

Comparison of BDCL and Bootstrapping Bornhuetter Ferguson Methods in Claim Reserve Estimation (Case Study at Actuarial Consulting Firm X)

Perbandingan Metode BDCL dan Bootstrapping Bornhuetter Ferguson dalam Estimasi Cadangan Klaim (Studi Kasus pada Kantor Konsultan Aktuaria X)

Siska Maulidiah¹, Aimmatul Ummah Alfajriyah^{2*}, Imam Safawi Ahmad³.

^{1,2,3}Departemen Aktuaria, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Email: siskamaulidiah013@gmail.com¹⁾, aimmatulummahff@its.ac.id²⁾

**Corresponding author*

Received: 3 February 2025, revised: 21 March 2025, accepted: 24 March 2025

Abstract

Risk is an inherent uncertainty in human life. In the insurance industry, this requires companies to prepare claim reserves to cover potential future losses. Claim reserve estimation is generally carried out using a deterministic approach, but this method does not explicitly account for uncertainty. Therefore, this study applies development methods such as the semi-stochastic Bornhuetter-Double Chain Ladder (BDCL) method and the stochastic Bootstrapping Bornhuetter Ferguson method. The Bornhuetter Ferguson method is widely used due to its reliability, but the combination with bootstrapping techniques remains limited in the literature. Therefore, this study aims to compare the Bootstrapping Bornhuetter Ferguson method with the more commonly used BDCL method. The BDCL method allows separate calculation of IBNR and RBNS claim reserves, while Bootstrapping Bornhuetter Ferguson integrates bootstrapping techniques to improve reserve estimation accuracy. This study also adds reserve accuracy calculations using Mean Absolute Percentage Error (MAPE) and Mean Absolute Error (MAE). The data used consists of motor vehicle claim data with a quarterly observation period from 2017 to 2021. The results show that the MAPE value of the BDCL method is 12.62%, while the Bootstrapping Bornhuetter Ferguson method produces a MAPE of 8.10%. This indicates that the Bootstrapping Bornhuetter Ferguson method outperforms the BDCL method in calculating claim reserve estimates.

Keywords: Bootstrapping Bornhuetter Ferguson, Bornhuetter-Double Chain Ladder, Claim Reserves, MAPE.

Abstrak

Risiko merupakan ketidakpastian yang melekat pada kehidupan manusia. Dalam industri asuransi, hal ini menuntut perusahaan mempersiapkan cadangan klaim guna menutup potensi kerugian di



masa depan. Estimasi cadangan klaim umumnya dilakukan dengan pendekatan deterministik, namun metode ini tidak mempertimbangkan ketidakpastian secara eksplisit. Oleh karena itu, penelitian ini menerapkan metode pengembangan berupa metode semi-stokastik Bornhuetter-Double Chain Ladder (BDCL) dan metode stokastik Bootstrapping Bornhuetter Ferguson. Metode Bornhuetter Ferguson sering digunakan karena keandalannya, namun kombinasi dengan teknik bootstrapping masih terbatas dalam literatur. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan membandingkan metode Bootstrapping Bornhuetter Ferguson dengan metode BDCL yang lebih umum digunakan. Metode BDCL memungkinkan perhitungan cadangan klaim IBNR dan RBNS secara terpisah, sementara Bootstrapping Bornhuetter Ferguson mengintegrasikan teknik bootstrap untuk meningkatkan akurasi estimasi cadangan. Penelitian ini juga menambahkan perhitungan akurasi cadangan menggunakan Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Data yang digunakan adalah data klaim kendaraan bermotor dengan periode observasi triwulanan dari tahun 2017 hingga 2021. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai MAPE dari metode BDCL adalah 12,62%, sedangkan metode Bootstrapping Bornhuetter Ferguson menghasilkan MAPE sebesar 8,10%. Hal ini menunjukkan bahwa metode Bootstrapping Bornhuetter Ferguson lebih unggul dalam menghitung estimasi cadangan klaim.

Kata kunci: Cadangan Klaim, Bootstrapping Bornhuetter Ferguson, Bornhuetter-Double Chain Ladder, MAPE.

1. PENDAHULUAN

Risiko merupakan suatu ketidakpastian yang tidak bisa lepas dari kehidupan manusia. Asuransi menjadi salah satu bentuk antisipasi yang dapat dilakukan dalam menghadapi risiko. Ketidakpastian yang terjadi menyebabkan perusahaan asuransi harus mempersiapkan dana yang cukup untuk menutupi pengeluaran klaim di masa depan. Berdasarkan peraturan Menteri Keuangan Nomor 53/PMK.010/2012 tentang Keuangan Perusahaan Asuransi dan Perusahaan Reasuransi, suatu perusahaan asuransi wajib menargetkan tingkat solvabilitas salah satunya melalui cadangan klaim. Cadangan klaim merupakan jumlah dana yang wajib dipersiapkan oleh perusahaan asuransi guna memastikan pembayaran klaim yang telah diajukan tetapi belum terselesaikan dapat dipenuhi [19]. Proses penundaan penyelesaian klaim disebabkan oleh adanya selisih antara waktu kejadian klaim hingga pelaporan klaim. Klaim yang tertunda dan belum terselesaikan adalah klaim yang telah diajukan oleh pemegang polis tetapi belum diproses sepenuhnya oleh perusahaan asuransi disebut dengan *outstanding claims*. Terdapat dua jenis *outstanding claims* yaitu *Incurred but Not Reported* (IBNR) dan *Reported but Not Settled* (RBNS) [12]. IBNR merujuk pada klaim yang terjadi namun belum dilaporkan pemegang polis kepada perusahaan asuransi sedangkan RBNS adalah klaim yang telah dilaporkan oleh pemegang polis kepada perusahaan asuransi tetapi belum terselesaikan pembayarannya. Estimasi klaim memiliki peranan besar bagi perusahaan asuransi untuk dapat menyediakan dana cadangan yang cukup. Apabila estimasi yang dilakukan kurang tepat, maka akan berdampak buruk bagi perusahaan asuransi.

Estimasi cadangan klaim dapat dilakukan dengan beberapa cara, misalnya adalah dengan pendekatan machine learning [2,3,4,5]. Namun, metode ini membutuhkan sumber daya komputasi yang tinggi karena kompleksitas modelnya [3]. Selain itu, estimasi cadangan klaim dilakukan dengan menggunakan dua pendekatan, yaitu secara deterministik dan stokastik. Metode Chain Ladder dan Bornhuetter Ferguson merupakan metode dengan pendekatan deterministik. Metode Frequentist dan Bayesian merupakan contoh pendekatan stokastik [20]. Pendekatan deterministik lebih banyak diterapkan karena lebih sederhana, namun memiliki kekurangan. Metode deterministik tidak dapat mengestimasi cadangan klaim IBNR dan RBNS secara terpisah [7,17]. Estimasi cadangan klaim IBNR dan RBNS secara terpisah dilakukan dengan metode Double Chain Ladder [17]. Namun, hasil estimasi dengan metode tersebut tidak jauh berbeda dengan Classical Chain Ladder (CCL). Penelitian selanjutnya, mendapatkan bahwa metode yang mampu mengestimasi

cadangan klaim IBNR dan RBNS secara terpisah yaitu metode Bornhuetter-Double Chain Ladder (BDCL). Metode BDCL merupakan bentuk modifikasi dari metode Chain Ladder dan metode Bornhuetter Ferguson. Hasil penelitian lain menunjukkan bahwa metode Bornhuetter Ferguson lebih baik digunakan dalam mengestimasi cadangan klaim dibandingkan metode Chain Ladder [1]. Di sisi lain, metode *bootstrap* memiliki kelebihan karena dapat dilakukan iterasi berulang kali sampai mendapatkan error yang paling kecil [11]. Penelitian lain menerapkan pendekatan *bootstrap* dalam metode Bornhuetter Ferguson dalam estimasi cadangan klaim. Berdasarkan penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa penerapan pendekatan *bootstrap* untuk prediksi cadangan klaim memberikan hasil yang baik dan dapat diterapkan [8]. Metode Bornhuetter Ferguson banyak digunakan karena keandalannya, namun kombinasi dengan teknik bootstrapping masih jarang ditemukan dalam literatur Selanjutnya, ditemukan pula bahwa metode BDCL dapat menghasilkan estimasi cadangan klaim yang lebih stabil dan akurat dengan mempertimbangan inflasi [15]. Selain itu, hasil estimasi cadangan klaim dengan metode BDCL lebih kecil dari metode Chain Ladder [15]. Metode Bornhuetter-Ferguson Chain Ladder (BDCL) masih banyak digunakan dalam praktik aktuarial karena keandalannya dalam memperkirakan cadangan klaim [15].

