

Cross-Correlation Analysis in Evaluating Spatio-Temporal Data Dependence of Climate Variables Through the GSTAR Model

Analisis Korelasi Silang dalam Mengevaluasi Kebergantungan Data Ruang-Waktu Variabel Iklim Melalui Model GSTAR

Nurhayati^{1*}, Muhammad Rozzaq Hamidi², Utriweni Mukhaiyar^{3*}, Kurnia Novita Sari⁴

¹*Doctoral Program in Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences,
Institut Teknologi Bandung, Indonesia*

²*Master Program in Actuarial Sciences, Faculty of Mathematics and Natural Sciences,
Institut Teknologi Bandung, Indonesia*

^{3,4}*Statistics Research Division, Faculty of Mathematics and Natural Sciences,
Institut Teknologi Bandung, Indonesia*

*Email:*¹nurhayati09.nur@gmail.com, ²mrozzaqhamidi@gmail.com,

³utriweni.mukhaiyar@itb.ac.id, ⁴ikur_ain@itb.ac.id

**Corresponding Author*

Received: 30 March 2025, revised: 24 April 2025, accepted: 25 April 2025

Abstract

Climate change analysis requires an approach which is capable to accommodate the dynamics of relationships between climatological variables in space and time dimensions. Temperature, humidity, and rainfall vary temporally and exhibit spatial dependence across locations. This study applies the Generalized Space-Time Autoregressive (GSTAR) model to analyze the spatial and temporal dependence patterns of climate variables in Tasikmalaya. The novelty of this study lies in the cross-correlation analysis of climate variables using actual data and model estimation results. This analysis can be used to assess how well the GSTAR model maintains the spatio-temporal dependence pattern. GSTAR modeling is performed by applying the Three-Stage Iterative Box-Jenkins method to space-time data. The results indicate that GSTAR(3;1,1,1) is the best-fitting model. Furthermore, this model consistently captures historical data patterns and accommodates the dynamic dependencies between climate variables at the two observation locations. The results show that the GSTAR(3;1,1,1) model consistently represents historical data patterns and accommodates the dynamics of relationships between meteorological variables at the observed locations. This finding confirms that the GSTAR model is an effective approach for capturing the spatio-temporal dependence of climate data, particularly in preserving the natural relationship patterns in actual data.

Keywords: Climate variables, cross-correlation, dependence, estimation, space-time.

Abstrak



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari

Analisis perubahan iklim memerlukan pendekatan yang mampu mengakomodasi dinamika kebergantungan antar variabel klimatologi dalam dimensi ruang dan waktu. Suhu, kelembaban, dan curah hujan tidak hanya bervariasi secara temporal, tetapi juga menunjukkan pola kebergantungan spasial antar lokasi. Penelitian ini menerapkan model *Generalized Space-Time Autoregressive* (GSTAR) untuk menganalisis pola kebergantungan ruang dan waktu variabel iklim di Tasikmalaya. Kebaruan dalam penelitian ini terletak pada analisis korelasi silang antar variabel iklim di dua lokasi pengamatan di Tasikmalaya menggunakan data aktual dan hasil estimasi model. Analisis ini berguna untuk mengevaluasi sejauh mana model GSTAR mampu mempertahankan pola kebergantungan ruang-waktu. Pemodelan GSTAR dilakukan dengan menerapkan Tiga Tahap Iteratif Box-Jenkins pada data ruang-waktu. Hasil dari pemodelan tersebut memberikan GSTAR(3;1,1,1) sebagai model terbaik. Selanjutnya, diperoleh bahwa model ini secara konsisten mampu merepresentasikan pola historis data serta mengakomodasi dinamika kebergantungan antar variabel iklim di dua lokasi pengamatan. Temuan ini menegaskan bahwa model GSTAR merupakan pendekatan yang efektif dalam merepresentasikan kebergantungan ruang-waktu data iklim, terutama dalam kemampuannya mempertahankan pola hubungan alamiah pada data aktual.

Kata kunci: Variabel iklim, korelasi silang, kebergantungan, estimasi, ruang-waktu.

1. PENDAHULUAN

Data iklim yang disusun secara berurutan dengan interval waktu yang sama, seperti harian, mingguan, atau bulanan, disebut data deret waktu. Data iklim tersebut dapat direpresentasikan sebagai barisan peubah acak, dengan nilai pada suatu periode di suatu lokasi memiliki kebergantungan terhadap nilai di periode sebelumnya [19] dan di lokasi sekitarnya. Kombinasi kebergantungan ini menyebabkan data iklim memiliki struktur yang kompleks dan tidak dapat dianalisis dengan model statistik konvensional yang mengasumsikan independensi antar observasi. Salah satu model konvensional yang biasa digunakan adalah model *Autoregressive Moving Average* (ARMA), yang hanya dapat memodelkan kebergantungan antar observasi pada satu lokasi saja. Oleh karena itu, diperlukan pendekatan yang mampu mengakomodasi kebergantungan ruang dan waktu secara simultan, yaitu model *Generalized Space-Time Autoregressive* (GSTAR)[3].

Model GSTAR tidak hanya mempertimbangkan pengaruh observasi sebelumnya di lokasi yang sama, tetapi juga memperhitungkan kebergantungan dengan lokasi lain di sekitarnya [2][6]. Untuk mengakomodasi perbedaan karakteristik antar lokasi, model ini menggunakan matriks bobot yang merepresentasikan kebergantungan spasial antar lokasi [4]. Pemilihan matriks bobot yang tepat sangat penting karena dapat memperjelas kebergantungan spasial dalam data, sehingga meningkatkan akurasi prediksi terutama di lokasi dengan karakteristik cuaca yang bervariasi [3][5]. Penerapan model ini dalam analisis data ruang-waktu telah banyak digunakan karena kemampuannya dalam meningkatkan akurasi prediksi [23].

Pada bidang meteorologi dan klimatologi, model GSTAR telah digunakan untuk menganalisis berbagai fenomena cuaca. Misalnya, GSTAR telah diterapkan untuk prediksi suhu udara di Sumatera Selatan, Riau, dan Jambi [1], serta dalam studi yang membandingkan GSTAR dan S-GSTAR dalam pemodelan suhu di Kabupaten Banjar, Cilacap, dan Sleman [21]. Selain itu, metode pembobotan lokasi berbasis kovariansi silang telah dikembangkan untuk menangani variabilitas tinggi dalam data curah hujan [20]. Penerapan GSTAR juga telah digunakan dalam analisis indeks pencemaran udara, yang memiliki keterkaitan erat dengan kondisi atmosfer dan pola cuaca [9]. Selain dalam analisis cuaca, model GSTAR telah diterapkan dalam berbagai bidang lain. Sebagai contoh, GSTAR(2;3,0) telah digunakan untuk menganalisis produksi teh bulanan di enam perkebunan di Jawa Barat dengan pemilihan model berdasarkan *Inverse Autocovariance Matrix* (IACM) [12]. Penelitian lain mengkaji kestasioneran GSTAR(1;1) menggunakan matriks bobot kernel [20] serta menerapkan GSTAR(1;1) dengan matriks bobot *minimum spanning tree* (MST) untuk memodelkan kasus COVID-19 di Pulau Jawa [11]. Selain itu, pemanfaatan MST dalam

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari

pembentukan matriks bobot GSTAR menunjukkan bahwa GSTAR(2;1,1) merupakan model terbaik [12], sementara penelitian lain mengembangkan GSTARX dengan faktor *outlier* [13]. Selanjutnya, GSTAR dengan efek heteroskedastisitas (GSTAR-ARCH) telah dikembangkan untuk menangani variabilitas yang tidak konstan dalam data ruang-waktu [10][15]. Dengan fleksibilitasnya dalam menangani kebergantungan ruang-waktu, model GSTAR terus dikembangkan dan diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu guna meningkatkan akurasi prediksi dan pemahaman terhadap fenomena yang kompleks.

Penelitian ini menganalisis penerapan model GSTAR untuk mengevaluasi kebergantungan ruang-waktu variabel iklim di Tasikmalaya, Provinsi Jawa Barat, dengan fokus pada dua lokasi, yaitu Gunung Satria dan Cacaban Salopa. Model GSTAR digunakan untuk mengakomodasi kebergantungan ruang-waktu dalam data iklim, yang mencakup suhu, kelembaban, dan curah hujan. Salah satu alat ukur kebergantungan antar variabel adalah korelasi silang. Beberapa penelitian sebelumnya telah mengeksplorasi korelasi silang dalam analisis meteorologi. Penelitian [16] menganalisis tren suhu udara dengan menggunakan korelasi silang untuk memahami kebergantungan suhu antar lokasi serta pola musiman dalam data jangka panjang. Penelitian lain, seperti [7][8][17], juga mengkaji korelasi silang dalam variabel klimatologi untuk memahami dinamika perubahan iklim. Berbeda dengan penelitian sebelumnya, penelitian ini menggunakan korelasi silang tidak hanya untuk memahami pola kebergantungan dalam data, tetapi juga digunakan untuk mengevaluasi sejauh mana model GSTAR mampu mempertahankan pola kebergantungan tersebut. Evaluasi dilakukan dengan membandingkan hasil estimasi model dengan data aktual guna menilai konsistensi model dalam merepresentasikan pola historis serta dinamika perubahan variabel klimatologi. Dengan demikian, hasil penelitian ini memberikan wawasan baru mengenai kebergantungan lokasi dan waktu variabel iklim di Tasikmalaya, sekaligus menegaskan efektivitas model GSTAR dalam merepresentasikan kebergantungan tersebut.

