

Poisson-Exponential Distribution Approach to Survival Analysis of Right-Censored Data of Lung Cancer Patients

Pendekatan Distribusi Poisson-Exponential pada Analisis Survival Data Tersensor Kanan Pasien Kanker Paru

Andi Isna Yunita^{1*}, Nurtiti Sunusi²

^{1,2}Departemen Statistika, Fakultas MIPA, Universitas Hasanuddin, Makassar, 90245, Indonesia

Email: andiisnayunita176@gmail.com¹, nurtitisunusi@gmail.com²

*Corresponding author

Abstract

Survival analysis of lung cancer patients is essential for understanding the dynamics of their survival probabilities over time. The Poisson-Exponential (PE) distribution is particularly relevant for data involving complementary risks and right-censoring, and it provides a framework for comparing different parameter estimation approaches. This study aims to estimate the parameters of the PE distribution for the survival times of lung cancer patients treated at Dr. Wahidin Sudirohusodo Hospital, Makassar, in 2015, and to compare the performance of two estimation methods: Maximum Likelihood Estimation (MLE) and Maximum Product Spacing (MPS). Parameter estimation was conducted numerically using the Newton-Raphson algorithm, resulting in $\hat{\theta}_{MLE} = 0,0193$; $\hat{\lambda}_{MLE} = 0,0235$; $\hat{\theta}_{MPS} = 0,3617$; and $\hat{\lambda}_{MPS} = 0,0264$. The survival probabilities decline as survival time increases, and both the PE-MLE and PE-MPS curves closely follow the Kaplan-Meier estimator. All information criteria indicate that MPS outperforms MLE, as reflected by a higher log-likelihood and lower AIC, AICc, and CAIC values. These findings demonstrate that the PE distribution is suitable for modeling the survival dynamics of lung cancer patients, with MPS identified as the most appropriate parameter estimation method for the analyzed dataset.

Keywords: survival analysis, right-censored data, Poisson-Exponential, MLE, MPS

Abstrak

Analisis survival pada pasien kanker paru penting untuk memahami peluang bertahan hidup dari waktu ke waktu. Distribusi *Poisson-Exponential* (PE) relevan digunakan pada data dengan risiko komplementer dan penyensoran kanan, serta memungkinkan perbandingan pendekatan estimasi parameter. Penelitian ini bertujuan untuk menaksir parameter distribusi PE pada data waktu survival pasien kanker paru di RSUP Dr. Wahidin Sudirohusodo Makassar tahun 2015 serta membandingkan kinerja dua metode estimasi, yaitu *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan *Maximum Product Spacing* (MPS). Estimasi parameter dilakukan secara numerik menggunakan algoritma *Newton-Raphson* untuk kedua metode yang menghasilkan $\hat{\theta}_{MLE} = 0,0193$; $\hat{\lambda}_{MLE} = 0,0235$; $\hat{\theta}_{MPS} =$



0,3617; dan $\hat{\lambda}_{MPS} = 0,0264$. Peluang bertahan hidup pasien mengalami penurunan seiring bertambahnya waktu survival dengan kurva PE-MLE dan PE-MPS yang mendekati kurva Kaplan–Meier. Seluruh kriteria informasi menunjukkan MPS lebih unggul daripada MLE dengan *log-likelihood* lebih tinggi serta nilai AIC, AICc, dan CAIC yang lebih rendah. Distribusi PE layak digunakan untuk memodelkan survival pasien kanker paru dengan MPS sebagai metode estimasi parameter yang paling sesuai.

Kata kunci: analisis survival, data tersensor kanan, *Poisson-Exponential*, MLE, MPS

1. PENDAHULUAN

Analisis survival merupakan metode statistik yang digunakan untuk mempelajari daya tahan atau waktu bertahan suatu unit atau komponen hingga terjadinya suatu peristiwa kegagalan dalam kondisi tertentu. Secara umum, pendekatan ini terbagi menjadi dua jenis, yaitu model parametrik dan nonparametrik [8]. Model parametrik mengasumsikan bahwa waktu kegagalan mengikuti distribusi probabilitas tertentu, seperti *Eksponensial*, *Weibull*, *Log-Normal*, dan *Gamma*. Di antara distribusi tersebut, distribusi Eksponensial merupakan bentuk yang paling sederhana dan paling sering diaplikasikan dalam studi ketahanan hidup maupun analisis keandalan sistem. Namun, model ini hanya sesuai untuk kasus dengan tingkat kegagalan (*failure rate*) konstan, sehingga kurang tepat digunakan apabila tingkat kegagalan berubah seiring waktu. Untuk mengatasi keterbatasan ini, [5] memperkenalkan distribusi *Poisson-Exponential* (PE) sebagai modifikasi dari distribusi *Exponential* dengan dua parameter yang mempertimbangkan tingkat kegagalan yang meningkat. Distribusi ini diperoleh dari distribusi maksimum M variabel acak *Exponential* dalam kasus risiko komplementer dengan *lifetime* yang diamati merupakan maksimum dari semua risiko dan penyebab kegagalan yang dapat diidentifikasi. Distribusi PE telah diterapkan dalam berbagai studi, antara lain oleh [8] pada data survival pasien kanker ovarium yang bersumber dari [3] serta oleh [5] pada data survival dengan sensor tipe-II hibrida.

Estimasi parameter distribusi *Poisson-Exponential* (PE) umumnya menggunakan pendekatan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Metode MLE merupakan teknik estimasi parametrik yang banyak digunakan ketika data diasumsikan mengikuti suatu distribusi tertentu, dengan prinsip dasar memilih nilai parameter yang memaksimalkan fungsi *likelihood* sehingga peluang munculnya data yang diamati menjadi maksimum. Penelitian [10] mengestimasi parameter PE dengan metode MLE dan menguji kecocokan distribusinya pada data kematian COVID-19. Namun demikian, MLE tidak selalu memberikan estimasi yang konsisten untuk distribusi dengan lebih dari satu parameter, terutama ketika salah satu parameter cenderung menyebabkan fungsi *likelihood* menjadi tak terbatas [2]. Untuk mengatasi kelemahan itu, [9] mengusulkan metode *Maximum Product Spacing* (MPS) sebagai alternatif yang lebih efisien dan konsisten pada distribusi campuran dengan tiga parameter atau lebih. Sementara itu, [1] menemukan bahwa MPS menghasilkan bias yang lebih kecil dan *root mean square error* (RMSE) yang lebih rendah pada pemodelan *lifetime* lampu klasik. Metode MPS juga cocok untuk sampel kecil dan data tersensor, misalnya pada penerapan distribusi Weibull dengan data tersensor tipe-I [6] dan distribusi *Power Topp–Leone* dengan data tersensor tipe-II [1].

Distribusi PE dalam analisis survival mempertimbangkan risiko komplementer, yaitu kondisi di mana faktor penyebab kegagalan atau kematian tidak dapat diamati secara langsung, seperti yang sering dijumpai dalam bidang kesehatan masyarakat, aktuaria, biomedis, demografi, dan keandalan industri [5]. Di sisi lain, metode MPS efektif untuk menangani data tersensor, yaitu data yang waktu kejadiannya tidak dapat diamati secara lengkap, seperti pada pengujian daya tahan produk dan penelitian penyakit manusia [6]. Dalam bidang kesehatan, analisis survival banyak digunakan untuk mengkaji ketahanan hidup pasien terhadap suatu penyakit atau kondisi tertentu [8]. Oleh karena itu, distribusi PE menjadi model yang relevan untuk dianalisis pada data survival pasien kanker, khususnya kanker paru yang merupakan salah satu jenis kanker paling mematikan di Indonesia.