Berdasarkan uraian permasalahan diatas, Penelitian ini membahas perbandingan antara metode Bornhuetter-Double Chain Ladder (BDCL) dan metode Bootstrapping Bornhuetter Ferguson dalam estimasi cadangan klaim asuransi. Metode BDCL menggabungkan pendekatan Bornhuetter-Ferguson dengan model Double Chain Ladder untuk memperhitungkan keterlambatan pelaporan klaim dan perubahan pola reserving secara lebih akurat. Sementara itu, metode Bootstrapping Bornhuetter Ferguson menggunakan teknik resampling untuk mengukur ketidakpastian dalam estimasi cadangan. Studi ini bertujuan untuk mengevaluasi keakuratan dan stabilitas kedua metode berdasarkan data historis klaim. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder berupa data klaim periode 2017-2021 untuk lini usaha kendaraan bermotor dari Kantor Konsultan Aktuaria X. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan wawasan mengenai pengembangan metode sederhana dalam estimasi cadangan klaim.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Run-Off Triangle

Run-off triangle data merupakan segitiga yang memuat gambaran *aggregate* klaim dan dapat diartikan sebagai data yang berisi ringkasan dari klaim-klaim [2]. *Run-off triangle data* biasanya berisi data besarnya klaim ataupun data banyaknya klaim. *Run-off triangle data* bisa disajikan dalam bentuk kumulatif maupun inkremental. Data yang berbentuk inkremental mengukur penambahan klaim baru yang terjadi dalam setiap periode waktu tertentu. Data yang berbentuk kumulatif mencakup total klaim yang terjadi hingga waktu tertentu. Berikut ini merupakan ilustrasi *run-off triangle data* [5].

Berdasarkan Tabel 2.1, variabel $D_{i,j}$ menyatakan besarnya klaim yang terjadi pada periode kejadian i dan dibayarkan pada periode pengembangan j dalam bentuk inkremental dimana $1 \leq j \leq n$ dan $1 \leq i \leq n$. Periode pengembangan merupakan waktu pembayaran yang dilakukan perusahaan asuransi pada klaim yang telah terjadi. Data klaim segitiga bawah (warna biru) merupakan data klaim yang belum terselesaikan pembayarannya. Segitiga bawah tersebut biasa disebut dengan *future triangle*. *Run-off triangle* bentuk kumulatif dapat diperoleh berdasarkan data inkrementalnya.

Tabel 2.1. *Run-off Triangle Data Bentuk Inkremental*

Periode Kejadian	Periode Pengembangan						
	1	2	...	j	...	$n-1$	n
1	$D_{1,1}$	$D_{1,2}$	...	$D_{1,j}$	...	$D_{1,n-1}$	$D_{1,n}$
2	$D_{2,1}$	$D_{2,2}$	...	$D_{2,j}$	...	$D_{2,n-1}$	$D_{2,n}$

$\vdots$	...	...	...	...	...	...	...
i	$D_{i,1}$	$D_{i,2}$	...	$D_{i,j}$	...	$D_{i,n-1}$	$D_{i,n}$
$\vdots$	...	...	...	...	...	...	...
$n-1$	$D_{n-1,1}$	$D_{n-1,2}$	...	$D_{n-1,j}$	...	$D_{n-1,n-1}$	$D_{n-1,n}$
n	$D_{n,1}$	$D_{n,2}$	...	$D_{n,j}$	...	$D_{n,n-1}$	$D_{n,n}$

Hubungan antara data kumulatif ($C_{i,j}$) dengan inkremental ($D_{i,j}$) adalah

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^j D_{i,k} ; \text{ dengan } 1 \leq j \leq n \text{ dan } 1 \leq i \leq n. \quad (2.1)$$

Berdasarkan Tabel 2.1 diketahui bahwa $C_{i,j}$ didefinisikan sebagai besar klaim kumulatif untuk klaim-klaim yang terjadi pada periode i dan dibayarkan sampai periode pengembangan j . Untuk data klaim segitiga bawah yang berwarna abu-abu merupakan data besar klaim kumulatif yang belum terselesaikan. Sama seperti pada tabel *run-off triangle data* inkremental, segitiga bawah tersebut biasa disebut dengan *future triangle*.

Tabel 2.2. *Run-off Triangle Data Kumulatif*

Periode Kejadian	Periode Pengembangan						
	1	2	...	j	...	$n-1$	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,j}$	...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,j}$	...	$C_{2,n-1}$	$C_{2,n}$
$\vdots$	...	...	...	...	...	...	...
i	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$	...	$C_{i,j}$	...	$C_{i,n-1}$	$C_{i,n}$
$\vdots$	...	...	...	...	...	...	...
$n-1$	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$	...	$C_{n-1,j}$	...	$C_{n-1,n-1}$	$C_{n-1,n}$
n	$C_{n,1}$	$C_{n,2}$	...	$C_{n,j}$	...	$C_{n,n-1}$	$C_{n,n}$

2.2 Chain-Ladder

Metode *Chain Ladder* adalah salah satu metode deterministik yang umumnya digunakan untuk mencari nilai cadangan klaim, namun karena kesederhanaannya mengakibatkan metode ini tidak dapat menggambarkan variasi klaim yang dihasilkan. Langkah awal yang dilakukan dalam mengestimasi cadangan klaim dengan metode *Chain Ladder* adalah membentuk data *run-off triangle* kumulatif. Perhitungan total besar klaim diawali dengan perhitungan faktor pengembangan kerugian [6]. Metode yang digunakan dalam perhitungan faktor pengembangan tersebut adalah metode *weighted average*

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}}, \text{ untuk } 1 \leq j \leq n-1. \quad (2.2)$$

Persamaan faktor pengembangan digunakan untuk mengestimasi total pembayaran klaim kumulatif sampai periode ke- j dengan rumus berikut

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,n-i+1} \prod_{l=n-i}^{j-1} \hat{\lambda}_l, \text{ untuk } 2 \leq i \leq n, 2 \leq j \leq n, \text{ dan } i+j \geq n+1, \quad (2.3)$$

dengan $\hat{C}_{i,j}$ merupakan estimasi total pembayaran klaim kumulatif yang terjadi pada periode kejadian i . Estimasi cadangan klaim dengan metode *Chain Ladder* dapat dihitung dengan rumus berikut

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1}, \text{ dengan } 2 \leq i \leq n. \quad (2.4)$$

Metode *Double Chain Ladder* diterapkan pada data *paid claims* dan data *number of claims* untuk mengestimasi parameternya yaitu α dan β . Parameter α_i merupakan *ultimate aggregate*, jumlah total yang diperkirakan akan dibutuhkan untuk menutupi semua klaim yang timbul dari suatu kejadian pada periode ke- i . Berikut ini rumus untuk mengestimasi parameter α_i

$$\hat{\alpha}_i = \sum_{j=1}^{n-i+1} N_{i,j} \prod_{j=n-i+1}^{n-1} \hat{\lambda}_j^{N_n}, \quad (2.5)$$

$$\hat{\alpha}_i = \sum_{j=1}^{n-i+1} V_{i,j} \prod_{l=j}^{n-1} \hat{\lambda}_l^{\Delta_n}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Parameter $\hat{\alpha}_i$ diestimasi dengan menggunakan *aggregated number of claims* ($\aleph_n$) dan $\hat{\alpha}_i$ diestimasi dengan menggunakan *aggregated paid claims* (Δ_n). *Paid claims* adalah data pembayaran klaim-klaim yang telah terjadi, sedangkan *number of claims* adalah banyaknya klaim yang terjadi. Parameter β_j yang merupakan peluang *ultimate* terjadinya klaim di masa depan digunakan sebagai bentuk konversi dari estimasi faktor pengembangan, ditunjukkan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1 &= \frac{1}{\prod_{l=j}^{n-1} \hat{\lambda}_l^{\aleph_n}} \text{ dan } \hat{\beta}_j = \frac{\hat{\lambda}_{j-1}^{\aleph_n} - 1}{\prod_{l=j-1}^{n-1} \hat{\lambda}_l^{\aleph_n}}, \\ \hat{\beta}_1 &= \frac{1}{\prod_{l=j}^{n-1} \hat{\lambda}_l^{\Delta_n}} \text{ dan } \hat{\beta}_j = \frac{\hat{\lambda}_{j-1}^{\Delta_n} - 1}{\prod_{l=j-1}^{n-1} \hat{\lambda}_l^{\Delta_n}}, \quad 2 \leq j \leq n. \end{aligned} \quad (2.6)$$

