat ditulis menjadi

$$-\frac{dS(t)}{dX(t)} = r + \frac{m(S(t) + K)}{pS(t)} \left(1 - \frac{a}{M}(S(t) - S(0))\right) \quad (6)$$

sehingga persamaan 6) dapat dimanipulasi menjadi:

$$-\frac{dS(t)}{dX(t)} = \frac{1}{B} \left[1 + \frac{Q}{S(t)} \left(1 + \frac{a}{M} S(0) \right) - \frac{m}{p} B \frac{a}{M} S(t) \right] \quad (7)$$

$$\text{dengan } B = \frac{p}{r(p + mL(1 + \frac{a}{M}(S(0) - K)))} \text{ dan } Q = \frac{mK}{p} B.$$

Dari persamaan (7) dapat diperoleh:

$$\frac{d}{B} X(t) = - \frac{S(t)dS(t)}{Q(1 + \frac{a}{M} S(0)) + S(t) - \frac{aB}{KM} S(t)^2} \quad (8)$$

$$= \frac{S(0)}{c(S_2 - S_1)} \left(\frac{S_1}{S - S_1} - \frac{S_2}{S - S_2} \right) dS(t) \quad (9)$$

dengan $c = \frac{aQS(0)}{KM}$ serta S_1 dan S_2 adalah akar dari persamaan kwadrat:

$$(Q + cK) + S(t) - \frac{c}{S(0)} S(t)^2 = 0$$

Karena $S_2 - S_1 = S(0)/c$, maka persamaan (9) menjadi

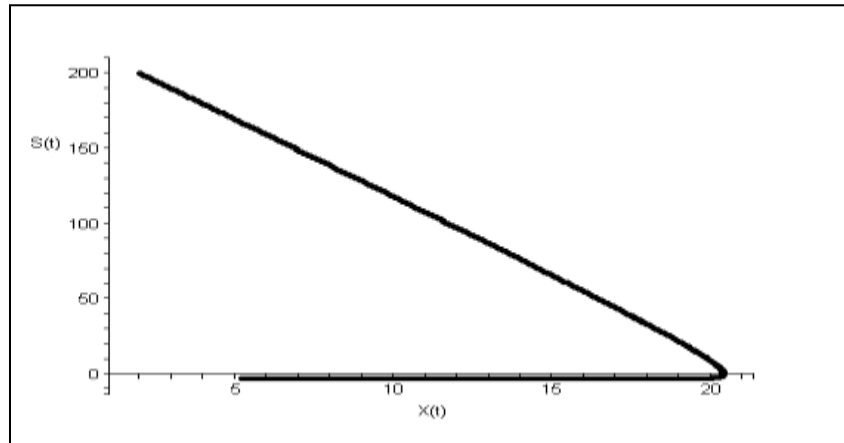
$$\frac{d}{B} X(t) = \left(\frac{S_1}{S - S_1} - \frac{S_2}{S - S_2} \right) dS(t) \quad (10)$$

Maka dengan dengan mengintegrasikan persamaan (10) diperoleh:

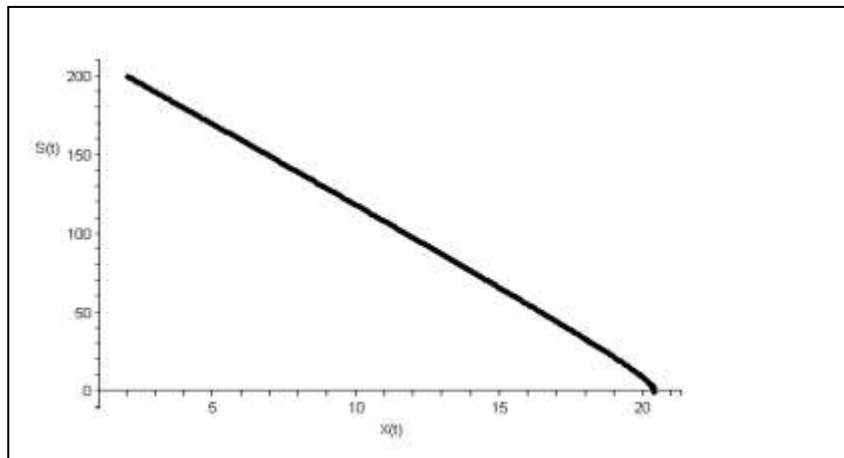
$$\begin{aligned} X(t) - X(0) &= B \left(S_1 \ln \frac{S(t) - S_1}{S(0) - S_1} - S_2 \ln \frac{S(t) - S_2}{S(0) - S_2} \right) \\ &= B \left(\ln \left[\frac{(S(t) - S_1)^{S_1} (S(0) - S_2)^{S_2}}{(S(t) - S_2)^{S_2} (S(0) - S_1)^{S_1}} \right] \right) \end{aligned}$$