Selanjutnya, artikel ini disusun sebagai berikut. Bagian 2 menjelaskan metode penelitian, mencakup tahapan pengolahan data serta teknik analisis yang diterapkan. Bagian 3 membahas pemodelan *Generalized STAR* (GSTAR) dan penerapannya dalam analisis fenomena cuaca. Bagian 4 menyajikan analisis korelasi silang antar variabel dan antar lokasi untuk memahami kebergantungan ruang-waktu dalam data iklim. Terakhir, Bagian 5 merangkum temuan utama penelitian serta implikasinya terhadap pemodelan kebergantungan ruang-waktu variabel klimatologi.

2. METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini digunakan tiga tahap utama sebagai metodologi penelitian, yaitu proses penyiapan data, tahap pemodelan GSTAR, dan analisis kebergantungan silang. Ketiga tahapan tersebut dirancang untuk memastikan bahwa analisis terhadap data dilakukan secara sistematis dan tepat guna memperoleh hasil yang akurat dan andal.

Tabel 1. Lokasi Pengamatan Penelitian

No.	Lokasi Pengamatan	Letak Geografis	
		Lintang	Bujur
1.	Gunung Satria	-7,249	108,008
2.	Cacaban Salopa	-7,514	108,279

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

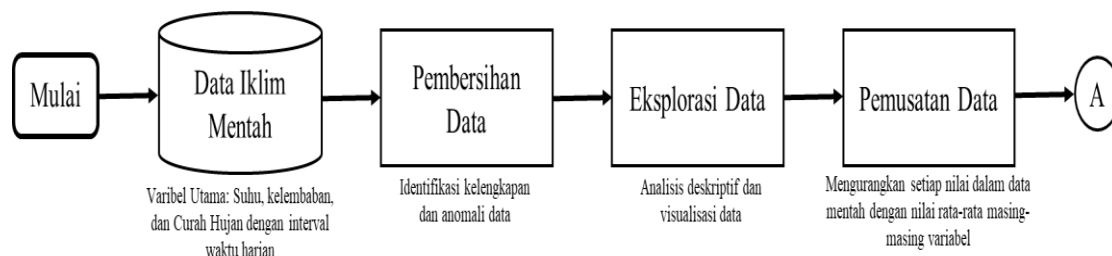
Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari



Gambar 1. Peta Pengamatan Penelitian

Tahap Penyiapan Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder berupa data iklim di area studi Kabupaten Tasikmalaya meliputi suhu, kelembaban, dan curah hujan selama periode Januari 2000 hingga Desember 2023. Ketiga data iklim tersebut diperoleh dari NASA POWER yang diakses secara online melalui situs <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer/> (diakses pada 15 Agustus 2024). Pemilihan lokasi pengamatan didasarkan pada lokasi stasiun pengamatan hujan yang dikelola oleh Balai Pengelolaan Sumber Daya Air (BPSDA) Ciwulan-Cilaki dan Citanduy. Secara rinci, proses penyiapan data ini disajikan pada Gambar 2, sementara lokasi pengamatan penelitian ditampilkan dalam Tabel 1.

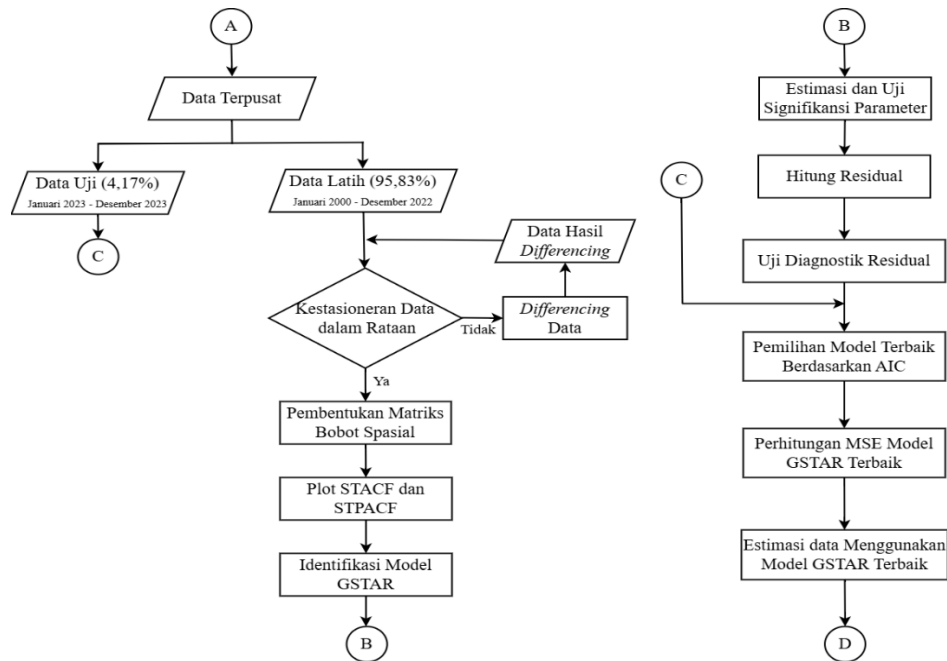


Gambar 2. Proses Penyiapan Data

Tahap Pemodelan GSTAR

Pada tahap ini, dikonstruksi model GSTAR untuk menganalisis kebergantungan ruang-waktu antara variabel iklim di dua lokasi pengamatan. Alur kerja dalam pengkonstruksian model GSTAR disajikan pada Gambar 3. Gambar ini berserta Gambar 2 dan Gambar 4 merupakan rangkaian pemodelan GSTAR. Notasi A, B, C, dan D dalam lingkaran pada gambar-gambar tersebut merupakan konektor (penghubung) antar tahap dalam alur pemodelan tersebut. Agar memperoleh gambaran besar mengenai tahapan pemodelan, konektor tersebut ditempatkan pada empat blok utama yaitu blok Penyiapan data (A), Identifikasi Model (B), Evaluasi (C), dan Estimasi (D).

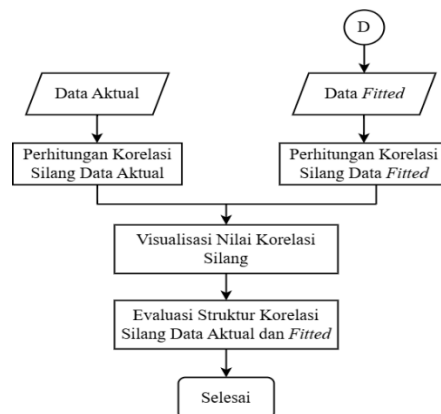
JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari



Gambar 3. Proses Pemodelan GSTAR

Tahap Analisis Kebergantungan Silang

Pada tahap ini dilakukan analisis kebergantungan silang antar variabel pengamatan yang direpresentasikan oleh nilai korelasi silang. Evaluasi kebergantungan dilakukan antar variabel di masing-masing lokasi maupun antar lokasi pada variabel yang sama. Analisis korelasi silang dilakukan pada dua jenis data yaitu data aktual dan data hasil estimasi menggunakan model GSTAR (*data fitted*). Pada prinsipnya analisis ini dapat dilakukan secara paralel dengan pemodelan GSTAR, langsung pada data aktual. Sehubungan bahwa analisis kebergantungan silang juga dilakukan pada data hasil estimasi model GSTAR maka analisis ini dilakukan setelah rangkaian pemodelan GSTAR selesai. Analisis pada dua jenis data dapat digunakan untuk mengevaluasi sejauh mana model GSTAR mampu mempertahankan pola kebergantungan tersebut. Secara rinci, proses analisis pada tahap ini disajikan pada Gambar 4.



Gambar 4. Proses Analisis Kebergantungan Silang pada Data Pengamatan

3. PEMODELAN *GENERALIZED STAR* DAN APLIKASINYA

Misalkan suatu proses stokastik terpusat $\{Y_{i,t}\}$ pada lokasi $i = 1, 2, \dots, N$ dan waktu $t = p + 1, p + 2, \dots, T$ yang mengikuti model GSTAR dengan orde waktu p dan orde spasial $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$. Model ini dinotasikan sebagai $\text{GSTAR}(p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$ jika memenuhi Persamaan (1) berikut:

$$Y_{i,t} = \sum_{k=1}^p \left[\phi_{k0}^{(i)} Y_{i,t-k} + \sum_{l=1}^{\lambda_k} \phi_{kl}^{(i)} w_{ij}^{(\ell)} Y_{j,t-k} \right] + \varepsilon_{i,t} \quad (1)$$

dengan $\varepsilon_{i,t}$ adalah residual di lokasi i pada waktu t , $\phi_{kl}^{(i)}$ adalah parameter autoregresif untuk lag waktu k dan lag spasial ℓ , dan $w_{ij}^{(\ell)}$ adalah bobot spasial lokasi j terhadap lokasi i pada lag spasial ℓ . Selanjutnya, pengamatan $Y_{i,t}$ untuk setiap lokasi i yang dikoleksi dalam sebuah vektor dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\mathbf{Y}_t = \sum_{k=1}^p \left[\Phi_{k0} \mathbf{Y}_{t-k} + \sum_{l=1}^{\lambda_k} \Phi_{kl} \mathbf{W}^{(\ell)} \mathbf{Y}_{t-k} \right] + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (2)$$

dengan

- $\mathbf{Y}_t$: Vektor pengamatan pada waktu ke- t lokasi ke- i berukuran $N \times 1$
- Φ_{k0} : Matriks diagonal parameter autoregresif pada waktu ke- k dan orde spasial ke-0
 $\Phi_{k0} = \text{diag}(\phi_{k0}^{(1)}, \phi_{k0}^{(2)}, \dots, \phi_{k0}^{(N)})$
- Φ_{kl} : Matriks diagonal parameter autoregresif pada waktu ke- k dan orde spasial ke- l
 $\Phi_{kl} = \text{diag}(\phi_{kl}^{(1)}, \phi_{kl}^{(2)}, \dots, \phi_{kl}^{(N)})$
- $\mathbf{W}^{(\ell)}$: Matriks bobot untuk orde spasial l dengan $\ell = 0, 1, 2, \dots, \lambda_p$ berukuran $N \times N$.
 Jika $\ell = 0$ maka matriks $\mathbf{W}^{(0)} = \mathbf{I}$, dan $\ell > 0$ maka matriks bobot didefinisikan sebagai matriks dengan diagonal 0 dan jumlah setiap baris adalah satu.
- $\boldsymbol{\varepsilon}_t$: Vektor residual pada saat t yang berdistribusi normal identik dan saling bebas dengan rata-rata nol dan variansi konstan berukuran $N \times 1$ (Vektor *White Noise*)