(6)

Selanjutnya, parameter α dan β juga diperlukan untuk menghitung $\hat{\pi}_j$ untuk mengestimasi parameter peluang penundaan klaim (p_j). Parameter $\hat{\pi}_j$ dapat diperoleh dari matriks di bawah ini

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \hat{\beta}_2 & \hat{\beta}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\beta}_n & \cdots & \hat{\beta}_2 & \hat{\beta}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\pi}_1 \\ \hat{\pi}_2 \\ \vdots \\ \hat{\pi}_n \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

dimana

$$\begin{pmatrix} \hat{\pi}_1 \\ \hat{\pi}_2 \\ \vdots \\ \hat{\pi}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \hat{\beta}_2 & \hat{\beta}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\beta}_n & \cdots & \hat{\beta}_2 & \hat{\beta}_1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_n \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Tahap selanjutnya, dilakukan estimasi peluang penundaan klaim yang telah disesuaikan ($\hat{p}_j$). Sebelum mengestimasi tersebut, perlu dilakukan penyesuaian terlebih dulu dengan rumus berikut

$$\hat{p}_i = \hat{\pi}_i, \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n, \quad \hat{p}_n = 1 - \sum_{l=1}^{n-1} \hat{\pi}_l.$$

Nilai estimasi peluang penundaan klaim yang telah disesuaikan dapat dirumuskan dengan

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \\ \vdots \\ \hat{p}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\pi}_1 \\ \hat{\pi}_2 \\ \vdots \\ 1 - \sum_{l=1}^{n-1} \hat{\pi}_l \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Selanjutnya adalah menghitung nilai estimasi parameter inflasi $\hat{\gamma}_i$ dan parameter faktor rata-rata pembayaran klaim ($\hat{\mu}$). Rumusnya adalah sebagai berikut

$$\hat{\gamma}_i = \frac{\hat{\alpha}_i}{\hat{\alpha}_i \hat{\mu}}, \text{ dengan } 1 \leq i \leq n.$$

Berdasarkan rumus tersebut, dapat dilakukan normalisasi dengan ditetapkan nilai $\hat{\gamma}_1 = 1$ untuk mendapatkan nilai estimasi pembayaran klaim, sehingga nilai estimasi rata-rata pembayaran klaim adalah sebagai berikut (Dolores dkk, 2011).

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{\alpha}_1}{\hat{\alpha}_1}.$$

Total cadangan klaim untuk periode kejadian i dengan menggunakan metode *Double Chain Ladder* adalah

$$\hat{R}_i^{DCL} = \hat{R}_i^{IBNR} + \hat{R}_i^{RBNS}, \text{ dengan } 2 \leq i \leq n. \quad (2.10)$$

2.3 Bornhuetter-Double Chain Ladder

Metode BDCL dikembangkan oleh Bornhuetter dan Ferguson pada 1972 sebagai modifikasi dari metode Chain Ladder dan Bornhuetter-Ferguson untuk mengatasi kekurangan dalam memperhitungkan variasi atau ketidakpastian. BDCL memungkinkan estimasi terpisah untuk cadangan klaim IBNR dan RBNS serta mengikuti langkah-langkah Double Chain Ladder dengan tambahan parameter inflasi dari data *incurred claims*. Penggunaan inflasi membuat BDCL lebih stabil dan realistis dalam estimasi cadangan klaim. Berikut ini parameter inflasi dari (2.11) pada *Bornhuetter-Double Chain Ladder*

$$\hat{\gamma}_i^{BDCL} = \frac{\hat{\alpha}_i}{\hat{\alpha}_1 \hat{\mu}}, \text{ dengan } 1 \leq i \leq n.$$

Nilai estimasi faktor pembayaran rata-rata pada rumus tersebut dapat dihitung dengan rumus pada metode *Double Chain Ladder* tetapi menggunakan data *incurred claims*. Rumusnya adalah sebagai berikut

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{\alpha}_1}{\hat{\alpha}_1}, \quad (2.12)$$

dimana $\hat{\alpha}_i = \sum_{j=1}^{n-i+1} C_{i,j} \prod_{j=n-i+1}^{n-1} \hat{\lambda}_j^{2n}$, $i = 1, \dots, n$. Parameter $\hat{\alpha}_i$ diestimasi dengan menggunakan *aggregated incurred claims* ($\mathfrak{I}_n$). *Incurred claims* adalah *paid claims data* ditambahkan dengan taksiran biaya yang dibuat oleh perusahaan untuk membayar klaim-klaim yang sudah dilaporkan. Prediksi untuk besarnya klaim-klaim yang terjadi pada setiap periode kejadian i dan periode pengembangan j adalah

$$\hat{X}_{i,j} = O_{i,j} \hat{\pi}_j \hat{\mu} \hat{\gamma}_i^{BDCL}, \text{ dengan } 1 \leq i \leq n \text{ dan } 1 \leq j \leq n \quad (2.13)$$

Selanjutnya, dilakukan estimasi masing-masing besarnya nilai prediksi cadangan klaim IBNR dan juga RBNS sebagai berikut

$$\hat{R}_i^{IBNR} = \sum_{j=n-i+2}^n \hat{X}_{i,j}^{IBNR}, \quad (2.14)$$

$$\hat{R}_i^{RBNS} = \sum_{j=1}^{n-i+1} \hat{X}_{i,j}^{RBNS}. \quad (2.15)$$

Prediksi total estimasi cadangan klaim IBNR adalah penjumlahan nilai prediksi klaim yang terjadi pada segitiga bawah (*lower triangle*). Prediksi total estimasi cadangan klaim RBNS adalah penjumlahan klaim yang terjadi pada segitiga atas (*upper triangle*). Nilai perhitungan total cadangan klaim untuk periode kejadian i dengan menggunakan metode BDCL adalah

$$\hat{R}_i^{BDCL} = \hat{R}_i^{IBNR} + \hat{R}_i^{RBNS}, \text{ dengan } 2 \leq i \leq n. \quad (2.16)$$

2.4 Bornhuetter Ferguson

Metode *Bornhuetter-Ferguson* merupakan salah satu metode deterministik yang dapat digunakan dalam perhitungan estimasi cadangan klaim. Metode *Bornhuetter-Ferguson* juga merupakan metode pengembangan dari metode *Chain Ladder*. Namun, dalam penerapan metode *Bornhuetter Ferguson*, teknik *bootstrapping* dapat digunakan dalam estimasi parameternya. Kerugian kumulatif didefinisikan sebagai berikut [8]

$$C_{i,j+1} = \lambda_j C_{i,j} + \sigma_j \sqrt{C_{i,j}} \varepsilon_{i,j+1} \quad (2.17)$$

dengan $\varepsilon_{i,j+1}$ merupakan residual acak. Kemudian untuk mencari replikasi *bootstrap* dari segitiga atas *run-off triangle data* yang dinotasikan dengan $(C_{i,j+1}^*)$ diperlukan pengambilan sampel ulang dari residu yang disesuaikan dengan

$$z_{i,j+1} = \hat{\varepsilon}_{i,j+1} \left(1 - C_{i,j} \left(\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \right)^{-1} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (2.18)$$

dimana

$$\hat{\varepsilon}_{i,j+1} = \hat{\sigma}_j^{-1} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{\lambda}_j^{CL} \right) \sqrt{C_{i,j}},$$

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{\lambda}_j^{CL} \right)^2 \text{ dengan } 1 \leq j \leq n-2, \quad (2.19)$$

dengan $\hat{\lambda}_j^{CL}$ mengikuti Persamaan 2.2. Nilai estimasi cadangan klaim dengan metode *Bornhuetter Ferguson* dirumuskan dengan

$$\hat{C}_{i,k}^{BF} = C_{i,n-i+1} + \hat{\alpha}_i(\hat{\gamma}_k - \hat{\gamma}_{n-i+1}). \quad (2.20)$$

2.5 Bootstrapping pada Bornhuetter Ferguson

Metode-metode berikut, yang disajikan sebagai versi khusus dari prinsip umum Bornhuetter-Ferguson, menggunakan estimasi koefisien perkembangan $\hat{\lambda}_j$ yang diperoleh dengan metode Chain-Ladder [8]. Ketika proses Chain-Ladder dalam model umum Bornhuetter-Ferguson Persamaan (2.20) digunakan, maka eplikasi *bootstrap* $\hat{\gamma}_k$ dihitung berdasarkan

$$\hat{\gamma}_k^{*CL} = \prod_{j=k}^{n-1} \frac{1}{\hat{\lambda}_j^{*CL}}, \quad (2.21)$$

dengan $\hat{\lambda}_j^{*CL}$ merupakan hasil replikasi *bootstrap* dari faktor pengembangan.