sehingga persamaan bidang phase $X(t)$ dan $S(t)$ diperoleh sebagai berikut:

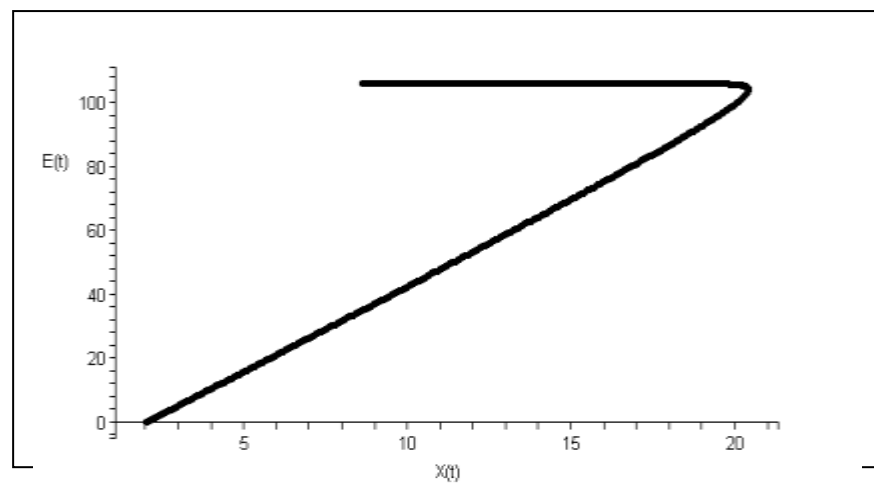
$$X(t) = X(0) + B \left(\ln \left[\frac{(S(t) - S_1)^{S_1} (S(0) - S_2)^{S_2}}{(S(t) - S_2)^{S_2} (S(0) - S_1)^{S_1}} \right] \right)$$



Gambar 2. Grafik Bidang fase antara konsentrasi gula ($S(t)$) dan banyaknya sel ragi ($X(t)$), dengan $X(0) = 2$ gram/L, $S(0) = 200$ gram/L untuk waktu t maksimum 1000 jam.

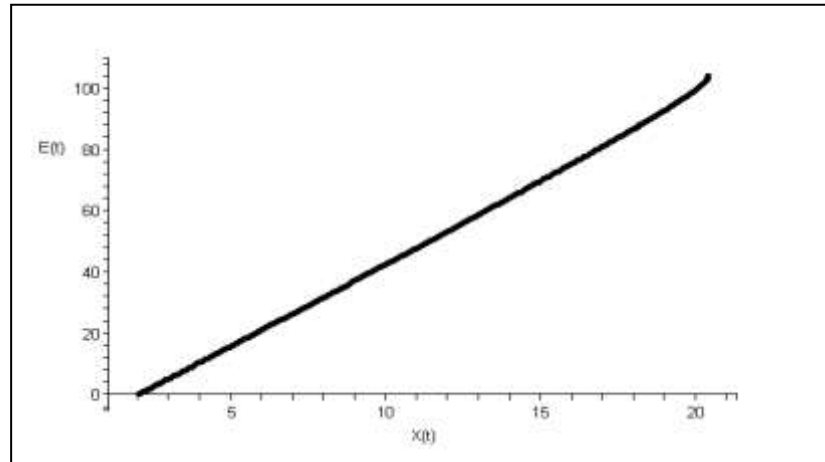


Gambar 3. Grafik Bidang fase antara konsentrasi gula ($S(t)$) dan banyaknya sel ragi ($X(t)$), dengan $X(0) = 2$ gram/L, $S(0) = 200$ gram/L untuk waktu t maksimum 120 jam.