Jika model GSTAR memiliki orde waktu satu dan orde spasial satu, yang dinotasikan sebagai $\text{GSTAR}(1;1)$ maka Persamaan (2) dapat dituliskan sebagai Persamaan (3) berikut.

$$\mathbf{Y}_t = (\Phi_{10} + \Phi_{11} \mathbf{W}^{(1)}) \mathbf{Y}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (3)$$

atau

$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ \vdots \\ Y_{N,t} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \phi_{10}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_{10}^{(2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{10}^{(N)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_{11}^{(2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{11}^{(N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \dots & w_{1N} \\ w_{21} & 0 & \dots & w_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N1} & w_{N2} & \dots & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \\ \vdots \\ Y_{N,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{N,t} \end{bmatrix}$$

Dalam pemodelan GSTAR, ketergantungan antar lokasi merupakan aspek yang penting sehingga diperlukan mekanisme pembobotan yang tepat yang direpresentasikan melalui matriks bobot. Nilai pembobotan dipilih sedemikian sehingga memenuhi syarat $w_{ii}^{(\ell)} = 0$ dan $\sum_{j \neq i} w_{ij}^{(\ell)} = 1$. Pembobotan invers jarak sering digunakan dalam pemodelan GSTAR karena mempertimbangkan jarak geografis yang sesungguhnya antara lokasi-lokasi pengamatan [1]. Bobot yang paling umum

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari

digunakan adalah pembobotan berdasarkan invers dari jarak *Euclidean* atau garis lurus antar lokasi. Pembobotan ini dihitung berdasarkan koordinat lintang dan bujur dari setiap lokasi, kemudian dinormalisasi agar bobot yang dihasilkan lebih representatif dalam menggambarkan kebergantungan spasial. Selanjutnya penentuan bobot invers jarak dapat dilakukan melalui Persamaan (4) berikut [18]:

$$w_{ij} = \frac{w_{ij}^*}{\sum_{k=1}^p w_{ik}^*}, \quad (4)$$

$$w_{ij}^* = \begin{cases} \frac{1}{d_{ij}}, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases} \quad \text{dan} \quad d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

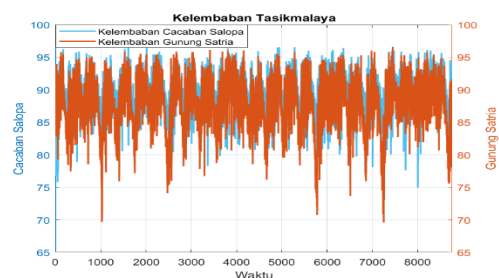
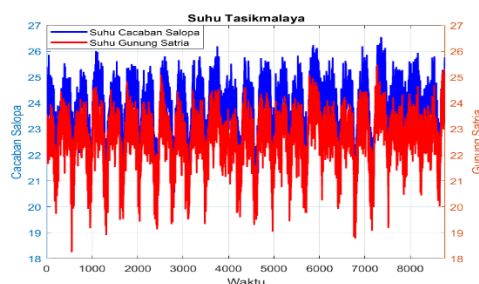
dengan

- d_{ij} : Jarak lokasi i ke lokasi j
- w_{ij} : Bobot normalisasi antara lokasi i dan lokasi j
- w_{ij}^* : Bobot awal (sebelum normalisasi) antara lokasi i dan lokasi j
- $\sum_{k=1}^p w_{ik}^*$: Total bobot awal dari semua lokasi yang berhubungan dengan lokasi i
- (x_i, y_i) : Koordinat lintang dan bujur lokasi i

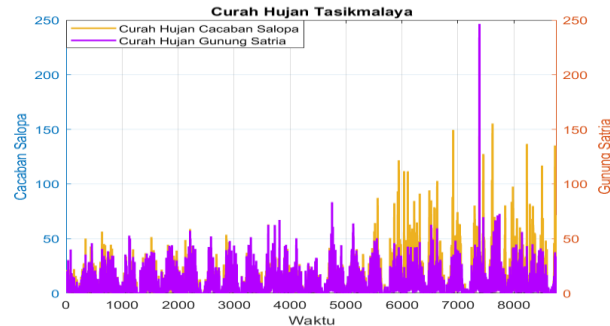
Aplikasi Model GSTAR pada Data Iklim

Dalam studi klimatologi, variabel suhu, kelembaban, dan curah hujan merupakan komponen utama yang saling berkaitan dalam menentukan kondisi iklim suatu wilayah. Oleh karena itu, diperlukan metode analisis yang mampu menangkap dinamika spasial dan temporal dari ketiga variabel tersebut secara terpadu. Model GSTAR menawarkan pendekatan statistik yang efektif untuk mengidentifikasi pola perubahan iklim dengan mempertimbangkan keterkaitan antar lokasi. Dengan demikian, penggunaan model GSTAR diharapkan dapat memberikan kontribusi yang signifikan dalam memahami dinamika iklim secara lebih komprehensif di wilayah kajian.

Model GSTAR digunakan untuk mengidentifikasi pola perubahan suhu, kelembaban, dan curah hujan serta memahami kebergantungan antar lokasi dalam memengaruhi dinamika iklim di wilayah tersebut. Berdasarkan Gambar 5 diperoleh bahwa suhu di Cacaban Salopa cenderung lebih tinggi dengan pola fluktuasi yang relatif stabil, sementara kelembaban udara di Gunung Satria lebih tinggi dengan tingkat variabilitas yang lebih besar. Selain itu, curah hujan di Gunung Satria menunjukkan puncak intensitas yang lebih tinggi dan fluktuasi yang lebih signifikan dibandingkan dengan Cacaban Salopa, meskipun rata-rata hariannya lebih besar di Cacaban Salopa. Perbedaan ini kemungkinan dipengaruhi oleh faktor topografi setempat. Visualisasi ini memberikan gambaran tentang perbedaan karakteristik iklim di kedua lokasi, yang dapat menjadi dasar dalam analisis lebih lanjut terkait pola iklim di wilayah tersebut. Selain itu, gambaran umum data iklim di dua lokasi pengamatan dapat dilihat pada Tabel 2.



JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari



Gambar 5. Sari Grafik Data Deret Waktu Suhu, Kelembaban, dan Curah Hujan Harian

Tabel 2 menunjukkan bahwa suhu di Cacaban Salopa lebih tinggi dengan rata-rata $23,746^{\circ}\text{C}$ dibandingkan dengan Gunung Satria yang memiliki rata-rata $22,661^{\circ}\text{C}$. Fluktuasi suhu juga lebih besar di Cacaban Salopa. Kelembaban di Cacaban Salopa sedikit lebih tinggi, dengan rata-rata $89,169\%$, dibandingkan dengan Gunung Satria yang memiliki rata-rata $87,801\%$. Namun, kelembaban di Gunung Satria menunjukkan variasi yang lebih besar. Perbedaan yang signifikan terlihat pada curah hujan, meskipun rata-rata curah hujan harian di Cacaban Salopa lebih tinggi, yaitu $8,287\text{ mm}$, dibandingkan dengan $6,733\text{ mm}$ di Gunung Satria. Namun, nilai maksimum curah hujan di Gunung Satria tercatat lebih besar, yaitu $246,420\text{ mm}$. Hal ini menunjukkan bahwa peristiwa hujan ekstrem lebih mungkin terjadi di Gunung Satria, meskipun secara umum curah hujan harian di Cacaban Salopa lebih tinggi.

Selanjutnya, nilai *skewness* berkisar antara $-0,747$ hingga $-0,482$ (dekat ke nilai 0) menunjukkan bahwa fluktuasi suhu dan kelembaban di kedua lokasi relatif seimbang antara nilai rendah dan tinggi, tanpa kecenderungan ekstrem ke salah satu sisi distribusi data. Sebaliknya, curah hujan menunjukkan *skewness* positif yang signifikan, yaitu $4,297$ di Gunung Satria dan $4,186$ di Cacaban Salopa, mengindikasikan bahwa sebagian besar hari memiliki curah hujan rendah, namun terdapat beberapa hari dengan curah hujan sangat tinggi. Artinya, hujan ekstrem lebih mungkin terjadi meskipun jarang. Selain itu, nilai kurtosis curah hujan yang tinggi, yaitu $69,203$ di Gunung Satria dan $37,080$ di Cacaban Salopa, mengindikasikan bahwa distribusi curah hujan memiliki puncak yang sangat tinggi dan ekor distribusi yang panjang. Lebih jauh, nilai curah hujan memiliki kecenderungan untuk terkonsentrasi pada nilai-nilai tertentu yang cukup rendah. Meskipun tetap ada kemungkinan terjadi hujan dengan intensitas sangat tinggi sebagai peristiwa ekstrem, terutama di Gunung Satria.