Kanker paru menyumbang sekitar 13,2% dari total kematian akibat kanker di Indonesia dan memiliki tingkat insidensi serta mortalitas yang lebih tinggi dibandingkan rata-rata Asia maupun dunia [13]. Penelitian sebelumnya, seperti [14] telah menerapkan model survival untuk menganalisis data kanker paru menggunakan model *Conditional Survival Bayesian Network* yang menggabungkan model non-parametrik *Cox Proportional Hazards* dengan *Bayesian Network*.

Meskipun demikian, hingga saat ini belum terdapat penelitian yang secara khusus mengevaluasi kesesuaian distribusi PE dalam pemodelan data survival kanker paru, terutama pada konteks populasi Indonesia. Selain itu, belum ada penelitian yang membandingkan kinerja metode MLE dan MPS dalam mengestimasi parameter distribusi PE pada data medis yang bersifat tersensor dan berukuran sampel kecil, padahal karakteristik tersebut sangat umum dijumpai pada studi kanker. Ketiadaan bukti empiris ini menunjukkan perlunya analisis yang lebih komprehensif untuk menilai keandalan distribusi PE dan metode estimasinya dalam aplikasi nyata. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengestimasi parameter distribusi PE pada data survival pasien kanker paru menggunakan metode MLE dan MPS, serta memberikan evaluasi komparatif terhadap performa kedua metode tersebut dalam merepresentasikan pola survival pasien kanker paru.

2. MATERIAL DAN METODE

2.1 Sumber dan Variabel Penelitian

Penelitian ini didasarkan pada kajian teoritis yang diperoleh melalui studi literatur. Data yang digunakan merupakan data sekunder yang bersumber dari Laputty (2016), yaitu data pasien kanker paru yang dirawat di RSUP Dr. Wahidin Sudirohusodo Makassar pada tahun 2015. Dataset tersebut mencakup 48 pasien, dengan variabel yang diamati berupa waktu survival (y) dan status pasien (meninggal atau masih hidup).

2.2 Distribusi *Poisson-Exponential*

Masalah risiko komplementer (*complementary risk*) merupakan isu yang penting dan sering muncul dalam berbagai bidang, seperti kesehatan masyarakat, ilmu aktuaria, studi biomedis, demografi, dan analisis keandalan industri. Pada kasus klasik risiko komplementer, masa hidup (*lifetime*) yang terkait dengan suatu penyebab risiko tertentu tidak dapat diamati secara langsung, melainkan hanya nilai maksimum dari masa hidup di antara semua risiko yang tercatat. Sebagai contoh, dalam analisis keandalan sistem paralel, yang diamati adalah masa pakai maksimum dari komponen, yaitu waktu kegagalan terakhir dari sistem secara keseluruhan. Dengan kata lain, waktu observasi yang tersedia untuk setiap unit merupakan masa hidup maksimum dari seluruh penyebab risiko yang mungkin menyebabkan kegagalan [11].

Kesulitan dalam pendekatan ini semakin meningkat apabila terdapat risiko laten, yaitu ketika tidak tersedia informasi mengenai penyebab pasti dari kegagalan suatu komponen atau kematian individu. Situasi ini sering kali terjadi dalam praktik lapangan, misalnya ketika komponen mengalami kerusakan total sehingga tidak ada informasi yang tersisa untuk mengidentifikasi penyebab kegagalan, atau ketika penyebab kematian tidak dapat ditentukan secara tepat bahkan oleh seorang ahli. Pada kondisi tersebut, data yang tersedia disebut sebagai data risiko komplementer laten (*latent complementary risk data*).

Sebagai salah satu pendekatan model untuk menangani situasi ini, [5] mengusulkan penggunaan distribusi *Poisson-Exponential* (PE). Distribusi ini dibangun sebagai berikut. Misalkan M adalah variabel acak yang menyatakan jumlah risiko komplementer yang terkait dengan terjadinya suatu peristiwa kegagalan. Diasumsikan bahwa M mengikuti distribusi *zero-truncated Poisson* dengan fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$p(M = m; \theta) = \frac{\theta^m e^{-\theta}}{m! (1 - e^{-\theta})}, \quad m = 1, 2, \dots; \theta > 0$$

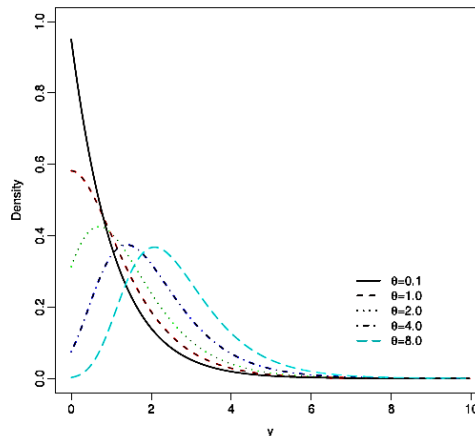
Selanjutnya, misalkan T_j , $j = 1, 2, \dots, m$ menyatakan waktu terjadinya kegagalan akibat risiko komplementer ke- j . Dengan syarat $M = m$, variabel acak T_j diasumsikan saling bebas dan identik mengikuti distribusi *Exponential* dengan fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$f(T_j = t_j; \lambda) = \lambda e^{-\lambda t_j}, \quad t_j > 0; \lambda > 0$$

Dalam kasus risiko komplementer laten, baik jumlah risiko penyebab M maupun waktu kegagalan T_j yang berkaitan dengan penyebab tertentu yang tidak dapat diamati (variabel laten), tetapi hanya waktu hidup $Y = \max(T_1, T_2, \dots, T_M)$ yang dapat diamati. Oleh karena itu, variabel acak Y mengikuti distribusi *Poisson-Exponential* (PE), dinotasikan dengan $Y \sim PE(\theta, \lambda)$, dengan fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$f(Y = y; \theta, \lambda) = \frac{\theta \lambda e^{-\lambda y - \theta e^{-\lambda y}}}{1 - e^{-\theta}}, \quad y > 0 \quad (2.1)$$

dengan $\theta > 0$ dan $\lambda > 0$ masing-masing merupakan parameter bentuk dan skala. Parameter distribusi PE memiliki interpretasi langsung dalam konteks risiko komplementer. Secara khusus, $\frac{\theta}{1 - e^{-\theta}}$ menyatakan nilai harapan dari jumlah risiko komplementer dan λ menunjukkan tingkat kegagalan masa hidup (*lifetime failure rate*) [12]. Distribusi PE memiliki sifat menarik dalam batas ekstrem: ketika θ mendekati nol, distribusi PE akan konvergen ke distribusi *Exponential* dengan parameter λ . Gambar 1 menunjukkan bahwa bentuk fungsi kepadatan peluang dari distribusi PE bersifat menurun untuk $0 < \theta < 1$ dan semakin mendekati nol seiring bertambahnya $\theta \geq 0$.