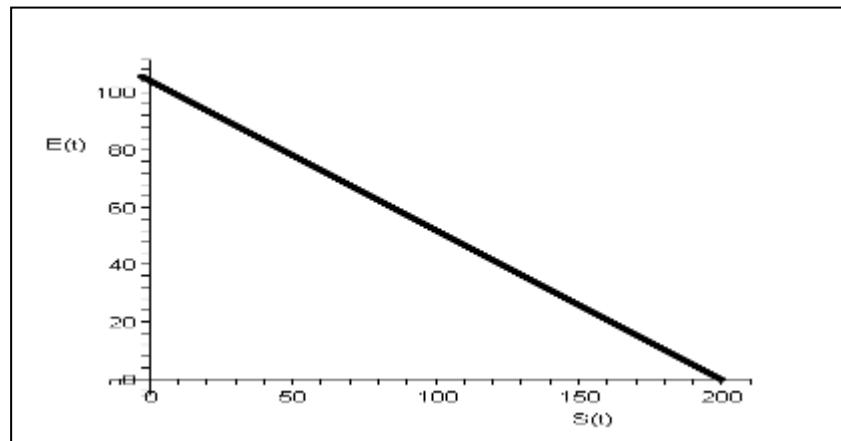


Gambar 4.

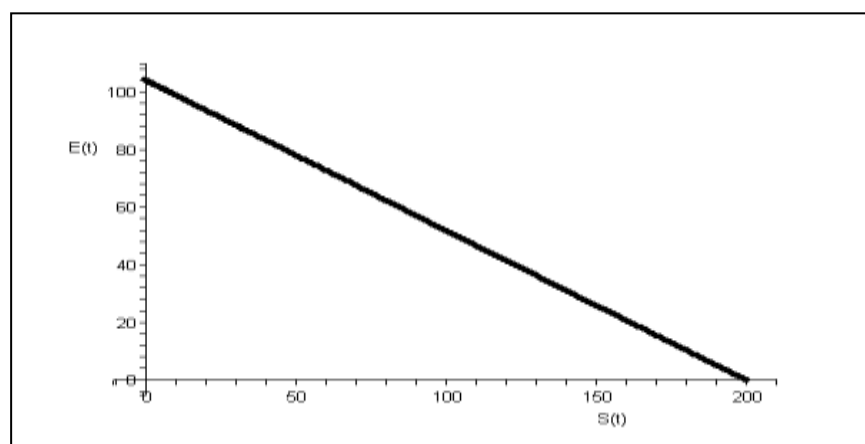
untuk waktu t maksimum 1000 jam.



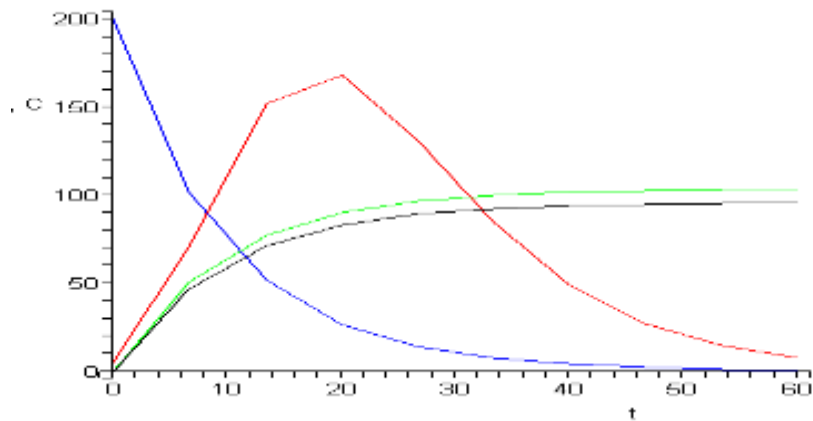
Gambar 5. Kurva bidang phase terhadap Ragi ($X(t)$) dan Kadar alkohol ($E(t)$) untuk waktu t maksimum 120 jam dan untuk $X(0) = 2$ gram/L, $S(0) = 200$ gram/L.