Tabel 2. Sari Numerik Data Deret Waktu Suhu, Kelembaban, dan Curah Hujan Harian

Ukuran Statistik	Gunung Satria			Cacaban Salopa		
	Suhu	Kelembaban	Curah Hujan	Suhu	Kelembaban	Curah Hujan
Notasi	$X_{1,t}$	$Y_{1,t}$	$Z_{1,t}$	$X_{2,t}$	$Y_{2,t}$	$Z_{2,t}$
N			8.766			
Mean	22,661	87,801	6,733	23,746	89,169	8,287
Standar Deviasi	0,989	3,617	8,947	1,117	2,777	12,051
Minimum	18,250	69,620	0,000	19,550	74,940	0,000
Kuartil 1	22,150	85,810	0,550	23,153	87,500	0,740

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari

Median	22,800	88,310	3,635	23,980	89,380	4,370
Kuartil 3	23,330	90,250	9,718	24,520	91,060	11,090
Maksimum	25,480	96,620	246,420	26,550	96,560	225,010
Skewness	-0,747	-0,883	4,297	-0,797	-0,482	4,186
Kurtosis	3,683	4,436	69,203	3,335	3,712	37,080

Setelah dilakukan analisis awal yang ditampilkan dalam Tabel 2, tahap selanjutnya dalam pemodelan GSTAR adalah menguji stasioneritas data. Jika data tidak stasioner, maka estimasi parameter model bisa menjadi bias dan hasil prediksi menjadi tidak akurat. Oleh karena itu, uji stasioneritas dilakukan untuk memastikan bahwa data telah memenuhi asumsi dasar yang dibutuhkan sebelum melangkah ke tahap estimasi model. Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) digunakan untuk mengevaluasi stasioneritas data dari dua lokasi pengamatan. Berdasarkan taraf signifikansi 5%, hasil pengujian yang disajikan dalam Tabel 3 menunjukkan bahwa data dari kedua lokasi telah memenuhi asumsi stasioneritas. Dengan demikian, tidak diperlukan proses *differencing* lebih lanjut untuk mencapai stasioneritas.

Tabel 3. Hasil Uji ADF Iklim Tasikmalaya

Variabel	P-Value		Kesimpulan
	Gunung Satria	Cacaban Salopa	
Suhu			
Kelembaban		0,01	Stasioner
Curah Hujan			

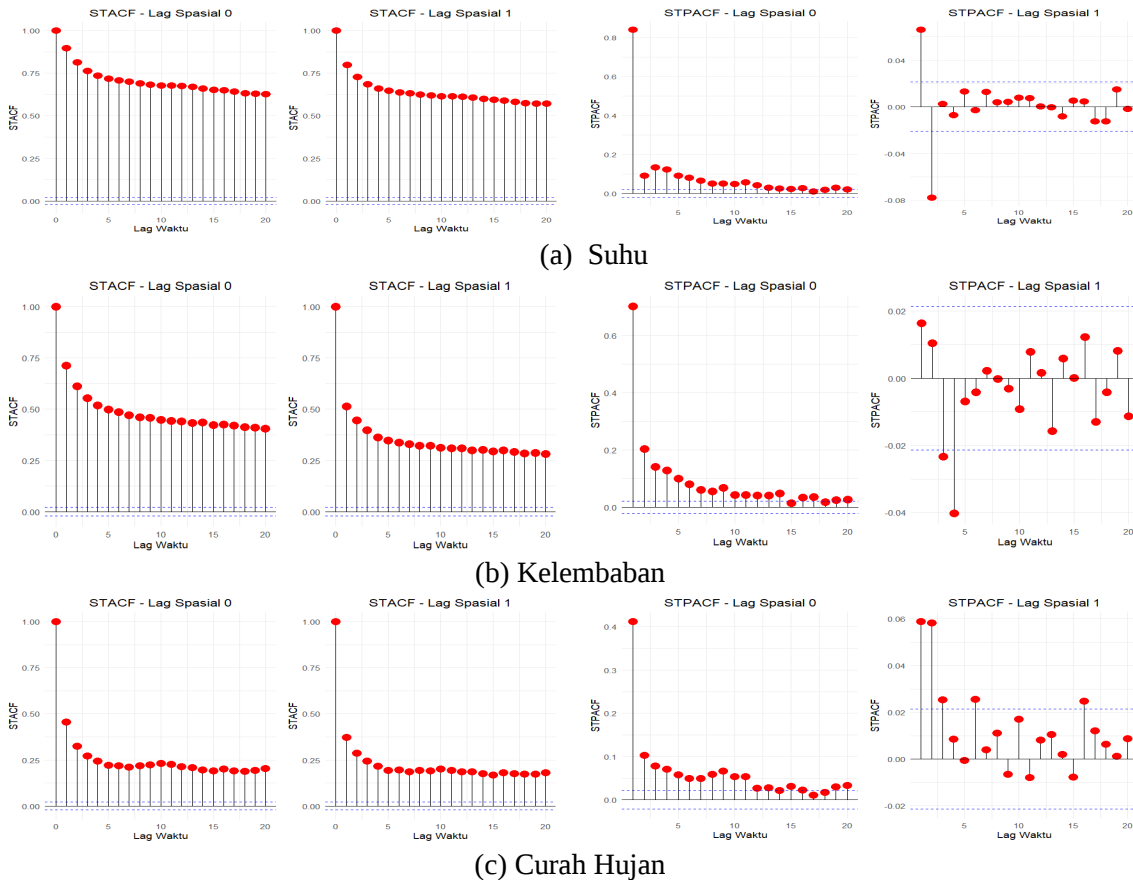
Pada pemodelan GSTAR, salah satu komponen utama yang menggambarkan ketergantungan antara lokasi-lokasi dalam sistem spasial yang dianalisis adalah matriks bobot. Pada penelitian ini, matriks bobot spasial yang dikonstruksi merupakan matriks yang terdiri atas elemen 0 pada diagonal utama dan elemen 1 pada posisi lainnya. Dengan demikian, setiap lokasi berhubungan dengan lokasi lainnya secara seragam dengan bobot yang sama. Struktur tersebut mencerminkan bahwa kontribusi spasial dari setiap lokasi tetangga dianggap sama, tanpa mempertimbangkan jarak atau intensitas hubungan antar lokasi. Struktur tersebut selanjutnya dituliskan dalam Persamaan (5) berikut.

$$W^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Matriks bobot yang dikonstruksi pada Persamaan (5) selanjutnya digunakan untuk mengidentifikasi model GSTAR yang sesuai dengan membangun plot *Space-Time Autocorrelation Function* (STACF) dan *Space-Time Partial Autocorrelation Function* (STPACF). Identifikasi model GSTAR($p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) dapat dilakukan dengan menganalisis plot STPACF pada orde spasial λ_p . Model dikatakan memiliki sifat *cut-off* jika lag pada orde p yang melewati batas signifikansi, sementara lag lainnya tidak menunjukkan ketergantungan yang signifikan. Orde spasial satu merepresentasikan bahwa kejadian pada suatu lokasi dipengaruhi oleh kejadian pada lokasi terdekat. Dalam konteks data pada penelitian ini, pengaruh dari lokasi yang lebih jauh tidak menunjukkan signifikansi yang kuat, sehingga tidak perlu dimasukkan dalam model. Oleh karena itu, dalam penelitian ini hanya digunakan orde spasial satu. Model yang dipertimbangkan dalam pemodelan meliputi GSTAR(1;1), GSTAR(2;1,1), dan GSTAR(3;1,1,1), karena ditemukan *cut-off* pada lag waktu ke-3 dengan lag spasial 1, sebagaimana ditunjukkan dalam plot STACF dan STPACF pada Gambar 6.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari



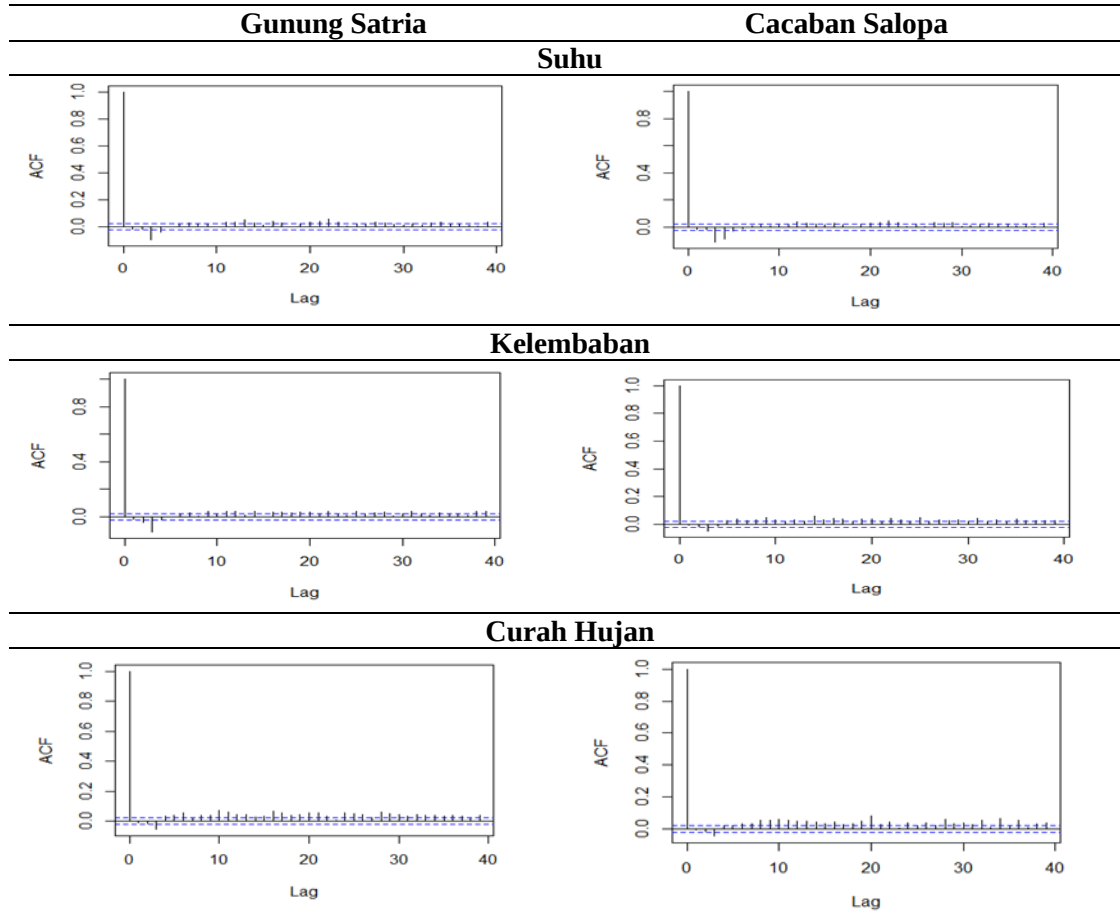
Gambar 6. Grafik STACF dan STPACF untuk Lag Spasial 0 dan 1