Gambar 1. Fungsi kepadatan peluang untuk distribusi PE

Nilai harapan dan variansi dari variabel acak $Y \sim PE(\theta, \lambda)$ seperti berikut:

$$E[Y] = \frac{\theta}{\lambda(1 - e^{-\theta})} F_{2,2}([1,1], [2,2], -\theta)$$

$$Var(Y) = \frac{\theta}{\lambda^2(1 - e^{-\theta})} \left\{ F_{3,3}([1,1,1], [2,2,2], -\theta) - \frac{\theta}{1 - e^{-\theta}} F_{2,2}^2([1,1], [2,2], -\theta) \right\}$$

dengan $F_{p,q}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \theta)$ adalah fungsi *generalized hypergeometric* yang didefinisikan sebagai:

$$F_{p,q}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \theta) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\theta^j \prod_{i=1}^p \Gamma(a_i + j) \Gamma(a_i)^{-1}}{\Gamma(j+1) \prod_{i=1}^q \Gamma(b_i + j) \Gamma(b_i)^{-1}}$$

dengan $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_p]$ dan $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_q]$.

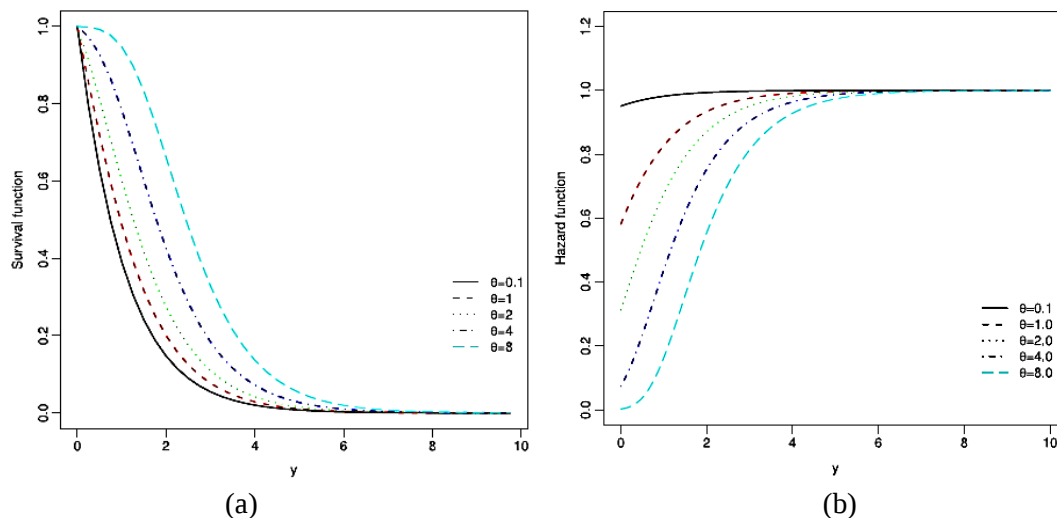
Sementara itu, fungsi distribusi kumulatif dari Y adalah sebagai berikut:

$$F(y; \theta, \lambda) = \frac{1 - e^{-\theta e^{-\lambda y}}}{1 - e^{-\theta}}, \quad y > 0 \quad (2.2)$$

Fungsi *survival* $S(y)$ dan fungsi *hazard* $h(y)$ dari distribusi $PE(\theta, \lambda)$ sebagai berikut.

$$S(y) = \frac{1 - e^{-\theta e^{-\lambda y}}}{1 - e^{-\theta}} \quad \text{dan} \quad h(y) = \frac{\theta \lambda e^{-\lambda y - \theta e^{-\lambda y}}}{1 - e^{-\theta e^{-\lambda y}}} \quad (2.3)$$

Fungsi *survival* merepresentasikan peluang bahwa seorang individu dapat bertahan hidup melebihi waktu tertentu, yaitu lebih besar dari waktu y . Sementara itu, fungsi *hazard* menunjukkan tingkat kegagalan pada waktu y dengan syarat bahwa individu tersebut telah bertahan hidup hingga saat itu. Berdasarkan Persamaan (2.3), fungsi *hazard* distribusi PE cenderung meningkat seiring bertambahnya waktu sebelum kemudian mendekati nilai stabil yang ditentukan oleh parameter λ [12]. Gambar 2 menggambarkan bentuk fungsi *survival* dan *hazard* untuk berbagai nilai θ dengan $\lambda = 1$, menunjukkan pengaruh parameter bentuk terhadap karakteristik waktu kegagalan.



Gambar 2. (a) Fungsi *survival* dan (b) fungsi *hazard* dari distribusi PE dengan $\lambda = 1$

2.3 Estimasi Parameter Distribusi *Poisson-Exponential* Menggunakan Metode *Maximum Likelihood Estimation* pada Data Tersensor Kanan

Data tersensor (*censored data*) merupakan jenis data yang nilai waktu kejadian tidak dapat diamati secara lengkap, melainkan hanya diketahui berada dalam suatu interval atau melebihi batas waktu tertentu. Dalam analisis survival, penyensoran menjadi aspek penting karena tidak semua individu mengalami kejadian kegagalan (*failure event*) selama periode pengamatan. Salah satu bentuk penyensoran yang paling umum adalah penyensoran kanan (*right censoring*), yaitu kondisi ketika waktu kejadian kegagalan tidak diketahui secara pasti, tetapi hanya diketahui bahwa waktu kejadian tersebut melebihi suatu titik pengamatan tertentu, yaitu $t \geq 0$.

Jika seluruh individu dalam studi diamati sejak waktu awal yang sama, misalnya dari $t_1 = 0$ hingga $t_2 = a$, maka tidak semua waktu kegagalan dapat teramati karena sebagian individu tidak mengalami kegagalan dalam rentang waktu tersebut. Hal ini dapat disebabkan oleh berbagai faktor, seperti individu keluar dari penelitian sebelum observasi selesai, kegagalan terjadi akibat penyebab yang tidak sesuai dengan kriteria penelitian, atau kejadian gagal terjadi setelah waktu $t > a$. Kasus seperti ini dikenal sebagai penyensoran tipe I, di mana batas waktu pengamatan ditentukan terlebih dahulu dan kegagalan yang terjadi setelah batas tersebut tidak dapat diamati secara langsung [2,6].