Metode *Bornhuetter Ferguson* memiliki 3 versi yaitu *Loss-development*, *Cape-Cod*, dan *Additive* [8].

2.5.1 Metode Loss Development

Estimasi klaim kumulatif dari metode *Loss-development* di masa depan dirumuskan sebagai

$$\hat{C}_{i,k}^{LD} = \hat{\gamma}_k \frac{C_{i,n-i+1}}{\hat{\gamma}_{n-i+1}}.$$

Mengacu pada prinsip *Bornhuetter Ferguson*, sehingga estimasi klaim kumulatif adalah

$$\begin{aligned} \hat{C}_{i,k}^{LD} &= C_{i,n-i+1} + \hat{\alpha}_i(\hat{\gamma}_k - \hat{\gamma}_{n-i+1}), \\ \hat{\alpha}_i &= \frac{C_{i,n-i+1}}{\hat{\gamma}_{n-i+1}}, \quad i = 1, 2 \dots n \text{ dan } k = 1, 2 \dots n \end{aligned} \quad (2.23)$$

Nilai dari klaim kumulatif dengan pendekatan *bootstrap* di masa mendatang dengan metode *Loss-development* dihitung dengan persamaan berikut

$$\hat{C}_{i,k}^{*LD} = C_{i,n-i+1} + \frac{C_{i,n-i+1}}{\hat{\gamma}_{n-i+1}^*} (\hat{\gamma}_k^* - \hat{\gamma}_{n-i+1}^*). \quad (2.24)$$

Metode *loss development* menggunakan faktor perkembangan klaim dari data historis untuk estimasi yang lebih akurat. Penelitian ini menggunakan metode *loss development*.

2.5.2 Metode Cape-Cod

Jenis metode yang kedua adalah metode *Cape-Cod* dengan estimasi klaim kumulatifnya dirumuskan sebagai berikut

$$\hat{C}_{i,k}^{CC} = C_{i,n-i+1} + \pi_i \hat{\kappa}^{CC} (\hat{\gamma}_k - \hat{\gamma}_{n-i+1}), \quad (2.25)$$

dengan $\pi_i \hat{\kappa}^{CC}$ adalah $\hat{\alpha}_i$ dan $\hat{\kappa}^{CC}$ merupakan *loss-ratio* dari metode *Cape-Cod* dengan formula berikut $\hat{\kappa}^{*CC} = \frac{\sum_{j=1}^n C_{j,n-j+1}}{\sum_{j=1}^n \hat{\gamma}_j^* \pi_j}$. Nilai dari klaim kumulatif dengan pendekatan *bootstrap* di masa mendatang dengan metode *Cape-Cod* adalah

$$\hat{C}_{i,k}^{*CC} = C_{i,n-i+1} + \pi_i \hat{\kappa}^{*CC} (\hat{\gamma}_k^* - \hat{\gamma}_{n-i+1}^*). \quad (2.26)$$

Metode *Cape-Cod* mengandalkan rasio kerugian konstan dengan asumsi stabilitas rasio kerugian terhadap eksposur.

2.5.3 Metode Additive

Prediktor metode aditif untuk kerugian kumulatif di masa depan memiliki bentuk sebagai berikut

$$\hat{C}_{i,k}^{AD} = C_{i,n-i+1} + \pi_i \sum_{j=n-i+1}^k \hat{\varsigma}_j^{AD}, \quad (2.27)$$

dengan $\hat{\zeta}_k^{AD} = \frac{\sum_{j=1}^{n-k+1} X_{j,k}}{\sum_{j=1}^{n-k+1} \pi_j}$. Estimasi klaim kumulatif dari metode *Additive* di masa depan dapat dirumuskan sebagai berikut

$$\hat{C}_{i,k}^{AD} = C_{i,n-i+1} + \hat{\alpha}_i^{AD} (\hat{\gamma}_k^{AD} - \hat{\gamma}_{n-i+1}^{AD}), \quad (2.28)$$

dengan $\hat{\alpha}_i^{AD} = \pi_i \sum_{j=1}^n \hat{\zeta}_j^{AD}$ dan $\hat{\gamma}_k^{AD} = \frac{\sum_{j=1}^k \hat{\zeta}_j^{AD}}{\sum_{j=1}^n \hat{\zeta}_j^{AD}}$.

Rumus untuk *bootstrap* dalam metode *Additive* adalah

$$\hat{C}_{i,k}^{AD*} = C_{i,n-i+1} + \hat{\alpha}_i^{AD*} (\hat{\gamma}_k^{AD*} - \hat{\gamma}_{n-i+1}^{AD*}), \quad (2.29)$$

dengan $\hat{\alpha}_i^{AD*} = \pi_i \sum_{j=1}^n \hat{\zeta}_j^{AD*}$, $\hat{\gamma}_k^{AD*} = \frac{\sum_{j=1}^k \hat{\zeta}_j^{AD*}}{\sum_{j=1}^n \hat{\zeta}_j^{AD*}}$, dan $\hat{\zeta}_k^{AD*} = \frac{\sum_{j=1}^{n-k+1} X_{j,k}^*}{\sum_{j=1}^{n-k+1} \pi_j}$.

$X_{j,k}^*$ merupakan hasil replikasi *bootstrap* dari klaim inkremental. Metode *additive* lebih sederhana karena menggunakan data inkremental dalam perhitungannya

Selanjutnya, estimasi cadangan klaim dengan metode Bootstrapping Bornhuetter-Ferguson dihitung menggunakan formula

$$\hat{R}_i^{BBF} = \hat{C}_{i,n}^* - C_{i,n-i+1}; \text{ dengan } 2 \leq i \leq n. \quad (2.30)$$

2.6 MAPE

Perhitungan error pada penelitian ini digunakan MAPE (*Mean Absolut Percentage Error*). Rumus MAPE sebagai berikut

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left| \frac{Z_{i,j} - \hat{Z}_{i,j}}{Z_{i,j}} \right| \times 100\%,$$

dimana

$Z_{i,j}$: nilai aktual dari data klaim pada periode kejadian ke- i dan periode pengembangan ke- j

$\hat{Z}_{i,j}$: nilai estimasi dari data klaim periode kejadian ke- i dan periode pengembangan ke- j

N : banyak sampel yang digunakan untuk perhitungan MAPE.

Hasil perhitungan tingkat akurasi dengan metode *Mean Absolut Percentage Error* dapat diinterpretasikan berdasarkan tabel berikut.

Tabel 2.3 Tingkat Akurasi Nilai MAPE

Nilai MAPE	Akurasi Prediksi
$MAPE \leq 10\%$	Sangat baik
$10\% < MAPE \leq 20\%$	Baik
$20\% < MAPE \leq 50\%$	Cukup baik
$MAPE > 50\%$	Tidak baik

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Data Run-off Triangle

Data yang digunakan dalam penelitian adalah data sekunder yang berasal dari Kantor Konsultan Aktuaria X berupa data klaim lini usaha kendaraan bermotor per-triwulan tahun 2017-2021. Terdapat tiga data yakni data *paid claims*, *incurred claims*, dan data *number of claims* yang secara berturut-turut ditampilkan pada Tabel 3.1, Tabel 3.2 dan Tabel 3.3. Data yang berada pada segitiga atas merupakan data historis, sedangkan data pada segitiga bawah (warna biru) merupakan hasil perhitungan berdasarkan data historis.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Siska Maulidiah, Aimmatul Ummah Alfajriyah, Imam Safawi Ahmad