Selanjutnya, penaksiran parameter merupakan bagian terpenting dalam memodelkan dan memprediksi kebergantungan ruang-waktu. Penelitian ini menggunakan metode *Ordinary Least Squares* (OLS) untuk mengestimasi parameter guna memperoleh hasil yang optimal. Hasil estimasi parameter untuk ketiga variabel disajikan pada Tabel 4. Berdasarkan estimasi parameter yang diperoleh, selanjutnya dilakukan uji diagnostik pemenuhan asumsi *white noise* dan homoskedastis pada residual. Uji ini bertujuan untuk menilai keakuratan model dalam melakukan prediksi. Asumsi normalitas diuji menggunakan Kolmogorov-Smirnov (KS), sedangkan asumsi homoskedastisitas diuji dengan ARCH LM-Test. Hasil pengujian menunjukkan adanya indikasi bahwa residual tidak berdistribusi normal, tidak bersifat homoskedastis, serta terdapat efek ARCH yang signifikan.

Asumsi *white noise* penting untuk dipenuhi karena merupakan asumsi awal yang digunakan dalam mengkonstruksi model GSTAR pada Persamaan (2) dan (3). Pengujian terpenuhinya asumsi ini dikenakan pada residual, yang merupakan realisasi dari galat $\varepsilon_{i,t}$. Jika residual masih menunjukkan adanya autokorelasi atau heteroskedastisitas, maka hal ini menandakan bahwa model belum sepenuhnya merepresentasikan struktur kebergantungan yang ada dalam data. Kondisi tersebut dapat berdampak pada penurunan keakuratan hasil prediksi. Oleh karena itu, kegagalan dalam memenuhi asumsi ini menjadi dasar untuk mempertimbangkan pemodelan lanjutan, seperti penggunaan model GSTAR yang dikombinasikan dengan ARCH, atau pendekatan lain yang mampu mengakomodasi pola heteroskedastis maupun autokorelasi dalam residual. Untuk menunjang analisis, dilakukan visualisasi estimasi autokorelasi pada residual model GSTAR(3;1,1,1) yang disajikan pada Gambar 8. Berdasarkan Gambar 8 diperoleh bahwa terdapat autokorelasi yang signifikan pada beberapa *lag* waktu untuk semua variabel. Hal serupa juga ditemukan pada kandidat

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari

model GSTAR(1;1) maupun GSTAR(2;1,1). Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa ketiga kandidat model yang digunakan tidak memenuhi asumsi *white noise* residual.



Gambar 7. Estimasi Autokorelasi Residual Model GSTAR(3;1,1,1)

Tabel 4. Hasil Estimasi Parameter untuk Variabel Suhu, Kelembaban, dan Curah Hujan

Model	Parameter	Estimasi	Standar Error	Parameter	Estimasi	Standar Error	AIC
Suhu							
GSTAR (1;1)	$\phi_{10}^{(1)}$	0,7290	1,9330	$\phi_{11}^{(1)}$	0,1500	1,4947	21.570,58
	$\phi_{10}^{(2)}$	0,9244	1,4947	$\phi_{11}^{(2)}$	-0,0155	1,9330	
GSTAR (2;1,1)	$\phi_{10}^{(1)}$	0,6125	4,2544	$\phi_{11}^{(1)}$	0,3045	4,3360	21.408,09
	$\phi_{10}^{(2)}$	0,9122	4,3360	$\phi_{11}^{(2)}$	-0,0452	4,2544	
	$\phi_{20}^{(1)}$	0,1618	0,2476	$\phi_{21}^{(1)}$	-0,0377	4,4067	
	$\phi_{20}^{(2)}$	0,0094	4,4067	$\phi_{21}^{(2)}$	0,0377	4,2476	
GSTAR (3;1,1,1)	$\phi_{10}^{(1)}$	0,6022	4,3521	$\phi_{11}^{(1)}$	0,3072	4,3679	21.114,09
	$\phi_{10}^{(2)}$	0,8930	4,3679	$\phi_{11}^{(2)}$	-0,0273	4,3521	
	$\phi_{20}^{(1)}$	0,0412	5,9995	$\phi_{21}^{(1)}$	-0,1524	6,5015	
	$\phi_{20}^{(2)}$	-0,0475	6,5015	$\phi_{21}^{(2)}$	-0,0346	5,9999	
	$\phi_{30}^{(1)}$	0,1689	4,2528	$\phi_{31}^{(1)}$	-0,0693	4,5066	

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari

	$\phi_{30}^{(2)}$	0,0740	4,5066	$\phi_{31}^{(2)}$	0,0712	4,2528	
Kelembaban							
GSTAR (1;1)	$\phi_{10}^{(1)}$	0,8045	1,6667	$\phi_{11}^{(1)}$	-0,0655	2,7632	74.670,46
	$\phi_{10}^{(2)}$	0,5170	2,7632	$\phi_{11}^{(2)}$	0,1114	1,6667	
GSTAR (2;1,1)	$\phi_{10}^{(1)}$	0,5878	3,4549	$\phi_{11}^{(1)}$	-0,0035	3,8970	73.948,96
	$\phi_{10}^{(2)}$	0,4824	3,8970	$\phi_{11}^{(2)}$	0,0267	3,4549	
	$\phi_{20}^{(1)}$	0,2723	3,4269	$\phi_{21}^{(1)}$	-0,0654	3,8757	
	$\phi_{20}^{(2)}$	0,0890	3,8757	$\phi_{21}^{(2)}$	0,0876	3,4269	
GSTAR (3;1,1,1)	$\phi_{10}^{(1)}$	0,5444	3,5618	$\phi_{11}^{(1)}$	0,0095	3,9072	73.690,77
	$\phi_{10}^{(2)}$	0,4768	3,9072	$\phi_{11}^{(2)}$	0,0155	3,5618	
	$\phi_{20}^{(1)}$	0,1545	4,5553	$\phi_{21}^{(1)}$	-0,0102	4,7558	
	$\phi_{20}^{(2)}$	0,0725	4,7558	$\phi_{21}^{(2)}$	0,0569	4,5553	
	$\phi_{30}^{(1)}$	0,1968	3,5462	$\phi_{31}^{(1)}$	-0,0877	3,8926	
	$\phi_{30}^{(2)}$	0,0468	3,8926	$\phi_{31}^{(2)}$	0,0408	3,5462	
Curah Hujan							
GSTAR (1;1)	$\phi_{10}^{(1)}$	0,3453	5,8147	$\phi_{11}^{(1)}$	0,0416	3,6752	122.989,30
	$\phi_{10}^{(2)}$	0,4365	3,2912	$\phi_{11}^{(2)}$	0,0334	6,3043	
GSTAR (2;1,1)	$\phi_{10}^{(1)}$	0,3326	6,3043	$\phi_{21}^{(1)}$	0,1044	3,6796	122.569,60
	$\phi_{10}^{(2)}$	0,3729	3,6752	$\phi_{21}^{(2)}$	0,0272	6,3011	
	$\phi_{20}^{(1)}$	0,0156	6,3011	$\phi_{11}^{(1)}$	0,0416	3,6752	
	$\phi_{20}^{(2)}$	0,1438	3,6796	$\phi_{11}^{(2)}$	0,0334	6,3043	
GSTAR (3;1,1,1)	$\phi_{10}^{(1)}$	0,3273	6,2526	$\phi_{11}^{(1)}$	0,0339	3,6581	122.396,50
	$\phi_{10}^{(2)}$	0,3625	3,6581	$\phi_{11}^{(2)}$	0,0259	6,2526	
	$\phi_{20}^{(1)}$	-0,0181	6,8571	$\phi_{21}^{(1)}$	0,0983	4,0459	
	$\phi_{20}^{(2)}$	0,1226	4,0459	$\phi_{21}^{(2)}$	0,0020	6,8571	
	$\phi_{30}^{(1)}$	0,1007	6,2393	$\phi_{31}^{(1)}$	0,0046	3,6786	
	$\phi_{30}^{(2)}$	0,0486	3,6786	$\phi_{31}^{(2)}$	0,0706	6,2393	

Untuk keperluan analisis lebih lanjut, Model GSTAR(3;1,1,1) dipilih sebagai model terbaik berdasarkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Mean Square Error* (MSE) terkecil, sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 4. Secara rinci, estimasi model GSTAR(3;1,1,1) untuk variabel suhu, kelembaban, dan curah hujan di waktu t di masing-masing lokasi disajikan pada Persamaan (6).