Misalkan terdapat n individu, masing-masing mempunyai waktu hidup (*lifetime*) yang dimodelkan sebagai variabel acak $T_1, T_2, \dots, T_n$. Untuk setiap individu ke- i , didefinisikan waktu observasi $t_i = \min(T_i, C_i)$ dengan C_i adalah waktu penyensoran, serta indikator penyensoran:

$$\delta_i = I(T_i = t_i) = \begin{cases} 1, & \text{jika kegagalan teramati (tidak tersensor)} \\ 0, & \text{jika tersensor kanan} \end{cases}$$

Dengan adanya kombinasi data tersensor dan tidak tersensor, fungsi *full likelihood* yang mempertimbangkan penyensoran kanan dapat dituliskan sebagai [2]:

$$L_c(\theta, \lambda; y, \delta_i) = \prod_{i=1}^n [f(t_i|\theta, \lambda)]^{\delta_i} \cdot [1 - F(t_i|\theta, \lambda)]^{1-\delta_i} \quad (2.4)$$

Selanjutnya, misalkan $y_1, y_2, \dots, y_m$ menyatakan data tidak tersensor (kejadian gagal), sedangkan $y_{m+1}^*, y_{m+2}^*, \dots, y_n^*$ menyatakan data tersensor kanan (dengan tanda "*" sebagai penanda sensor), maka Persamaan (2.4) dapat dituliskan ulang sebagai:

$$L_c(\theta, \lambda) = \left[\prod_{i=1}^m f(y_i|\theta, \lambda) \right] \left[\prod_{i=m+1}^n (1 - F(y_i|\theta, \lambda)) \right] \quad (2.5)$$

Menggunakan fungsi kepadatan dan distribusi kumulatif distribusi PE, yaitu Persamaan (2.1) dan (2.2), maka substitusi ke Persamaan (2.5) menghasilkan likelihood:

$$\begin{aligned} L_c(\theta, \lambda) &= \prod_{i=1}^m \frac{\theta \lambda}{1 - e^{-\theta}} e^{-\lambda y_i - \theta e^{-\lambda y_i}} \prod_{i=m+1}^n \left[\frac{1 - e^{-\theta e^{-\lambda y_i}}}{1 - e^{-\theta}} \right] \\ &= \frac{(\theta \lambda)^m e^{-\lambda \sum_{i=1}^m y_i - \theta \sum_{i=1}^m e^{-\lambda y_i}}}{(1 - e^{-\theta})^n} \prod_{i=m+1}^n [1 - e^{-\theta e^{-\lambda y_i}}] \end{aligned} \quad (2.6)$$

Dengan mengambil logaritma dari Persamaan (2.6), diperoleh fungsi *log-likelihood* sebagai:

$$\begin{aligned} l_c(\lambda, \theta) &= m \log \theta + m \log \lambda - \lambda \sum_{i=1}^m y_i - \theta \sum_{i=1}^m e^{-\lambda y_i} + \sum_{i=m+1}^n \ln [1 - e^{-\theta e^{-\lambda y_i}}] \\ &\quad - n \ln [1 - e^{-\theta}] \end{aligned} \quad (2.7)$$

Untuk memperoleh estimator maksimum *likelihood* (MLE) dari θ dan λ , dilakukan proses diferensiasi parsial terhadap Persamaan (2.7) dan hasilnya disamakan dengan nol. Persamaan normal yang diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial l_c(\lambda, \theta)}{\partial \theta} = \frac{m}{\theta} - \sum_{i=1}^m e^{-\lambda y_i} + \sum_{i=m+1}^n \frac{e^{-\lambda y_i - \theta e^{-\lambda y_i}}}{1 - e^{-\theta e^{-\lambda y_i}}} - \frac{n e^{-\theta}}{1 - e^{-\theta}} = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial l_c(\lambda, \theta)}{\partial \lambda} = \frac{m}{\lambda} - \sum_{i=1}^m y_i + \theta \sum_{i=1}^m y_i e^{-\lambda y_i} - \theta \sum_{i=m+1}^n \frac{y_i e^{-\lambda y_i - \theta e^{-\lambda y_i}}}{1 - e^{-\theta e^{-\lambda y_i}}} = 0 \quad (2.9)$$

Kedua persamaan tersebut membentuk sistem persamaan nonlinier yang tidak dapat diselesaikan secara analitik. Oleh karena itu, estimasi parameter θ dan λ diperoleh secara numerik menggunakan metode iteratif, yaitu metode *Newton-Raphson* [2,12].

2.4 Estimasi Parameter Distribusi Poisson-Exponential Menggunakan Metode Maximum Product Spacing pada Data Tersensor Kanan

Metode *Maximum Product Spacing* (MPS) diperkenalkan oleh Cheng dan Amin [2] sebagai alternatif dari metode MLE untuk mengestimasi parameter distribusi univariat kontinu. Metode ini

lebih efisien dan konsisten daripada MLE dalam beberapa kasus [9]. MPS memiliki keunggulan dalam hal konsistensi dan efisiensi pada kasus-kasus tertentu seperti distribusi campuran [1], sampel kecil dan data tersensor [6].

Metode MPS didasarkan pada jarak uniform antara nilai fungsi distribusi kumulatif dari data terurut. Misalkan $y_1 < y_2 < \dots < y_n$ yang berasal dari distribusi kontinu dengan fungsi distribusi kumulatif $F(y; \theta, \lambda)$ maka jarak *uniform* dari suatu sampel acak didefinisikan sebagai berikut:

$$D_i(\theta, \lambda) = \begin{cases} F(y_1; \theta, \lambda), & i = 1 \\ F(y_i; \theta, \lambda) - F(y_{i-1}; \theta, \lambda), & i = 2, \dots, n \\ 1 - F(y_n; \theta, \lambda), & i = 1 + n \end{cases} \quad (2.10)$$

dengan $\sum_{i=1}^{n+1} D_i(\theta, \lambda) = 1$.

Dalam konteks data survival yang tersensor kanan, misalkan T_i adalah waktu hidup individu ke- i dan C_i adalah waktu penyensorannya. Data observasi $t_i = \min(T_i, C_i)$ dilengkapi dengan indikator penyensoran $\delta_i = I(T_i \leq C_i)$, dengan $\delta_i = 1$ menyatakan data tidak tersensor (mengalami kegagalan) dan $\delta_i = 0$ menyatakan data tersensor. Dengan demikian, fungsi *product spacing* termodifikasi yang mempertimbangkan adanya data tersensor kanan dinyatakan berikut:

$$G_c(\theta, \lambda; y, \delta_i) = \prod_{i=1}^{n+1} [D_i(\theta, \lambda)]^{\delta_i} \cdot [1 - F(t_i | \theta, \lambda)]^{1-\delta_i} \quad (2.11)$$

Jika terdapat m data yang tidak tersensor dan $n - m$ data tersensor kanan, dengan $y_1, y_2, \dots, y_m$ menyatakan data tidak tersensor dan $y_{m+1}^*, y_{m+2}^*, \dots, y_n^*$ data tersensor, maka fungsi *product spacing* pada Persamaan (2.11) menjadi sebagai berikut:

$$G_c(\theta, \lambda) = \prod_{i=1}^m D_i(\theta, \lambda) \prod_{i=m+1}^{n+1} [1 - F(y_i | \theta, \lambda)] \quad (2.12)$$

Substitusi fungsi $D_i(\cdot)$ dan $F(\cdot)$ dari Persamaan (2.10) dan (2.2) ke dalam Persamaan (2.12) menghasilkan fungsi sebagai berikut:

$$G_c(\theta, \lambda) = \frac{1}{(1 - e^{-\theta})^{n+1}} \prod_{i=1}^m [e^{-\theta e^{-\lambda y_i}} - e^{-\theta e^{-\lambda y_{i-1}}}] \prod_{i=m+1}^{n+1} [1 - e^{-\theta e^{-\lambda y_i}}] \quad (2.13)$$