Tabel 3.1. Data *Number Of Claims Run-off Triangle* Kumulatif

Periode Kejadian	Periode Pengembangan																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	26	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67	69	71	73	75
2	28	46	54	58	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90,41
3	40	55	64	68	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	86,14	88,5
4	43	54	62	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80,67	82,73	85
5	30	34	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	50,97	52,05	53,38	54,84
6	23	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	62,21	63,42	64,76	66,41	68,23
7	36	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52,14	53,17	54,21	55,35	56,76	58,32
8	16	22	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	36,81	37,63	38,38	39,12	39,95	40,97	42,09
9	48	67	76	82	86	89	91	92	93	94	95	96	98,25	100,45	102,69	104,73	106,77	109,03	111,81	114,87
10	52	65	69	73	76	79	82	85	88	91	94	96,04	98,28	100,49	102,73	104,77	106,81	109,07	111,85	114,91
11	44	55	61	66	71	76	81	86	91	96	98,27	100,4	102,75	105,06	107,4	109,54	111,67	114,03	116,94	120,14
12	73	88	98	104	110	115	119	121	123	126,47	129,47	132,27	135,37	138,41	141,49	144,31	147,11	150,22	154,05	158,27
13	89	121	134	143	148	152	155	157	161,26	165,81	169,74	173,42	177,48	181,47	185,51	189,2	192,87	196,96	201,98	207,51
14	56	66	74	79	83	85	87	89,21	91,64	94,22	96,46	98,54	100,85	103,12	105,41	107,51	109,6	111,92	114,77	117,92
15	59	73	83	89	91	92	94,76	97,17	99,81	102,63	105,06	107,33	109,85	112,31	114,82	117,1	119,37	121,9	125,01	128,43
16	84	110	122	126	130	134,18	138,2	141,72	145,57	149,68	153,22	156,54	160,21	163,81	167,45	170,78	174,1	177,79	182,32	187,31
17	57	79	84	86	89,46	92,34	95,11	97,53	100,18	103	105,45	107,73	110,25	112,73	115,24	117,53	119,81	122,35	125,47	128,91
18	58	79	86	90,88	94,55	97,58	100,51	103,07	105,87	108,86	111,43	113,85	116,51	119,13	121,79	124,21	126,62	129,3	132,6	136,23
19	50	60	66,44	70,22	73,04	75,39	77,65	79,63	81,79	84,1	86,09	87,96	90,02	92,04	94,09	95,96	97,82	99,9	102,44	105,25
20	45	58,57	64,86	68,54	71,3	73,59	75,8	77,73	79,84	82,09	84,04	85,86	87,87	89,84	91,84	93,67	95,49	97,51	100	102,74

Tabel 3.2. Data *Paid Claims Run-off Triangle* Kumulatif (dalam juta rupiah)

Periode Kejadian	Periode Pengembangan																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	727	930	930	931	1.030	1.051	1.062	1.064	1.065	1.068	1.075	1.081	1.083	1.093	1.098	1.098	1.107	1.116	1.141	1.144
2	178	337	485	486	496	507	526	528	530	534	536	538	543	548	555	558	577	584	592	593
3	240	379	385	394	395	395	403	405	408	445	447	456	462	463	465	472	472	477	486	487
4	419	484	510	611	819	824	838	846	847	866	880	885	888	888	896	906	912	921	938	941
5	254	356	359	386	490	506	514	523	525	526	532	560	570	573	574	584	591	596	608	609
6	215	357	420	488	496	512	531	536	539	550	557	559	568	570	575	580	587	592	604	605
7	215	282	672	674	675	684	699	705	724	740	746	759	765	769	774	780	790	797	812	814
8	674	844	850	861	901	931	935	945	962	979	987	997	1.001	1.006	1.013	1.021	1.033	1.043	1.062	1.065
9	497	828	865	903	1.303	1.345	1.345	1.474	1.529	1.535	1.555	1.637	1.650	1.658	1.670	1.683	1.703	1.719	1.751	1.756
10	559	899	905	906	1.010	1.027	1.049	1.052	1.239	1.245	1.267	1.293	1.303	1.310	1.319	1.330	1.345	1.358	1.384	1.388
11	855	920	966	967	968	968	989	1.047	1.048	1.052	1.064	1.086	1.095	1.101	1.108	1.117	1.130	1.141	1.162	1.166
12	737	922	1.032	1.037	1.038	1.039	1.043	1.069	1.083	1.095	1.118	1.127	1.133	1.140	1.149	1.163	1.174	1.196	1.200	
13	770	1.834	1.846	1.850	1.933	1.940	1.998	2.010	2.073	2.100	2.124	2.169	2.185	2.197	2.212	2.229	2.256	2.277	2.320	2.327
14	553	988	1.069	1.139	1.161	1.165	1.254	1.280	1.320	1.337	1.353	1.381	1.392	1.399	1.409	1.420	1.436	1.450	1.477	1.482
15	990	1.088	1.092	1.095	1.145	1.150	1.176	1.200	1.238	1.254	1.268	1.295	1.305	1.312	1.321	1.331	1.347	1.360	1.385	1.389
16	540	1.064	1.312	1.336	1.336	1.354	1.384	1.413	1.457	1.476	1.493	1.524	1.536	1.544	1.555	1.567	1.586	1.601	1.631	1.636
17	763	1.347	1.551	1.559	1.685	1.707	1.746	1.782	1.838	1.862	1.883	1.923	1.938	1.948	1.961	1.977	2.000	2.019	2.057	2.063
18	622	1.223	1.273	1.304	1.409	1.428	1.460	1.490	1.537	1.557	1.575	1.608	1.620	1.629	1.640	1.653	1.672	1.688	1.720	1.725
19	1.037	1.164	1.275	1.306	1.411	1.430	1.462	1.492	1.539	1.559	1.577	1.610	1.623	1.631	1.642	1.655	1.675	1.691	1.723	1.728
20	217	343	356	364	394	399	408	416	430	435	440	449	453	455	458	462	467	472	481	482

3.2 Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode BDCL

Langkah awal yang dilakukan adalah membentuk data inkremental *number of claims* dari data kumulatif yang ada. Contoh pembentukan data inkremental *number of claims* berdasarkan persamaan sebagai berikut

$$O_{1,2} = N_{1,2} - N_{1,1} = 39 - 26 = 13,$$

$O_{i,j}$ adalah data klaim inkremental pada periode kejadian i dan periode pengembangan j . Data *number of claims* inkremental selanjutnya dibentuk secara lengkap ditunjukkan oleh Tabel 3.4.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Siska Maulidiah, Aimmatul Ummah Alfajriyah, Imam Safawi Ahmad

Tabel 3.3. Data *Incurred Of Claims Run-off Triangle* Kumulatif (dalam juta rupiah)

Periode Kejadian	Periode Pengembangan																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	930	931	938	962	1.055	1.121	1.125	1.127	1.137	1.163	1.169	1.173	1.177	1.187	1.188	1.196	1.200	1.203	1.207	1.211
2	478	495	505	505	506	508	524	528	531	536	552	559	562	565	592	599	618	620	622	623
3	373	394	395	396	396	417	427	443	444	468	479	484	489	492	494	503	508	513	515	517
4	618	671	687	752	825	826	836	840	842	856	874	884	894	903	915	917	918	922	925	928
5	357	384	536	539	540	549	560	562	562	585	591	592	608	611	616	628	633	636	638	640
6	302	424	425	440	468	469	494	512	513	532	537	538	540	552	566	572	577	580	582	583
7	355	404	418	418	418	418	455	458	460	466	477	501	518	542	550	556	561	563	565	567
8	901	903	905	908	1.038	1.045	1.049	1.059	1.069	1.072	1.114	1.121	1.121	1.136	1.153	1.164	1.175	1.180	1.184	1.187
9	1.105	1.190	1.336	1.345	1.371	1.584	1.593	1.605	1.612	1.632	1.678	1.686	1.703	1.725	1.750	1.768	1.784	1.792	1.797	1.802
10	952	1.010	1.163	1.164	1.168	1.685	1.711	1.722	1.737	1.781	1.784	1.799	1.818	1.841	1.868	1.887	1.904	1.913	1.919	1.924
11	966	1.353	1.353	1.372	1.549	1.600	1.622	1.624	1.648	1.648	1.678	1.693	1.710	1.732	1.758	1.775	1.791	1.799	1.805	1.810
12	1.050	1.055	1.184	1.184	1.190	1.191	1.219	1.230	1.255	1.277	1.300	1.312	1.325	1.342	1.362	1.375	1.388	1.394	1.399	1.402
13	2.006	2.012	2.012	2.029	2.072	2.156	2.419	3.053	3.080	3.133	3.189	3.218	3.250	3.293	3.341	3.374	3.404	3.420	3.431	3.440
14	1.080	1.080	1.093	1.210	1.358	1.466	1.468	1.544	1.558	1.585	1.613	1.627	1.644	1.665	1.690	1.707	1.722	1.730	1.735	1.740
15	1.145	1.150	1.513	1.513	1.522	1.883	1.942	2.043	2.060	2.096	2.134	2.153	2.174	2.203	2.235	2.258	2.278	2.288	2.295	2.302
16	1.236	1.336	1.459	1.492	1.665	1.820	1.877	1.974	1.991	2.026	2.062	2.081	2.102	2.129	2.160	2.182	2.201	2.211	2.218	2.225
17	1.340	1.567	1.622	1.639	1.731	1.892	1.951	2.052	2.070	2.106	2.144	2.163	2.185	2.213	2.246	2.268	2.289	2.299	2.306	2.313
18	1.394	1.718	1.892	1.928	2.036	2.225	2.295	2.414	2.435	2.477	2.522	2.544	2.570	2.603	2.641	2.668	2.692	2.704	2.712	2.720
19	1.354	1.640	1.764	1.796	1.897	2.074	2.138	2.250	2.269	2.308	2.350	2.371	2.395	2.426	2.461	2.486	2.508	2.520	2.528	2.535
20	1.073	1.179	1.267	1.291	1.363	1.490	1.537	1.616	1.630	1.659	1.688	1.703	1.721	1.743	1.769	1.786	1.802	1.810	1.816	1.821