Variabel Suhu

$$\begin{aligned}\hat{X}_{1,t} &= 0.6022X_{1,t-1} + 0.3072X_{2,t-1} + 0.0412X_{1,t-2} - 0.1524X_{2,t-2} + 0.1689X_{1,t-3} \\ &\quad - 0.0693X_{1,t-3} \\ \hat{X}_{2,t} &= 0.8930X_{2,t-1} - 0.0273X_{1,t-1} - 0.0475X_{2,t-2} - 0.1524X_{1,t-2} + 0.0740X_{2,t-3} \\ &\quad + 0.0712X_{1,t-3}\end{aligned}\quad (6)$$

Variabel Kelembaban

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{1,t} &= 0.5444Y_{1,t-1} + 0.0095Y_{2,t-1} + 0.1545Y_{1,t-2} - 0.0102Y_{2,t-2} + 0.1968Y_{1,t-3} \\ &\quad - 0.0877Y_{1,t-3} \\ \hat{Y}_{2,t} &= 0.4768Y_{2,t-1} + 0.0155Y_{1,t-1} + 0.0725Y_{2,t-2} + 0.0569Y_{1,t-2} + 0.0468Y_{2,t-3} \\ &\quad + 0.0408Y_{1,t-3}\end{aligned}\quad (7)$$

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari

Variabel Curah Hujan

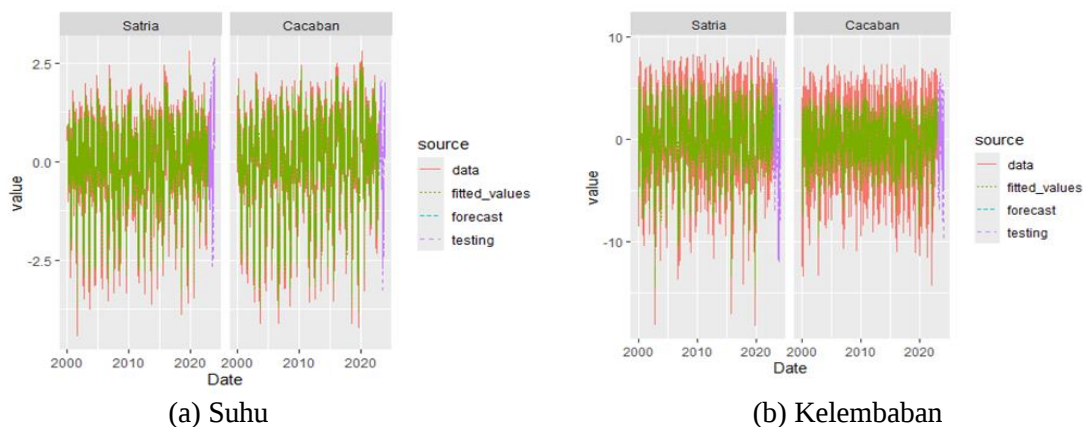
$$\begin{aligned}\hat{Z}_{1,t} &= 0.3273Z_{1,t-1} + 0.0339Z_{2,t-1} - 0.0181Z_{1,t-2} + 0.0983Z_{2,t-2} + 0.1007Z_{1,t-3} \\ &\quad + 0.0046Z_{1,t-3} \\ Z_{2,t} &= 0.3625Z_{2,t-1} + 0.0259Z_{1,t-1} + 0.1226Z_{2,t-2} + 0.0020Z_{1,t-2} + 0.0486Z_{2,t-3} \\ &\quad + 0.0706Z_{1,t-3}\end{aligned}\quad (8)$$

Berdasarkan Persamaan (6), (7), dan (8) terlihat bahwa model GSTAR(3;1,1,1) mempertimbangkan pengaruh observasi-observasi di tiga langkah (*lag*) waktu sebelumnya, masing-masing untuk variabel suhu, kelembaban, dan curah hujan. Model GSTAR(3;1,1,1) selanjutnya divalidasi menggunakan nilai MSE yang disajikan dalam Tabel 5. Tabel 5 menunjukkan bahwa nilai MSE bervariasi di setiap variabel dan lokasi. Di Gunung Satria, MSE terendah terdapat pada suhu dengan nilai 1,245, sedangkan curah hujan memiliki MSE tertinggi sebesar 56,823. Di Cacaban Salopa, suhu memiliki MSE terendah sebesar 1,166, sementara curah hujan menunjukkan MSE tertinggi sebesar 192,110. Hasil ini mengindikasikan bahwa model memiliki MSE lebih besar dalam memprediksi curah hujan dibandingkan variabel lainnya. Hal ini selaras bahwa variabilitas terbesar dimiliki oleh curah hujan, diikuti dengan kelembaban dan suhu, seperti yang terlihat pada Gambar 5.

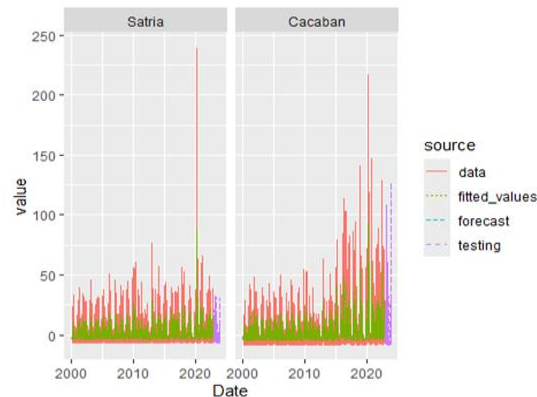
Tabel 5. Validasi Model untuk Model GSTAR(3;1,1,1)

Validasi Model	Gunung Satria			Cacaban Salopa		
	Suhu	Kelembaban	Curah Hujan	Suhu	Kelembaban	Curah Hujan
MSE	1,245	17,878	56,823	1,166	6,498	192,110

Selanjutnya, Gambar 9 menampilkan hasil estimasi dari model GSTAR(3;1,1,1) yang teridentifikasi sebagai model terbaik berdasarkan tahapan identifikasi sebelumnya. Hasil estimasi tersebut mencakup data hasil *fitted* dari data latih dan data hasil *forecasted* dari data uji. Berdasarkan Gambar 9 diperoleh bahwa suhu dan kelembaban cenderung berfluktuasi secara stabil dalam jangka panjang, meskipun variasinya cukup besar di kedua lokasi. Sebaliknya, curah hujan tampak memiliki lonjakan yang lebih tajam pada periode tertentu, yang bisa jadi mengindikasikan pola musiman atau kejadian ekstrem. Hasil estimasi yang disajikan pada Gambar 8 menunjukkan bahwa model GSTAR(3;1,1,1) mampu menangkap pola historis dengan cukup baik, terlihat dari hasil estimasi yang mengikuti data aktual. Meskipun demikian, model ini masih perlu disempurnakan karena asumsi diagnostik residual belum sepenuhnya terpenuhi.



JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari



(c) Curah Hujan

Gambar 9. Grafik Data Aktual dan Prediksi Iklim Tasikmalaya di Dua Lokasi

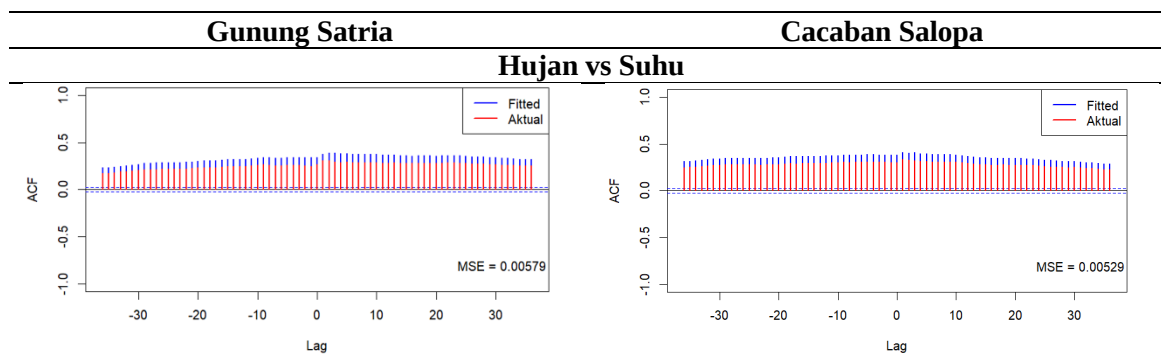
4. ANALISIS KORELASI SILANG

Korelasi silang adalah statistik yang digunakan untuk mengukur kebergantungan antara dua deret waktu pada lag waktu yang berbeda. Tujuannya adalah untuk memahami bagaimana satu deret waktu memengaruhi deret waktu lainnya atau apakah ada keterkaitan waktu antara keduanya. Analisis ini dilakukan untuk mengevaluasi sejauh mana model GSTAR yang dibangun mampu merepresentasikan pola hubungan antar variabel dan antar lokasi. Melalui analisis ini dapat diperoleh gambaran sisi lain dari kemampuan model GSTAR dalam melihat pola kebergantungan ruang-waktu antar variabel. Pada penelitian ini, perhitungan korelasi silang dilakukan pada data aktual dan data hasil estimasi menggunakan model yang disajikan pada Persamaan (6), (7) dan (8).