Dengan mengambil logaritma dari Persamaan (2.13), diperoleh fungsi *log-product spacing* berikut

$$g_c(\lambda, \theta) = \sum_{i=1}^m \log [e^{-\theta e^{-\lambda y_i}} - e^{-\theta e^{-\lambda y_{i-1}}}] + \sum_{i=m+1}^{n+1} \log [1 - e^{-\theta e^{-\lambda y_i}}] - (n+1) \log [1 - e^{-\theta}] \quad (2.14)$$

Untuk memperoleh estimator parameter MPS dari θ dan λ , dilakukan proses diferensiasi pada Persamaan (2.14) terhadap kedua parameter tersebut dan hasilnya disamakan dengan nol. Persamaan normal yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_c(\lambda, \theta)}{\partial \theta} &= \sum_{i=1}^m \frac{e^{-\lambda y_{i-1} - \theta e^{-\lambda y_{i-1}}} - e^{-\lambda y_i - \theta e^{-\lambda y_i}}}{e^{-\theta e^{-\lambda y_i}} - e^{-\theta e^{-\lambda y_{i-1}}}} + \sum_{i=m+1}^{n+1} \frac{e^{-\lambda y_i - \theta e^{-\lambda y_i}}}{1 - e^{-\theta e^{-\lambda y_i}}} - \frac{(n+1)e^{-\theta}}{1 - e^{-\theta}} = 0 \\ \frac{\partial g_c(\lambda, \theta)}{\partial \lambda} &= \theta \sum_{i=1}^m \frac{y_i e^{-\lambda y_i - \theta e^{-\lambda y_i}} - y_{i-1} e^{-\lambda y_{i-1} - \theta e^{-\lambda y_{i-1}}}}{e^{-\theta e^{-\lambda y_i}} - e^{-\theta e^{-\lambda y_{i-1}}}} - \theta \sum_{i=m+1}^{n+1} \frac{y_i e^{-\lambda y_i - \theta e^{-\lambda y_i}}}{1 - e^{-\theta e^{-\lambda y_i}}} = 0 \end{aligned}$$

Kedua persamaan tersebut merupakan sistem nonlinier yang tidak memiliki solusi eksplisit secara analitik. Oleh karena itu, proses estimasi parameter θ dan λ dilakukan secara numerik menggunakan metode *Newton-Raphson*.

2.5 Kanker Paru

Kanker paru merupakan bentuk keganasan yang terjadi pada sistem pernapasan, khususnya berasal dari jaringan paru itu sendiri. Dalam praktik klinis, kanker paru diartikan sebagai tumor ganas yang berasal dari *epitel bronkus* [7]. Penyakit ini ditandai dengan pertumbuhan sel yang abnormal, tidak terkendali, dan berpotensi merusak jaringan normal di sekitarnya. Gejala klinis yang sering dijumpai meliputi batuk kronis, hemoptisis (batuk darah), suara serak, *cachexia* (penurunan berat badan, massa otot, dan lemak), sesak napas, nyeri dada, serta jari tabuh [4].

Meskipun penyebab pasti kanker paru belum sepenuhnya diketahui, paparan jangka panjang terhadap zat karsinogenik diketahui sebagai faktor risiko utama. Faktor lain seperti status sistem imun, faktor genetik, dan lingkungan juga berkontribusi terhadap peningkatan risiko. Kelompok berisiko tinggi antara lain individu berusia di atas 40 tahun dengan riwayat merokok ≥ 30 tahun dan berhenti dalam 15 tahun terakhir, atau individu berusia ≥ 50 tahun dengan riwayat merokok ≥ 20 tahun disertai sedikitnya satu faktor risiko tambahan. Secara keseluruhan, merokok dilaporkan menyumbang sekitar 80% kasus kanker paru pada laki-laki dan 50% pada perempuan [7].

Di Indonesia, kanker paru merupakan salah satu penyebab utama kematian akibat kanker, dengan kontribusi sekitar 18% dari seluruh kematian terkait kanker. Data tahun 2020 menunjukkan bahwa kanker paru menempati urutan ketiga tertinggi untuk jumlah kasus baru pada populasi umum (laki-laki dan perempuan), serta urutan pertama pada populasi laki-laki dari semua kelompok usia. Berdasarkan World Health Organization (2020), kanker paru menyumbang sekitar 13,2% dari total kematian akibat kanker di Indonesia. Sejumlah faktor diketahui berpengaruh terhadap ketahanan hidup (*survival*) penderita kanker paru, di antaranya: jenis kelamin, usia, stadium penyakit, tipe histopatologi, adanya efusi pleura, serta jenis pengobatan yang diterima [15].

2. Hasil-hasil

2.1 Data Tersensor Kanan

Dalam penelitian ini, waktu survival penderita kanker paru didefinisikan sebagai selang waktu sejak pasien pertama kali didiagnosis menderita kanker paru hingga pasien dinyatakan meninggal dunia atau dinyatakan sembuh/membaik oleh tenaga medis. Peristiwa (*event*) didefinisikan sebagai kematian pasien, sedangkan titik awal (*origin*) pengamatan dimulai pada saat diagnosis pertama kanker paru. Analisis survival dilakukan dengan mempertimbangkan penyensoran kanan (*right censoring*), yaitu kondisi ketika waktu kegagalan tidak dapat diamati secara pasti, namun diketahui bahwa peristiwa belum terjadi hingga akhir periode pengamatan. Dengan demikian, pasien yang selama masa observasi tidak mengalami kematian (misalnya masih menjalani perawatan, membaik, atau dinyatakan sembuh) dikategorikan sebagai data tersensor kanan, sedangkan pasien yang meninggal dunia selama masa pengamatan dikategorikan sebagai data tidak tersensor.

Jumlah total pasien yang dianalisis adalah 48 orang, dengan 36 pasien (75%) termasuk data tersensor kanan dan 12 pasien (25%) termasuk data tidak tersensor. Data tersensor kanan terdiri dari 12 pasien laki-laki dan 24 pasien perempuan, sedangkan data tidak tersensor terdiri dari 3 pasien laki-laki dan 9 pasien perempuan. Informasi ini menunjukkan bahwa sebagian besar pasien dalam dataset tidak mengalami peristiwa kematian selama periode pengamatan, sehingga keberadaan data tersensor perlu diperhitungkan secara eksplisit dalam pemodelan survival.