Tabel 3.4. Data *Number Of Claims* Inkremental

Periode Kejadian	Periode Pengembangan																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	26	13	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	28	18	8	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2,41
3	40	15	9	4	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2,14	2,36
4	43	11	8	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,67	2,06	2,27
5	30	4	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,97	1,08	1,33	1,46
6	23	12	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1,21	1,21	1,34	1,65	1,82
7	36	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,14	1,04	1,03	1,15	1,41	1,56
8	16	6	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,81	0,82	0,75	0,75	0,83	1,02	1,12
9	48	19	9	6	4	3	2	1	1	1	1	1	2,25	2,21	2,24	2,04	2,03	2,26	2,78	3,06
10	52	13	4	4	3	3	3	3	3	3	3	2,04	2,25	2,21	2,24	2,04	2,03	2,26	2,78	3,06
11	44	11	6	5	5	5	5	5	5	5	2,27	2,13	2,35	2,31	2,34	2,14	2,13	2,37	2,91	3,2
12	73	15	10	6	6	5	4	2	2	3,47	3	2,8	3,1	3,04	3,08	2,81	2,8	3,12	3,83	4,22
13	89	32	13	9	5	4	3	2	4,26	4,55	3,93	3,68	4,06	3,99	4,04	3,69	3,67	4,09	5,02	5,53
14	56	10	8	5	4	2	2	2,21	2,42	2,58	2,23	2,09	2,31	2,27	2,3	2,1	2,09	2,32	2,85	3,14
15	59	14	10	6	2	1	2,76	2,41	2,64	2,82	2,43	2,28	2,51	2,47	2,5	2,28	2,27	2,53	3,11	3,42
16	84	26	12	4	4	4,18	4,03	3,52	3,85	4,11	3,55	3,32	3,66	3,6	3,65	3,33	3,32	3,69	4,53	5
17	57	22	5	2	3,46	2,88	2,77	2,42	2,65	2,83	2,44	2,28	2,52	2,48	2,51	2,29	2,28	2,54	3,12	3,44
18	58	21	7	4,88	3,66	3,04	2,93	2,56	2,8	2,99	2,58	2,41	2,66	2,62	2,65	2,42	2,41	2,68	3,29	3,63
19	50	10	6,44	3,77	2,83	2,35	2,26	1,98	2,16	2,31	1,99	1,86	2,06	2,02	2,05	1,87	1,86	2,07	2,55	2,81
20	45	13,6	6,29	3,68	2,76	2,29	2,21	1,93	2,11	2,25	1,95	1,82	2,01	1,97	2	1,83	1,82	2,02	2,48	2,74

Selanjutnya, dilakukan estimasi parameter α dan β yang membutuhkan faktor pengembangan data *number of claims* ($\hat{\lambda}_1^{N_n}$), faktor pengembangan data *paid claims* ($\hat{\lambda}_1^{A_n}$), dan faktor pengembang *incurred claims* ($\hat{\lambda}_1^{I_n}$). Perhitungan untuk estimasi faktor pengembangan secara lengkap disajikan pada tabel berikut.

Tabel 3.5. Nilai Estimasi Faktor Pengembangan

j	$\hat{\lambda}_j^{N_n}$	$\hat{\lambda}_j^{A_n}$	$\hat{\lambda}_j^{I_n}$	j	$\hat{\lambda}_j^{N_n}$	$\hat{\lambda}_j^{A_n}$	$\hat{\lambda}_j^{I_n}$
1	1,302	1,498	1,099	11	1,022	1,021	1,009
2	1,107	1,095	1,075	12	1,023	1,008	1,010
3	1,057	1,024	1,019	13	1,022	1,005	1,013
4	1,040	1,081	1,056	14	1,022	1,007	1,015
5	1,032	1,013	1,093	15	1,020	1,008	1,010

6	1,030	1,023	1,031	16	1,019	1,012	1,009
7	1,025	1,021	1,052	17	1,021	1,009	1,005
8	1,027	1,031	1,009	18	1,025	1,019	1,003
9	1,028	1,013	1,017	19	1,027	1,003	1,003
10	1,024	1,011	1,018				

Selanjutnya, dilakukan perhitungan parameter α dan β . Nilai α dan β dihitung berdasarkan nilai Tabel 3.1, Tabel 3.2, dan Tabel 3.3. Tabel yang disajikan secara berturut-turut pada Tabel 3.6 dan Tabel 3.7.

Tabel 3.6. Nilai Estimasi Parameter α

i	$\hat{\alpha}_i$	$\tilde{\alpha}_i$	$\hat{\tilde{\alpha}}_i$
1	75,0	1.143.911.739,0	1.210.895.656,0
2	90,4	593.259.476,5	623.443.865,4
3	88,5	487.120.632,0	516.573.729,5
4	85,0	941.214.528,2	927.720.243,6
5	54,8	609.344.152,4	640.067.049,1
6	68,2	605.292.106,3	583.356.709,9
7	58,3	814.436.428,5	566.824.593,1
8	42,1	1.065.403.994,5	1.187.087.080,5
9	114,9	1.756.460.699,2	1.802.417.806,8
10	114,9	1.387.627.363,9	1.924.070.762,1
11	120,1	1.165.664.121,1	1.809.971.921,5
12	158,3	1.199.636.478,0	1.402.495.889,3
13	207,5	2.326.780.099,3	3.440.391.590,9
14	117,9	1.481.730.737,6	1.740.076.656,0
15	128,4	1.389.347.101,4	2.301.857.379,1
16	187,3	1.635.688.131,5	2.224.598.916,1
17	128,9	2.062.922.897,8	2.312.733.434,0
18	136,2	1.725.047.271,8	2.720.026.502,9
19	105,2	1.727.543.239,3	2.534.789.591,9
20	102,7	482.031.225,8	1.821.391.029,7

Tabel 3.7. Nilai Estimasi Parameter β

j	$\hat{\beta}_j$	$\tilde{\beta}_j$	j	$\hat{\beta}_j$	$\tilde{\beta}_j$
1	0,438	0,450	11	0,019	0,010
2	0,132	0,224	12	0,018	0,019
3	0,061	0,064	13	0,020	0,007
4	0,036	0,018	14	0,019	0,005
5	0,027	0,061	15	0,019	0,006
6	0,022	0,011	16	0,018	0,008
7	0,021	0,019	17	0,018	0,011
8	0,019	0,018	18	0,020	0,009
9	0,021	0,027	19	0,024	0,019
10	0,022	0,012	20	0,027	0,003

Langkah yang dilakukan setelah estimasi parameter α dan β ialah melakukan estimasi parameter penundaan klaim (p_j). Berikut tabel hasil estimasi parameter penundaan klaim.

Tabel 3.8. Nilai Estimasi Parameter p_j

j	$\hat{p}_j$	j	$\hat{p}_j$
1	0,197	11	0,025
2	0,157	12	0,028
3	0,085	13	0,024
4	0,046	14	0,022
5	0,053	15	0,022
6	0,032	16	0,022
7	0,030	17	0,024
8	0,028	18	0,024
9	0,033	19	0,031
10	0,028	20	0,086

Perhitungan nilai estimasi dari rata-rata pembayaran klaim dilakukan dengan menggunakan hasil estimasi pada Tabel 3.8. dengan menggunakan Persamaan 2.1. Hasil perhitungan rata-rata pembayaran klaim dengan metode *Bornhuetter-Double Chain Ladder* adalah sebesar Rp16.145.275,41.