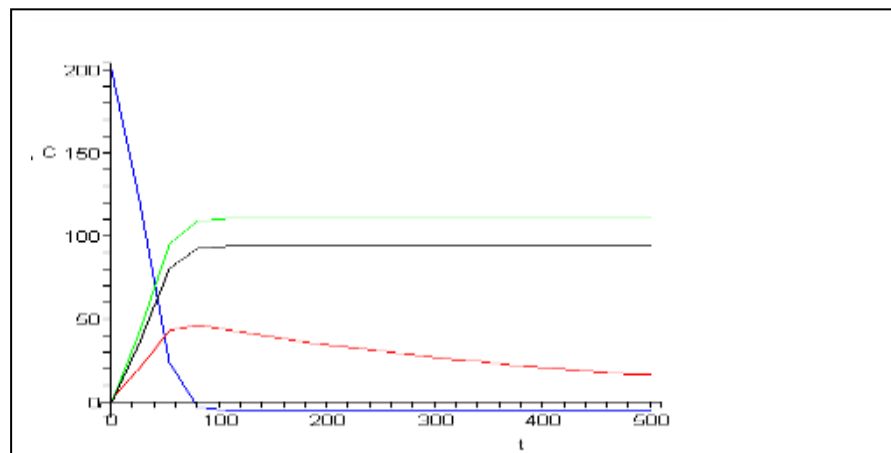
Gambar 6. Kurva bidang phase terhadap Gula ($S(t)$) dan Kadar alkohol ($E(t)$) untuk waktu t maksimum 1000 jam dan untuk $S(0) = 200$ gram/L, $E(0) = 0$ gram/L.



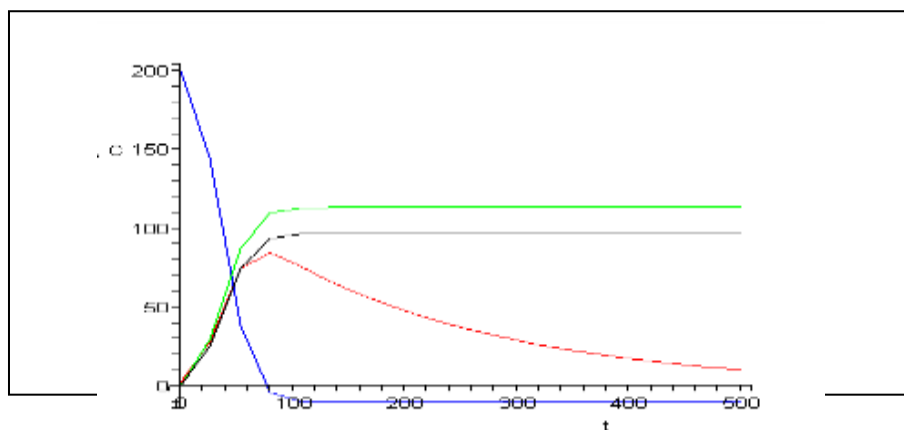
Gambar 7. Kurva bidang phase terhadap Gula ($S(t)$) dan Kadar alkohol ($E(t)$) untuk waktu t maksimum 120 jam dan untuk $S(0) = 200$ gram/L, $E(0) = 0$ gram/L.



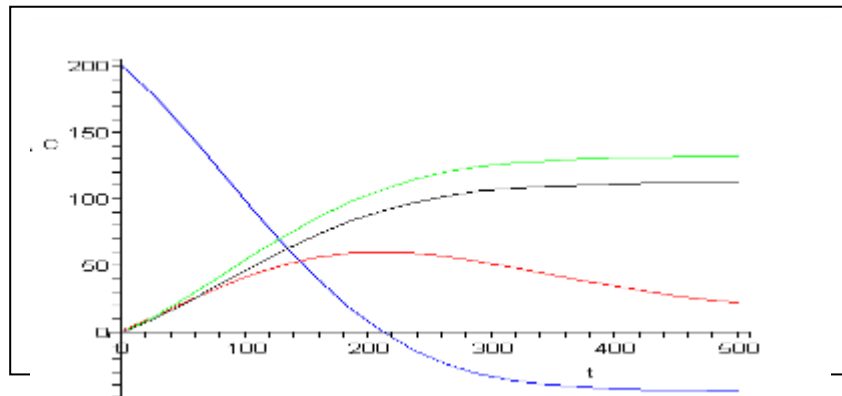
Gambar 8. Grafik solusi model matematika terhadap perkembangan kadar gula (biru), ragi (merah), alkohol (hijau) dan Karbon dioksida (hitam), dengan kadar gula cepat berkurang.