Data ini selanjutnya digunakan untuk mengestimasi parameter distribusi *Poisson-Exponential* (PE) yang kemudian dimanfaatkan untuk menghitung peluang survival pasien kanker paru pada berbagai interval waktu. Rincian waktu survival (dalam bulan) untuk masing-masing pasien, baik yang tersensor kanan maupun tidak tersensor, disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Data Penderita Kanker Paru

Data Tersensor	1	1	3	4	5	5	5	6	6	6	6	10
Kanan	11	11	11	11	12	12	12	13	13	13	13	15
	15	16	17	17	17	17	18	19	20	21	21	21
Data Tidak Tersensor	1	5	6	11	12	17	20	23	23	24	25	25

2.2 Estimasi Parameter Distribusi *Poisson-Exponential* pada Data Kanker Paru

Estimasi parameter distribusi *Poisson-Exponential* (PE) pada data pasien kanker paru di RSUP Dr. Wahidin Sudirohusodo Makassar tahun 2015 dilakukan dengan dua pendekatan, yaitu metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan metode *Maximum Product Spacing* (MPS). Hasil estimasi parameter disajikan dalam Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Estimasi Parameter Distribusi PE pada Data Kanker Paru menggunakan MLE dan MPS

Model	Parameter	Estimasi	SE	95% CI
PE-MLE	θ	0,0193	0,0263	(-0,0323; 0,0709)
	λ	0,0235	0,0054	(0,0129; 0,0340)
PE-MPS	θ	0,3617	0,0306	(0,3018; 0,4215)
	λ	0,0264	0,0196	(-0,0120; 0,0647)

Berdasarkan Tabel 2, estimasi parameter θ dengan metode MLE adalah $\hat{\theta}_{MLE} = 0,0193$. Hasil ini menunjukkan bahwa rata-rata jumlah risiko komplementer pasien kanker paru adalah:

$$E(M) = \frac{\theta}{1 - e^{-\theta}} = \frac{0,0193}{1 - e^{-0,0193}} = 1,0097 \approx 1$$

Nilai $E(M) \approx 1$ mengindikasikan bahwa waktu *survival* pasien kanker paru didominasi oleh satu risiko komplementer. Dalam konteks kesehatan, M merepresentasikan jumlah risiko yang bekerja secara parallel, semakin besar M , semakin banyak mekanisme yang berpotensi menyebabkan kegagalan. Karena nilai ekspektasinya mendekati 1, dapat diartikan bahwa secara statistik tidak terdapat banyak risiko laten yang bekerja bersamaan, dan kegagalan hidup pasien terutama didominasi oleh satu penyebab risiko yang kuat, yaitu progresi penyakit kanker paru itu sendiri.

Estimasi parameter laju kegagalan dengan MLE adalah $\hat{\lambda}_{MLE} = 0,0235$, yang mengindikasikan tingkat kegagalan masa hidup (*lifetime failure rate*) sebesar sekitar 2,35% per satuan waktu pengamatan. Artinya, pada setiap satu bulan masa observasi, peluang seorang pasien kanker paru mengalami kematian berada pada kisaran 2,35%. Nilai ini konsisten dengan sifat kanker paru sebagai penyakit dengan mortalitas tinggi dalam interval waktu menengah.

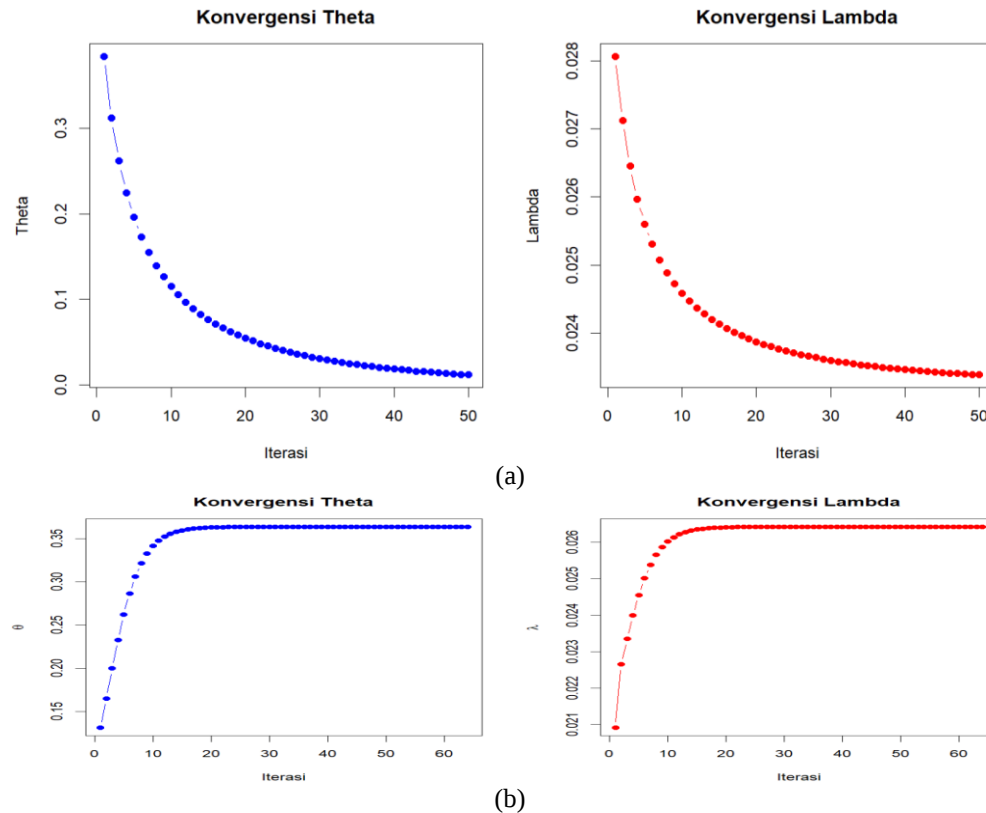
Untuk metode MPS, diperoleh estimasi parameter $\hat{\theta}_{MPS} = 0,3617$. Nilai ekspektasi jumlah risiko komplementer yang bersesuaian adalah:

$$\frac{\theta}{1 - e^{-\theta}} = \frac{0,3617}{1 - e^{-0,3617}} = 1,1917 \approx 1$$

Hal ini tetap sejalan dengan hasil MLE, yaitu: waktu *survival* pasien kanker paru secara umum masih didominasi oleh satu risiko komplementer utama. Perbedaan nilai θ antara MLE dan MPS menunjukkan bahwa MPS sedikit lebih sensitif terhadap kemungkinan adanya variasi risiko laten, tetapi secara rata-rata jumlah risiko yang berperan tetap mendekati satu. Estimasi parameter laju kegagalan dengan MPS adalah $\hat{\lambda}_{MPS} = 0,0264$, yang mengindikasikan tingkat kegagalan sekitar 2,64% per satuan waktu. Dengan demikian, kedua metode memberikan estimasi laju kegagalan yang berada pada kisaran 2–3% per satuan waktu, dan hasil MPS hanya sedikit lebih tinggi dibandingkan

MLE. Hal ini menandakan bahwa kedua pendekatan estimasi relatif konsisten dalam menggambarkan tingkat risiko kematian pasien kanker paru.

Proses estimasi parameter PE juga diamati melalui grafik konvergensi θ dan λ . Grafik pada Gambar 3 memperlihatkan bagaimana nilai parameter diperbarui dari iterasi ke iterasi hingga mencapai nilai yang stabil.



Gambar 3. Grafik konvergensi parameter θ dan λ untuk (a) Model PE-MLE dan (b) Model PE-MPS

Berdasarkan Gambar 3(a), nilai θ dan λ untuk model PE-MLE mengalami penurunan bertahap hingga konvergen. Nilai θ dimulai sekitar 0,3840 dan menurun hingga mencapai nilai akhir 0,0193, sedangkan λ bergerak dari sekitar 0,0280 menuju 0,0235. Konvergensi stabil tercapai dalam 10–15 iterasi awal, yang menunjukkan bahwa algoritma *Newton–Raphson* untuk MLE bekerja secara stabil dan efisien pada data ini. Sementara itu, Gambar 3(b) menggambarkan pola konvergensi yang berlawanan arah, yaitu: nilai parameter meningkat dari titik awal yang lebih kecil menuju estimasi optimal. Nilai θ meningkat dari sekitar 0,1310 menjadi 0,3617, sedangkan λ meningkat dari sekitar 0,0210 menjadi 0,0264. Konvergensi dicapai relatif cepat (sekitar iterasi ke-15) dan tetap stabil hingga iterasi ke-60.