Nilai estimasi parameter inflasi (*severity inflation*) pada metode *Bornhuetter-Double Chain Ladder* dihitung dengan Persamaan 2.12. Parameter inflasi yang membedakan perhitungan cadangan klaim dengan metode *Double Chain Ladder* dengan metode *Bornhuetter-Double Chain Ladder*. Tabel berikut ini adalah hasil estimasi parameter inflasi pada setiap periode kejadian.

Tabel 3.9. Nilai Estimasi Parameter Inflasi

i	$\hat{\gamma}_i^{BDCL}$	i	$\hat{\gamma}_i^{BDCL}$
1	1,000	11	0,933
2	0,427	12	0,549
3	0,362	13	1,027
4	0,676	14	0,914
5	0,723	15	1,110
6	0,530	16	0,736
7	0,602	17	1,111
8	1,747	18	1,237
9	0,972	19	1,492
10	1,037	20	1,098

Selanjutnya, total cadangan klaim RBNS dihitung dari penjumlahan nilai estimasi klaim segitiga atas, sedangkan total cadangan klaim IBNR dihitung dari penjumlahan nilai estimasi klaim segitiga bawah. Hasil perhitungan total estimasi cadangan klaim IBNR dan RBNS per periode kejadian pada Tabel 3.10.

Tabel 3.10. Estimasi Cadangan Klaim Metode BDCL dalam Rupiah

i	$\hat{R}_i^{IBNR}$	i	$\hat{R}_i^{IBNR}$	i	$\hat{R}_i^{RBNS}$	i	$\hat{R}_i^{RBNS}$
1	0,00	11	13.366.908,78	1	0,00	11	203.687.679,52
2	3.347.601,21	12	17.312.518,09	2	162.622.694,65	12	280.142.089,31

3	1.855.135,98	13	14.582.359,02	3	80.657.513,90	13	218.316.952,53
4	1.745.452,11	14	16.538.735,04	4	66.787.722,07	14	229.739.559,79
5	2.357.849,54	15	17.269.738,77	5	78.482.504,55	15	222.759.067,67
6	3.451.494,07	16	33.004.064,58	6	85.629.911,13	16	395.400.899,36
7	2.378.912,03	17	17.236.589,09	7	68.392.130,61	17	180.653.959,35
8	2.128.010,33	18	31.567.825,86	8	46.318.758,79	18	275.017.620,63
9	18.377.352,07	19	38.106.993,42	9	394.941.316,11	19	228.102.220,34
10	11.113.183,65	20	96.326.788,21	10	211.926.363,84	20	213.496.125,83
Total		342.067.511,9		Total		3.643.075.090	

Berdasarkan Tabel 13, nilai perhitungan cadangan IBNR (*Incurred But Not Reported*) lebih rendah dibandingkan dengan nilai perhitungan cadangan RBNS (*Reported But Not Settled*). Grafik cadangan IBNR menunjukkan peningkatan yang konsisten hingga mencapai periode kejadian ke-20. Sebaliknya, grafik cadangan RBNS menunjukkan ketidakstabilan yang lebih signifikan, dengan fluktuasi berupa kenaikan dan penurunan yang drastis.

Selanjutnya, dilakukan perhitungan total estimasi cadangan klaim per periode kejadian dengan menjumlahkan total estimasi cadangan IBNR dan RBNS. Total estimasi cadangan klaim per periode kejadian ditunjukkan pada Tabel 3.11. Nilai total estimasi cadangan klaim dengan metode *Bornhuetter-Double Chain Ladder* adalah sebesar Rp3.985.142.602.

Tabel 3.11. Total Estimasi Cadangan Klaim BDCL dalam Rupiah

i	$\hat{R}_i^{BDCL}$	i	$\hat{R}_i^{BDCL}$
1	0,00	11	217.054.588,30
2	165.970.295,87	12	297.454.607,40
3	82.512.649,88	13	232.899.311,55
4	68.533.174,18	14	246.278.294,83
5	80.840.354,09	15	240.028.806,44
6	89.081.405,20	16	428.404.963,94
7	70.771.042,64	17	197.890.548,44
8	48.446.769,12	18	306.585.446,49
9	413.318.668,17	19	266.209.213,76
10	223.039.547,49	20	309.822.914,04
Total		3.985.142.602	

3.3 Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode BBF

Langkah awal yang dilakukan dalam metode *Loss-Development Bornhuetter Ferguson* adalah melakukan *bootstrap* dari besarnya koefisien pengembangan dari data *incurred claims*. Hasil dari koefisien pengembangan setelah replikasi *bootstrap* 1000 kali disajikan pada tabel berikut.

Tabel 3.12. Koefisien Pengembangan Setelah Bootstrap 1000 kali

j	$\hat{\lambda}_k^{*CL}$	j	$\hat{\lambda}_k^{*CL}$
1	1,018	11	1,009
2	1,005	12	1,003
3	1,075	13	1,093

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Siska Maulidiah, Aimmatul Ummah Alfajriyah, Imam Safawi Ahmad

4	1,015	14	1,009
5	1,009	15	1,075
6	1,056	16	1,075
7	1,031	17	1,003
8	1,015	18	1,005
9	1,093	19	1,018
10	1,009		

Selanjutnya, dilakukan estimasi parameter ($\hat{\gamma}_k^*$) yang merupakan perhitungan besarnya klaim yang telah dibayarkan pada setiap periode pengembangan. Tabel 3.13 adalah tabel hasil perhitungan lengkap dari parameter ($\hat{\gamma}_k^*$).

Tabel 3.13. Hasil Perhitungan Parameter $\hat{\gamma}_k^*$

k	$\hat{\gamma}_k^*$	k	$\hat{\gamma}_k^*$
1	0,550	11	0,756
2	0,560	12	0,762
3	0,563	13	0,765
4	0,605	14	0,836
5	0,614	15	0,843
6	0,620	16	0,907
7	0,655	17	0,975
8	0,675	18	0,977
9	0,685	19	0,982
10	0,749	20	1,000

Langkah berikutnya yaitu menghitung besarnya *expected ultimate claims*. Hasil perhitungan secara lengkap adalah sebagai berikut.

Tabel 3.14. *Expected Ultimate Claims* dalam Rupiah

i	$\hat{\alpha}_i$	i	$\hat{\alpha}_i$
1	1.210.895.656,00	11	2.201.321.980,55
2	632.876.394,83	12	1.832.442.536,14
3	525.339.024,75	13	4.523.427.442,93
4	942.027.610,47	14	2.242.190.893,97
5	692.474.172,10	15	3.037.637.502,33
6	671.755.697,22	16	2.709.624.244,68
7	649.104.536,80	17	2.707.323.828,25
8	1.466.577.673,30	18	3.360.674.709,05
9	2.211.202.689,04	19	2.927.809.781,44
10	2.360.735.512,87	20	1.948.568.208,43

Langkah selanjutnya adalah dilakukan perhitungan total cadangan klaim. Perhitungan tersebut diawali dengan menghitung nilai estimasi klaim kumulatif pada segitiga bawah data klaim. Perhitungan nilai estimasi segitiga bawah adalah menggunakan Persamaan 2.23. Berdasarkan perhitungan tersebut, estimasi klaim kumulatif yang terjadi pada periode kejadian ke-3 dan pada periode pengembangan klaim ke-19 adalah Rp516.050.123. Tahap berikutnya adalah menghitung total cadangan klaim untuk setiap periode kejadian dengan menggunakan Persamaan 2.30. Hasil perhitungan lebih lengkap disajikan pada tabel berikut. Tabel 3.15 menunjukkan bahwa nilai total estimasi cadangan klaim dengan metode *Bootstrapping Bornhuetter Ferguson* adalah sebesar Rp12.045.100.627,95.