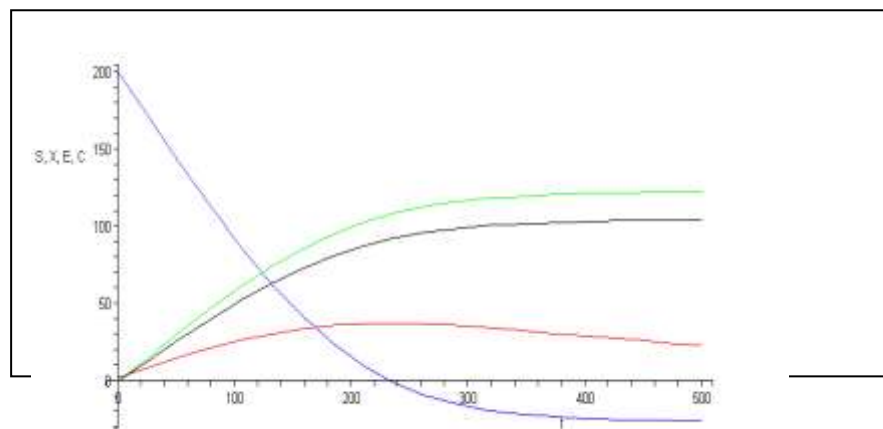
Gambar 9. Gula (garis biru), Alkohol (garis hijau), CO_2 (garis hitam) , Ragi (garis merah) untuk nilai $r = 4$, $p = 0.2$, $K = 112$, $M = 5$.



Gambar 10. Gula (garis biru), Alkohol (garis hijau), CO₂ (garis hitam) , Ragi (garis merah) untuk $r = 4$, $p = 0.2$, $K = 112$, $M = 40$.



Gambar 11. (garis merah) untuk $r = 2$, $p = 0.2$, $K = 112$, $M = 40$.



Gambar 12. gi (garis merah) untuk $r = 2$, $p = 0.2$, $K = 112$, $M = 5$.

3. Kesimpulan

1. Pada model di atas tampak bahwa jika laju kebutuhan gula yang dibutuhkan untuk perkembangan biakan 1 sel ragi (r) mengecil, maka pertumbuhan ragi akan pernah mengalami pertumbuhan yang pesat kemudian akan mati pelan-pelan. Tapi jika laju kebutuhan gula yang dibutuhkan untuk perkembangan biakan 1 sel ragi (r) diperbesar, maka pertumbuhan ragi sangat lambat, dan kadar alkohol akan lebih rendah. Namun kadar gula akan habis dalam waktu yang hampir bersamaan (Gambar 8, 9, 10 dan 11).
2. Pada model di atas tampak juga bahwa jika kandungan enzim (M) meningkat, maka tampak dalam waktu pendek kadar Alkohol sudah mencapai maksimum. Pada Gambar 8 dan Gambar 11, tampak kadar alkohol lambat mencapai maksimum.

Sedangkan pada Gambar 9 dan Gambar 10, kadar alkohol cepat mencapai maksimum

Daftar Pustaka

- [1] Boulton, R.B. , Singelton, V.L., Bison, L.F., & Kunkee, R.E., 1996, "*Principles and Practice of Winemaking*". Chapman and Hall Enology Library, New York.
- [2] Bouville, M., 2001, "*Mathematical Model Fermentation of Alcohol*".
- [3] Brown, G., 1984, "*Lecturing and Explaining*". Methuen, London.
- [4] Webb, A.D., 1974, "Chemistry of winemaking", *Advances in Chemistry Series 137*, American Chemical Society, Washington DC.