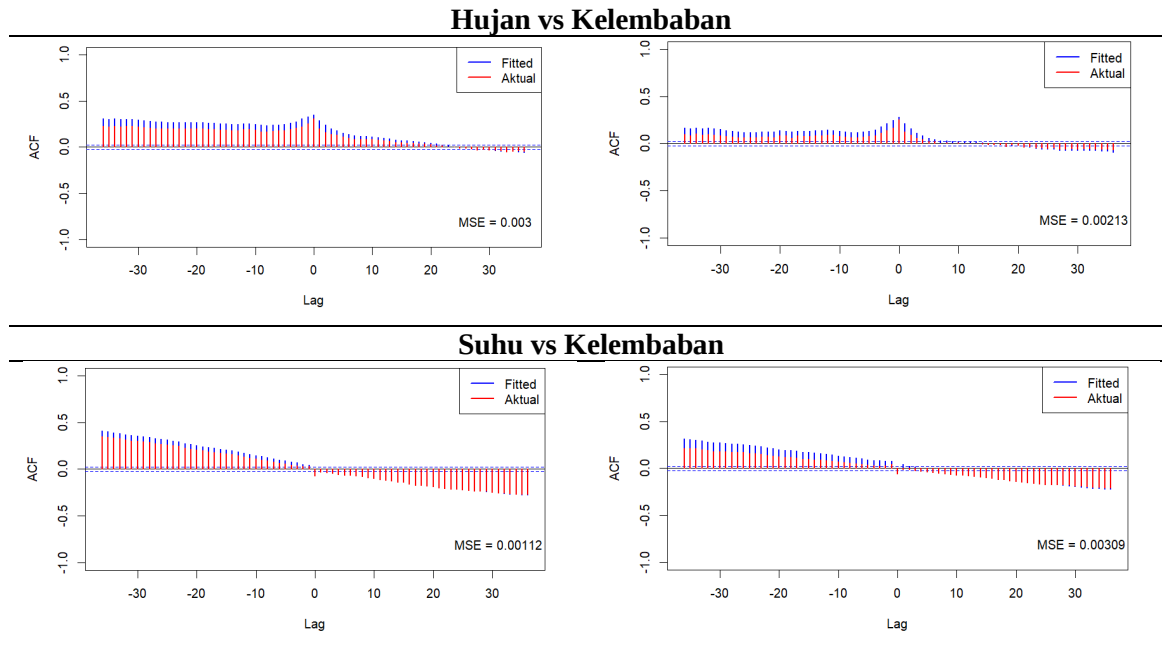
Perhitungan korelasi tersebut dilakukan menggunakan Persamaan (9) berikut.

$$Corr_{XY}(k) = \frac{Cov(X_{t+k}, Y_t)}{\sqrt{Var(X_{t+k})} \sqrt{Var(Y_t)}} \quad (9)$$

dengan $Cov(X_{t+k}, Y_t)$ adalah kovarians antara X_{t+k} dan Y_t . Untuk menilai signifikansi korelasi pada data aktual maupun data hasil estimasi, ditetapkan batas signifikansi yang dihitung sebagai $\pm \frac{1,96}{\sqrt{N}}$. Nilai N merupakan banyak observasi dalam data dan 1,96 adalah nilai kuantil distribusi normal standar pada tingkat kepercayaan 95%. Gambar 10 dan 11 menampilkan plot korelasi silang antar variabel dan antar lokasi *fitted* dan aktual untuk kedua lokasi pengamatan.



JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari



Gambar 10. Grafik Korelasi Silang antar Variabel *Fitted* dan Aktual

Analisis korelasi silang antar variabel berdasarkan Gambar 10 untuk kedua lokasi pengamatan dapat diinterpretasi sebagai berikut:

1. Korelasi antara Curah Hujan dan Suhu

- a) **Kebergantungan Positif:** Curah hujan dan suhu memiliki kebergantungan yang selalu positif, baik untuk lag positif maupun negatif.
- b) **Lag Positif:** Jika suhu saat ini naik, maka curah hujan cenderung meningkat kedepannya. Ini menunjukkan bahwa perubahan suhu memiliki efek tunda terhadap curah hujan.
- c) **Lag Negatif:** Jika curah hujan di masa lalu tinggi, maka suhu saat ini juga cenderung lebih tinggi. Ini berarti suhu sekarang masih dipengaruhi oleh kondisi hujan sebelumnya.
- d) **Konsisten di Dua Lokasi:** Pola kebergantungan ini terjadi di kedua tempat pengamatan, menunjukkan bahwa efeknya tidak hanya terbatas pada satu lokasi saja.

2. Korelasi antara Curah Hujan dan Kelembaban

- a) **Pola Berbeda di Setiap Lokasi:** Korelasi antara curah hujan dan kelembaban tidak sama di Gunung Satria dan Cacaban.
- b) **Gunung Satria:**
 - i) Korelasi signifikan terjadi pada lag negatif. Artinya, curah hujan di masa lalu masih berpengaruh kuat terhadap kelembaban saat ini.
 - ii) Hal ini mungkin disebabkan oleh proses akumulasi dan pelepasan uap air yang berlangsung lebih lama.
- c) **Cacaban:**
 - i) Pola korelasi berubah lebih cepat dari positif ke negatif.
 - ii) Korelasi positif lemah dan tidak bertahan lama.
 - iii) Sekitar lag sepuluh, korelasi sudah berubah menjadi negatif. Hal ini menunjukkan bahwa kelembaban cepat menurun setelah curah hujan, kemungkinan karena perbedaan topografi dan evaporasi yang lebih cepat dibandingkan Gunung Satria.

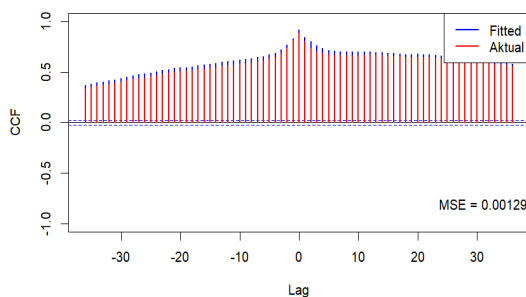
JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari

3. Korelasi antara Suhu dan Kelembaban

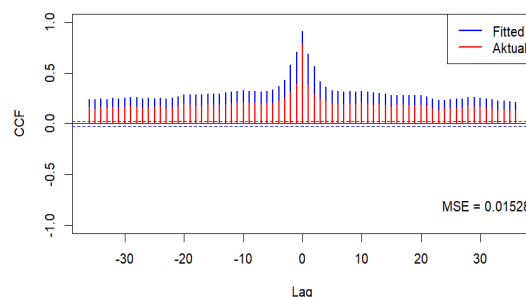
- a) **Korelasi Berubah Seiring Waktu:** Kebergantungan antara suhu dan kelembaban bergantung pada lag waktu.
- b) **Lag Negatif:**
 - i) Suhu dan kelembaban memiliki korelasi positif. Artinya, kelembaban saat ini masih dipengaruhi oleh suhu di masa lalu.
 - ii) Korelasi ini melemah secara bertahap hingga mencapai nol.
- c) **Lag Nol:**
 - i) Korelasi berubah menjadi negatif. Artinya, ketika suhu meningkat saat ini, kelembaban cenderung menurun.
 - ii) Ini terjadi karena udara yang lebih panas dapat menampung lebih banyak uap air, sehingga kelembaban relatif berkurang.
- d) **Lag Positif:**
 - i) Korelasi tetap negatif. Artinya, kenaikan suhu saat ini menyebabkan penurunan kelembaban di masa mendatang.
 - ii) Hal ini mungkin di akibatkan oleh peningkatan evaporasi dan transpirasi yang mempercepat hilangnya uap air dari lingkungan.

Selanjutnya, analisis korelasi silang antar lokasi berdasarkan Gambar 11 untuk kedua lokasi pengamatan dapat diinterpretasikan sebagai berikut:

1. **Korelasi Positif Sepanjang Lag Waktu**
 - a) Analisis korelasi silang menunjukkan bahwa setiap variabel iklim memiliki korelasi positif sepanjang lag waktu.
 - b) Nilai korelasi tertinggi terjadi pada lag 0.
2. **Kesamaan Perubahan Variabel iklim Antar Lokasi**
 - a) Perubahan variabel iklim di kedua lokasi cenderung terjadi bersamaan.
 - b) Kemungkinan dipengaruhi oleh faktor meteorologi yang sama, seperti pola sirkulasi atmosfer dan sistem tekanan udara.
3. **Pola Korelasi Bertahan pada Lag Positif dan Negatif**
 - a) Korelasi tetap ada pada lag positif maupun negatif.
 - b) Mengindikasikan adanya keterkaitan waktu antar lokasi.
 - c) Perubahan bisa terjadi lebih awal atau lebih lambat di satu lokasi dibandingkan lokasi lain.
4. **Kesesuaian Model dengan Data Aktual**
 - a) Hasil estimasi model menunjukkan pola yang serupa dengan data aktual.
 - b) Model yang digunakan mampu merepresentasikan kebergantungan ruang-waktu antar variabel dengan cukup baik.

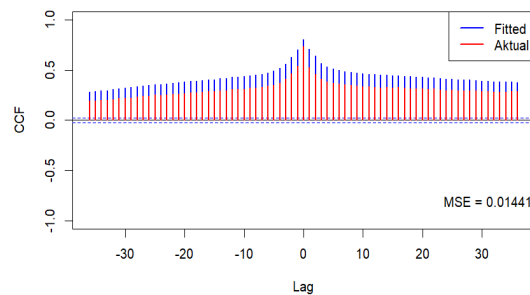


(a) Suhu



(b) Kelembaban

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari



(c) Curah Hujan

Gambar 11. Grafik Korelasi Silang antar Lokasi *Fitted* dan Aktual

Berdasarkan Gambar 10 dan Gambar 11, diperoleh bahwa model GSTAR mampu mempertahankan pola korelasi antar variabel iklim dan antar lokasi yang diamati. Keandalannya terlihat dari kemampuannya dalam mempertahankan pola alamiah korelasi positif dan negatif pada berbagai lag waktu dengan nilai MSE yang relatif kecil. Kebergantungan antara hujan dan suhu serta hujan dan kelembaban menunjukkan kinerja model yang cukup baik dengan MSE berkisar antara 0,0021 hingga 0,0021, mengindikasikan bahwa model mampu mempertahankan kebergantungan dinamis antara kedua variabel tersebut. Selain itu, kebergantungan suhu dan kelembaban memiliki MSE yang paling kecil (0,0011 hingga 0,0030), menunjukkan bahwa model dapat menangkap korelasi silang antara kedua variabel ini dengan lebih baik dibandingkan kebergantungan lainnya.