Perbedaan arah konvergensi (penurunan pada MLE dan peningkatan pada MPS) mencerminkan perbedaan mekanisme pembaruan parameter antara fungsi *likelihood* dan fungsi *product spacing*. Namun demikian, kedua metode menunjukkan pola konvergensi yang stabil, sehingga hasil estimasi dapat dianggap valid secara numerik. Selain menggambarkan kestabilan algoritma, pola konvergensi ini juga sejalan dengan karakteristik data, yaitu: nilai λ yang konvergen pada kisaran 0,0235 (MLE) dan 0,0264 (MPS) mengindikasikan bahwa tingkat kegagalan (*lifetime failure rate*) pasien kanker paru berada pada kisaran 2–3% per satuan waktu, mengindikasikan risiko kematian yang cukup tinggi dan konsisten dengan literatur epidemiologi kanker paru [13]. Di sisi lain, estimasi θ yang menghasilkan $E(M) \approx 1$ menegaskan bahwa waktu survival pasien pada data ini didominasi oleh satu risiko komplementer utama. Dengan demikian, Gambar 3 tidak hanya menunjukkan

performa algoritma numerik, tetapi juga memberikan dukungan visual bahwa pola risiko dalam data empiris selaras dengan asumsi model *Poisson-Exponential* yang digunakan dalam penelitian ini.

2.3 Analisis Fungsi Survival

Fungsi survival $S(t)$ menggambarkan peluang seorang pasien dapat bertahan hidup lebih lama dari waktu tertentu dan dapat dinyatakan sebagai:

$$S(t) = 1 - F(t) = P(T > t)$$

Fungsi survival untuk distribusi *Poisson-Exponential* adalah sebagai berikut:

$$S(t = y_i; \hat{\theta}, \hat{\lambda}) = \frac{1 - e^{-\hat{\theta}e^{-\hat{\lambda}y_i}}}{1 - e^{-\hat{\theta}}} \quad (2.15)$$

Berdasarkan hasil estimasi parameter pada Tabel 2, maka diperoleh fungsi survival untuk model PE-MLE dan PE-MPS masing-masing adalah:

$$S_{MLE}(y_i; 0,0193; 0,0235) = \frac{1 - e^{-0,0193e^{-0,0235y_i}}}{1 - e^{-0,0193}}$$

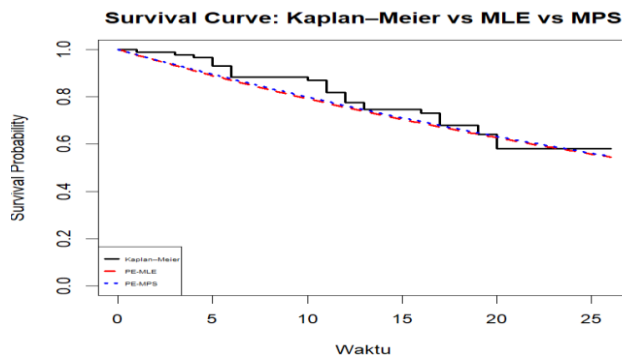
$$S_{MPS}(y_i; 0,3617; 0,0264) = \frac{1 - e^{-0,3617e^{-0,0264y_i}}}{1 - e^{-0,3617}}$$

Untuk $y_i = 12$ bulan, diperoleh peluang survivalnya

$$S_{MLE}(y_i = 12; 0,0193; 0,0235) = \frac{1 - e^{-0,0193e^{-0,0235(12)}}}{1 - e^{-0,0193}} = 0,7561$$

$$S_{MPS}(y_i = 12; 0,3617; 0,0264) = \frac{1 - e^{-0,3617e^{-0,0264(12)}}}{1 - e^{-0,3617}} = 0,7632$$

Hal ini mengindikasikan bahwa peluang seorang pasien untuk bertahan hidup lebih dari 12 bulan adalah sebesar $0,7561 - 0,7632$ atau sekitar 76%. Sebagai ilustrasi, $y_i = 20$ bulan menjadi $S_{MLE}(20) = 0,6273$ dan $S_{MPS}(20) = 0,6330$ atau sekitar 63%. Pola ini sejalan dengan karakteristik data pada Tabel 1, di mana beberapa kejadian kematian tercatat pada bulan 17, 20, 23, 24, dan 25, sehingga peluang survival menurun cukup signifikan setelah bulan ke-12. Secara umum, nilai fungsi survival menurun seiring bertambahnya waktu, yang menggambarkan meningkatnya akumulasi risiko kematian pada pasien kanker paru. Baik model PE-MLE maupun PE-MPS menunjukkan pola penurunan peluang survival yang konsisten dan saling berdekatan, dengan estimasi MPS sedikit lebih tinggi pada beberapa interval waktu sehingga memberikan gambaran survival yang sedikit lebih optimistis. Grafik perbandingan kurva fungsi survival untuk Kaplan Meier, Model PE-MLE, dan Model MPS dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Grafik Fungsi Survival dengan Metode Kaplan-Meier, Model PE-MLE, dan Model PE-MPS

Gambar 4 memperlihatkan perbandingan kurva fungsi survival Kaplan–Meier, PE–MLE, dan PE–MPS. Kurva Kaplan–Meier yang ditunjukkan dengan garis hitam bersifat nonparametrik dan langsung merefleksikan data aktual 48 pasien, sehingga berbentuk tangga sesuai waktu kejadian kematian. Kurva model PE–MLE yang ditunjukkan dengan garis biru putus-putus merupakan estimasi parametrik dengan metode MLE. Kurva ini secara umum mengikuti pola Kaplan–Meier, meskipun pada beberapa titik awal sedikit berada di bawah kurva empiris sehingga cenderung memberikan estimasi survival yang lebih konservatif. Hal ini konsisten dengan nilai $\hat{\theta}_{MLE}$ yang sangat kecil sehingga perilaku distribusi PE mendekati model eksponensial dengan *hazard* yang relatif mendekati konstan.

Sebaliknya, kurva model PE–MPS dengan garis merah putus-putus, tampak lebih dekat dengan Kaplan–Meier khususnya pada bagian tengah hingga akhir kurva, yaitu pada rentang waktu sekitar 12–25 bulan yang memang memuat sebagian besar kejadian kematian dalam data. Kedekatan ini menunjukkan bahwa MPS mampu menyesuaikan bentuk fungsi hazard yang sedikit meningkat sebagaimana tercermin pada pola penurunan tangga Kaplan–Meier di bagian tengah hingga akhir periode observasi. Dengan demikian, Gambar 4 tidak hanya menggambarkan perbedaan visual antar model, tetapi juga mengonfirmasi bahwa data kanker paru di RSUP Dr. Wahidin Sudirohusodo memiliki pola survival yang dapat ditangkap dengan baik oleh model PE, terutama melalui pendekatan MPS yang menunjukkan kecocokan lebih tinggi terhadap kurva empiris Kaplan–Meier.