Tabel 3.15. Total Estimasi Cadangan Klaim BBF dalam Rupiah

i	$\hat{R}_i^{BBF}$	i	$\hat{R}_i^{BBF}$
1	0,00	11	552.942.213,55
2	11.190.348,83	12	577.037.381,52
3	11.856.315,75	13	1.470.228.317,28
4	24.014.551,47	14	774.274.164,58
5	64.733.392,10	15	1.154.418.345,76
6	105.282.120,22	16	1.044.744.687,59
7	106.614.486,80	17	1.068.440.963,35
8	345.173.831,30	18	1.468.219.007,73
9	525.485.981,04	19	1.287.310.516,08
10	577.074.972,87	20	876.059.030,13
T	Total		12.045.100.627,95

3.4 Perbandingan Nilai Estimasi Cadangan Klaim Metode BDCL dan BBF

Perbandingan nilai estimasi cadangan klaim antara dua metode, yaitu BDCL dan *Bootstrapping Bornhuetter Ferguson* dan *Bornhuetter-Double Chain Ladder*, menunjukkan perbedaan yang signifikan dalam hal jumlah yang dihasilkan. Perbedaan ditampilkan pada Tabel 3.16.

Tabel 3.16. Nilai Estimasi Cadangan Klaim

Metode	Cadangan Klaim
<i>Bornhuetter-Double Chain Ladder</i>	Rp3.985.142.602
<i>Bootstrapping Bornhuetter Ferguson</i>	Rp12.045.100.627

Metode *Bootstrapping Bornhuetter Ferguson* menghasilkan estimasi cadangan klaim yang lebih tinggi, yaitu Rp12.045.100.627,95, dibandingkan dengan metode BDCL yang hanya Rp3.985.142.602, dengan selisih Rp8.059.958.025,95. Metode ini lebih konservatif dan adaptif terhadap fluktuasi data historis serta ketidakpastian masa depan, memastikan ketersediaan dana yang lebih besar untuk klaim. Sebaliknya, metode BDCL mengandalkan pola historis klaim dan pembayaran, menghasilkan estimasi yang lebih rendah, yang dapat meningkatkan efisiensi modal tetapi berisiko kurang memadai jika terjadi lonjakan klaim tak terduga.

3.6 Evaluasi Akurasi dengan MAPE

Nilai *prediction error* yang akan dihitung adalah dengan menggunakan metode MAPE pada Persamaan 2.53. Data yang digunakan dalam perhitungan MAPE ini adalah data *incurred claims* kumulatif untuk periode kejadian $i = 1, 2 \dots 10$ dan periode pengembangan $j = 1, 2 \dots 10$. Pada perhitungan MAPE ini diasumsikan data yang dimuat belum diketahui sebelumnya dan akan dihitung nilai prediksinya. Perhitungan nilai MAPE menggunakan nilai aktual dan prediksi. Nilai prediksi yang digunakan dalam perhitungan MAPE merupakan nilai prediksi dari masing-masing metode yakni metode *Bornhuetter-Double Chain Ladder* dan metode *Bootstrapping Bornhuetter Ferguson*. Hasil perhitungan nilai MAPE disajikan pada Tabel 3.17

Tabel 3.17. Hasil Perhitungan MAPE

Metode	Persentase MAPE	Kategori
BDCL	12,62%	Baik
BBF	8,10%	Sangat Baik

Perbandingan antara kedua metode ini menunjukkan bahwa metode *Bootstrapping Bornhuetter Ferguson* memiliki keunggulan yang signifikan dalam hal akurasi estimasi cadangan klaim.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada data klaim lini usaha kendaraan bermotor Kantor Konsultan Aktuaria X, diperoleh hasil estimasi total cadangan klaim menggunakan metode *Bornhuetter-Double Chain Ladder* (BDCL) sebesar Rp 3.985.142.602. Metode BDCL mampu mengestimasi cadangan klaim IBNR dan RBNS secara terpisah. Sementara itu, hasil estimasi total cadangan klaim dengan metode *Bootstrapping Bornhuetter Ferguson* adalah Rp 12.045.100.628. Hasil perhitungan MAPE untuk metode BDCL sebesar 12,62%, sedangkan metode *Bootstrapping Bornhuetter Ferguson* menghasilkan MAPE sebesar 8,10%. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa metode *Bootstrapping Bornhuetter Ferguson* lebih unggul dalam mengestimasi cadangan klaim karena menghasilkan tingkat akurasi yang lebih tinggi.

REFERENSI

- [1] Amini, R. & Hikmah, Y., 2022. Estimasi Cadangan Klaim IBNR Menggunakan Metode Chain-Ladder dan Bornhuetter-Ferguson pada Produk Indemnity di PT. XYZ. *Mathematics and Applications Journal*, Vol. 4, No. 1, 50-59.
- [2] Antonio, K., Beirlant, J., Hoedemakers, T. & Verlaak, R., 2006. Lognormal Mixed Models For Reported Claims Reserves. *North American Actuarial Journal*, Vol. 10, No. 1, 30-48.
- [3] Baudry, M. & Robert, C.Y., 2019. A Machine Learning Approach for Individual Claims Reserving in Insurance. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, Vol. 35, No. 5, 1127-1155.
- [4] De Felice, M. & Moriconi, F., 2019. Claim Watching and Individual Claims Reserving Using Classification and Regression Trees. *Risks*, Vol. 7, No. 4, 102.
- [5] Elpidorou, V., Margraf, C., Martínez-Miranda, M.D. & Nielsen, B., 2019. A Likelihood Approach to Bornhuetter-Ferguson Analysis. *Risks*, Vol. 7, No. 4, 119.
- [6] England, P. D. & Verrall, R. J., 2002. Stochastic Claims Reserving in General Insurance. *British Actuarial Journal*, Vol. 8, No. 3, 443-518.
- [7] Krisdiantha, K., Khalifatullah, M. J., Dumamika, T. D. & Noviyanti, L., 2023. The Comparison of Estimated Reserve Claims with the Classical Chain Ladder and Bornhuetter-Double Chain Ladder Method. *Jurnal Matematika Statistika dan Komputasi*. Vol. 20, No. 1, 207-220.

- [8] Linda, B. & Kubanová, J. 2012. *Bootstrap* Application of the Bornhuetter-Ferguson method. *Proceedings of 30th International Conference Mathematical Methods in Economics*, 524-529.
- [9] Maher, S. M., Rnlt, S. J., & Melek, S. P. 1992. Claim Reserves. *Valuation Actuary Symposium Proceedings Session*, Vol. 3.
- [10] Martínez-Miranda, M. D., Nielsen, J. P. & Verrall, R., 2013. Double Chain Ladder and Bornhuetter-Ferguson. *North American Actuarial Journal*, Vol. 17, No. 2, 101-113.
- [11] Pinheiro, P. J., Andrade e Silva, J. M. & de Lourdes Centeno, M., 2003. *Bootstrap* Methodology in Claim Reserving. *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 70, No. 4, 701-714.
- [12] Putri, A., 2023. Perhitungan Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode Mack's Chain Ladder Model dan Munich Chain Ladder dengan Pendekatan *Bootstrapping*. Doctoral Dissertation, Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [13] Rachman, F. P. A. P., Goejantoro, R. & Hayati, M. N., 2018. Penentuan Jumlah Replikasi *Bootstrap* Menggunakan Metode Pretest Pada Independent Sampel T Test. *Ekspansional*. Vol. 9, No. 1, 35-40.
- [14] Raeva, E., Pavlov, V. & Georgieva, S., 2021. Claim Reserving Estimation by Using the Chain Ladder Method. In *AIP Conference proceedings*, Vol. 2321, No. 1.
- [15] Raeva, E., Pavlov, V. & Redzheb, H., 2023. Comparison Between the Chain Ladder Method and the Bornhuetter-Ferguson Method for Third Party Liability Insurance. *International Conference on New Trends in the Applications of Differential Equations in Sciences*, 291-299.
- [16] Saputra, I. G. C. D., Nurrohmah, S. & Sari, S. F., 2021. Claim Reserving Prediction with Bornhuetter-Ferguson Method. In *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1725, No. 1.
- [17] Soleha, A. A. & Hikmah, Y., 2022. Claim Reserve Estimation Using Double Chain Ladder Method. *International Journal of Industrial Engineering and Production Research*, Vol. 33, No. 4, 1-8.
- [18] Suardi, L., 2024. Estimasi Cadangan Klaim IBNR pada Asuransi Kredit Menggunakan Metode Munich Chain Ladder dan Bornhuetter-Ferguson pada PT XYZ. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, Vol. 12, No. 2, 255-263.
- [19] Walpole, E., 1995. Pengantar Statistika. PT Gramedia Pustaka Utama., Jakarta.
- [20] Wilandari, Y., Gunardi, G. & Effendie, A. R., 2021. Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode Deterministik Dan Stokastik. *Jurnal Statistika Universitas Muhammadiyah Semarang*, Vol. 9, No. 1, 56-63.