Model GSTAR juga berhasil merepresentasikan pola korelasi antar lokasi, terutama pada kebergantungan suhu antara Cacaban dan Gunung Satira, yang memiliki MSE 0,0013, menunjukkan bahwa model dapat menangkap dinamika suhu dengan sangat baik di kedua lokasi. Sebaliknya, kebergantungan antara hujan dan kelembaban antara Cacaban dan Gunung Satria memiliki MSE yang lebih tinggi (0,0153 dan 0,0144), yang menunjukkan bahwa meskipun model masih mampu menangkap pola keterkaitan, ketepatan estimasi untuk variabel ini sedikit lebih rendah dibandingkan variabel suhu. Secara keseluruhan, model GSTAR menunjukkan keakuratannya dalam mempertahankan pola korelasi silang, terutama pada variabel suhu dan kebergantungan antar lokasi dengan MSE yang lebih kecil. Meskipun demikian, hasil ini membuka peluang untuk pengembangan model lebih lanjut, misalnya dengan mempertimbangkan struktur heteroskedastisitas guna meningkatkan performa prediksi dan ketepatan pola hubungan ruang-waktu.

5. KESIMPULAN

Penelitian ini menyoroti penerapan model GSTAR dalam merepresentasikan kebergantungan ruang-waktu variabel iklim serta kemampuannya dalam mempertahankan kebergantungan silang, baik antar variabel di satu lokasi maupun antar lokasi yang berbeda. Hasil analisis menunjukkan bahwa model GSTAR(3;1,1,1) secara konsisten mampu mereplikasi pola historis data dan mengakomodasi dinamika perubahan suhu, kelembaban, serta curah hujan dengan baik. Keberhasilan model dalam mempertahankan kebergantungan silang, yang direpresentasikan oleh nilai MSE yang relatif kecil, menjadi indikator utama bahwa pendekatan yang digunakan dapat menggambarkan kebergantungan antar lokasi dan antar variabel dengan baik. Meskipun terdapat kendala terhadap asumsi residual yang belum sepenuhnya terpenuhi, model yang dibangun tetap menunjukkan performa yang baik dalam merepresentasikan pola data iklim serta mempertahankan pola alamiah data dalam hal kebergantungan antar variabel maupun antar lokasi. Sebagai langkah pengembangan lebih lanjut, diperlukan pendekatan tambahan untuk meningkatkan ketepatan model

terutama dalam mengatasi aspek diagnostik residual yang belum terpenuhi. Sebagai langkah pengembangan lebih lanjut, pendekatan tambahan seperti penggunaan model heteroskedastis dapat dipertimbangkan untuk meningkatkan akurasi model. Tidak terpenuhinya asumsi yang ditemukan dalam analisis residual dapat memengaruhi akurasi hasil yang diperoleh dan menurunkan keandalan prediksi. Hal ini dapat menyebabkan kesimpulan yang diambil dari model menjadi kurang valid atau tidak dapat diandalkan. Oleh karena itu, penting untuk menangani masalah ini agar hasil penelitian selanjutnya lebih tepat dan dapat diandalkan.

REFERENCES

- [1] Aprianti, A., Faulina, N., & Usman, M., 2024. Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Model for Air Temperature Forecasting in the South Sumatera, Riau, and Jambi Provinces. *InPrime: Indonesian Journal of Pure and Applied Mathematics*, 6(1), 1–13. <https://doi.org/10.15408/inprime.v6i1.36049>
- [2] Arini, N. F., Huda, N. M., & Andani, W., 2023. Perbandingan Matriks Bobot Invers Jarak dan Bobot Seragam pada Model (1;1) untuk Data Indeks Harga Konsumen (Studi Kasus: Indeks Harga Konsumen di Kalimantan Barat). *Tensor: Pure and Applied Mathematics Journal*, 4(1), 27–36. <https://doi.org/10.30598/tensorvol4iss1pp27-36>
- [3] Borovkova, S., Lopuhaä, H. P., & Ruchjana, B. N., 2008. Consistency and asymptotic normality of least squares estimators in generalized STAR models. *Statistica Neerlandica*, 62(4), 482–508. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9574.2008.00391.x>
- [4] Hadi, A. F., Yudistira, I., Anggraeni, D., & Hasan, M., 2018. The Geographical Clustering of the Rainfall Stations on Seasonal GSTAR Modeling for Rainfall Forecasting. *Journal of Physics: Conference Series*, 1028(1), 1–12. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1028/1/012238>
- [5] Harini, S., & Nuronias, N., 2020. Determination of consumer price index with generalized space-time autoregressive. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 456(1). <https://doi.org/10.1088/1755-1315/456/1/012076>
- [6] Hestuningtias, F., & Kurniawan, M. H. S., 2023. The Implementation of the Generalized Space-Time Autoregressive (GSTAR) Model for Inflation Prediction. *Enthusiastic: International Journal of Applied Statistics and Data Science*, 3(2), 176–188. <https://doi.org/10.20885/enthusiastic.vol3.iss2.art5>
- [7] Mahmoudi, M. R., & Zarei, A. R., 2023. Modified version of the cross-correlation function to measure drought occurrence time-delay correlation. *Journal of Water and Climate Change*, 14(2), 454-476.
- [8] Koskinas, A., Zaharopoulou, E., Pouliasis, G., Deligiannis, I., Dimitriadis, P., Iliopoulou, T., & Koutsoyiannis, D., 2022. Estimating the Statistical Significance of Cross-Correlations between Hydroclimatic Processes in the Presence of Long-Range Dependence. *Earth*, 3(3), 1027-1041.
- [9] Mohamed, N., M., Rahman, N. H., & Zulkafli, H. S., 2023. Generalized Space-Time Autoregressive (GSTAR) for Forecasting Air Pollutant Index in Selangor. *Journal of Quality Measurement and Analysis JQMA*, 19(3), 143-153
- [10] Monika, P., Ruchjana, B. N., & Abdullah, A. S., 2022. GSTARI-X-ARCH Model with Data Mining Approach for Forecasting Climate in West Java. *Computation*, 10(12), 204. <https://doi.org/10.3390/computation10120204>
- [11] Mukhaiyar, U., Bilad, B. I., & Pasaribu, U. S., 2021. The generalized STAR modelling with minimum spanning tree approach of weight matrix for COVID-19 case in Java Island. *Journal of Physics: Conference Series*, 2084(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2084/1/012003>
- [12] Mukhaiyar, U., Huda, N. M., Sari, K. N., & Pasaribu, U. S., 2020. Analysis of generalized space time autoregressive with exogenous variable (GSTARX) model with outlier factor. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1496, No. 1, p. 012004). IOP Publishing.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Nurhayati, Muhammad Rozzaq Hamidi, Utriweni Mukhaiyar, Kurnia Novita Sari

- [13] Mukhaiyar, U., Mahdiyasa, A. W., Sari, K. N., & Noviana, N. T., 2024. The generalized STAR modeling with minimum spanning tree approach of spatial weight matrix. *Frontiers in Applied Mathematics and Statistics*, 10, 1417037.
- [14] Mukhaiyar, U., & Pasaribu, U. S., 2012. A new procedure for generalized STAR modeling using IAcM approach. *ITB Journal of Science*, 44 A(2), 179–192. <https://doi.org/10.5614/itbj.sci.2012.44.2.7>
- [15] Mukhaiyar, U., & Ramadhani, S., 2022. The Generalized STAR Modeling with Heteroscedastic Effects. *CAUCHY: Jurnal Matematika Murni Dan Aplikasi*, 7(2), 158–172. <https://doi.org/10.18860/ca.v7i2.13097>
- [16] Nishioka, M., 2024. Cross-Correlation between Global Temperature and Atmospheric CO2 with a Temperature-Leading Time Lag. *Atmospheric and Climate Sciences*, 14(4), 484-494.
- [17] Palmeira, A., Pereira, E., Ferreira, P., Diele-Viegas, L. M., & Moreira, D. M., 2022. Long-term correlations and cross-correlations in meteorological variables and air pollution in a coastal urban region. *Sustainability*, 14(21), 14470.
- [18] Pasaribu, U. S., Mukhaiyar, U., Huda, N. M., Sari, K. N., & Indratno, S. W., 2021. Modelling COVID-19 growth cases of provinces in java Island by modified spatial weight matrix GSTAR through railroad passenger's mobility. *Heliyon*, 7(2). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06025>
- [19] Rahmani, U. P., 2025. Penerapan Model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Pada Data Inflasi Beberapa Kota. *Sciencestatistics: Journal of Statistics, Probability, and Its Application*, 3(1), 38–54
- [20] Sulistyono, A. D., Hartawati, H., Suryawardhani, N. W., Iriany, A., & Iriany, A., 2020. Cross-Covariance Weight of GSTAR-SUR Model for Rainfall Forecasting in Agricultural Areas. *CAUCHY: Jurnal Matematika Murni dan Aplikasi*, 6(2), 49-57.
- [21] Utami, R., Mukhaiyar, U., Mardiyah, N., Sa'adah, Y., & Widyawati, E., 2024. Spatial Weighting Selection in GSTAR and S-GSTAR Models for Temperature Prediction. *Jurnal Matematika, Statistika Dan Komputasi*, 20(3), 639–653. <https://doi.org/10.20956/j.v20i3.34305>
- [22] Yundari, Y., Huda, N. M., Pasaribu, U., & Mukhaiyar, U., 2020. Stationary Process in GSTAR(1;1) through Kernel Function Approach. *AIP Conference Proceedings*, 2268(1).
- [22] Zaki, A., Irwan, & Lutfiah, 2025. Application of the Generalized Space Time Autoregressive (Gstar) Method in Forecasting the Consumer Price Index in Five Cities of South Sulawesi Province. *Barekeng*, 19(1), 375–384. <https://doi.org/10.30598/barekengvol19iss1pp375-384>.