2.4 Pemilihan Model Terbaik

Kualitas kesesuaian model dievaluasi menggunakan *log-likelihood*, *Akaike Information Criterion* (AIC), *AIC corrected* (AICc), dan *Consistent AIC* (CAIC). Perbandingan kesesuaian model PE–MLE dan PE–MPS disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Pemilihan Model Terbaik

Metode	Log-likelihood	AIC	AICc	CAIC
MLE	-90,4387	184,8774	185,0879	191,0661
MPS	-82,6648	165,7296	165,7506	166,3485

Berdasarkan Tabel 3, metode MPS memiliki *log-likelihood* yang lebih tinggi (–82,6648 dibanding –90,4387) serta nilai AIC, AICc, dan CAIC yang lebih kecil dibandingkan metode MLE. Karena kriteria AIC, AICc, dan CAIC mendasarkan penilaian pada kombinasi antara tingkat kecocokan model (melalui *log-likelihood*) dan penalti kompleksitas model, maka nilai yang lebih rendah mengindikasikan model yang lebih baik secara keseluruhan. Dengan demikian, perbedaan nilai yang cukup mencolok antara kedua metode menunjukkan bahwa model PE–MPS memberikan kualitas kesesuaian yang lebih baik terhadap data survival pasien kanker paru tahun 2015.

Pemilihan model PE–MPS sebagai model terbaik sejalan dengan prinsip dasar teori informasi, yaitu bahwa model dengan nilai *log-likelihood* terbesar dan nilai AIC/AICc/CAIC terkecil dianggap paling optimal dalam menyeimbangkan akurasi dan efisiensi model. Meskipun kedua model menghasilkan parameter yang stabil dan dapat diinterpretasikan dengan baik, kriteria seleksi model secara konsisten menempatkan MPS sebagai metode yang lebih unggul. Oleh karena itu, secara statistik, PE–MPS dapat dianggap sebagai model parametrik yang paling sesuai untuk merepresentasikan pola survival pasien kanker paru dalam penelitian ini.

3. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, distribusi *Poisson–Exponential* terbukti mampu merepresentasikan pola penurunan peluang bertahan hidup pasien kanker paru dengan baik. Hal ini tercermin dari kedekatan kurva parametrik terhadap kurva Kaplan–Meier, baik pada interval waktu

menengah maupun panjang, serta konsistensi fungsi *survival* yang menurun seiring bertambahnya waktu. Proses estimasi numerik berbasis metode *Newton–Raphson* untuk pendekatan MLE maupun MPS menunjukkan konvergensi yang stabil sehingga memberikan keyakinan bahwa parameter yang dihasilkan merupakan solusi yang andal.

Perbandingan kriteria informasi menunjukkan bahwa model PE–MPS merupakan model yang paling sesuai untuk data yang dikaji, karena memiliki *log-likelihood* yang lebih tinggi serta nilai AIC, AICc, dan CAIC yang lebih kecil dibandingkan model PE–MLE. Secara substantif, peluang bertahan hidup lebih dari 12 bulan berada di kisaran 76% dan menurun menjadi sekitar 63% pada 20 bulan, yang sejalan dengan pemahaman klinis bahwa risiko kematian meningkat seiring lamanya waktu sejak diagnosis. Temuan ini mendukung rekomendasi agar pelaporan utama menggunakan model PE–MPS, sementara pengembangan lanjutan dapat mengarah pada perluasan ke model regresi PE yang memasukkan kovariat klinis (misalnya stadium, jenis histologi, atau jenis terapi) untuk meningkatkan ketepatan prediksi dan nilai interpretatif dalam praktik klinis.

REFERENCES

- [1] Ahmed, M. A., 2023. Relative Efficiency of the Maximum Product Spacing Estimates of the Power Topp-Leone Distribution Parameters under Progressive Type-II Censoring Scheme. *Frontiers in Scientific Research and Technology*, 1-6.
- [2] Cheng, R. C., & K. Amin, N. A., 1983. Estimating Parameters in Continuous Univariate Distributions with a Shifted Origin. *Journal of Royal Statistical Society*, 394-403.
- [3] Collett, D., 2003. *Modelling Survival Data in Medical Research*. New York: Chapman and Hall: CRC Press.
- [4] Dewi, A., Thabrany, H., Satrya, A., Puteri, G. C., Fattah, R. A., & Novitasari, D., 2021. *Kanker Paru, Kanker Paling Mematikan di Indonesia: Apa Saja yang Telah Kita Atasi dan Apa yang Kita Bisa Lakukan*. Jakarta: Pusat Kajian Jaminan Sosial Universitas Indonesia.
- [5] Elshahhat, A., & Mohammed, H. S., 2023. Statistical Analysis and Applications of Adaptive Progressively Type-II Hybrid Poisson–Exponential Censored Data. *Axioms*.
- [6] Kateri, M., & Nikolov, N. I., 2025. Maximum Product of Spacings Estimator Under Type-I Censoring With an Application to a Step-Stress Model With Weibull Lifetimes. *IEEE Transactions on Reliability* Vol. 74(1), 2092 - 2106.
- [7] Kemenkes, 2017. *Pedoman Nasional Pelayanan Kedokteran - Kanker Paru*. Jakarta: Komite Penanggulangan Kanker Nasional.
- [8] Kumar, M., Singh, S. K., & Singh, U., 2016. Reliability estimation for Poisson-Exponential model under progressive type-II censoring data with binomial removal data. *Journal of Statistica*, 76(1), 3–26.
- [9] Kurdi, T., Nassar, M., & Alam, F. M., 2023. Bayesian Estimation Using Product of Spacing for Modified Kies Exponential Progressively Censored Data. *Axioms*.
- [10] Lani, D. N., 2021. *Estimasi Parameter dan Uji Kecocokan Distribusi Eksponensial-Poisson (EP) pada Data COVID-19*. Bandung: Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati.
- [11] Laputty, A., 2016. *Pemodelan Survival Melalui Statistik Nonparametrik*. Makassar: Universitas Hasanuddin.

- [12] Louzada, F., Cancho, V. G., & Barriga, G. D., 2012. The Poisson-exponential regression model under different latent activation schemes. *Journal of Computational & Applied Mathematics*, 31(3), 617-632.
- [13] Riskesdas, 2018. *Hasil Utama Riset Kesehatan Dasar 2018*. Jakarta: Kementerian Kesehatan.
- [14] Zhong, L., Yang, F., Sun, S., Wang, L., Yu, H., Nie, X., . . . Xu, N., 2024. Predicting lung cancer survival prognosis based on the conditional survival bayesian. *BMC Medical Research Methodology*.
- [15] Zuelmi, S., Adrianison, & Fidiawati, W. A., 2013. *Angka Ketahanan Hidup Satu Tahun Penderita Kanker Paru di Ruang Rawat Inap Paru RSUD Arifin Achmad Pekanbaru Periode Maret 2010 - Maret 2011*. Pekanbaru: Universitas Riau.