

Determination of Joint Life Term Insurance Premium Reserves Using the Prospective Method Based on the Cox-Ingersoll-Ross (CIR) Stochastic Interest Rate Model

Penentuan Cadangan Premi Asuransi Jiwa Berjangka Joint Life Menggunakan Metode Prospektif Berdasarkan Suku Bunga Stokastik Model Cox-Ingersoll-Ross (CIR)

Prihatin Sihotang¹, Siska Yosmar^{2*}, Septri Damayanti³

^{1,2,3} *Departement of Mathematics, Bengkulu University*

Email: ¹prihatinsihotang04@gmail.com, ²siskayosmar@unib.ac.id,

³septridamayanti@unib.ac.id.

**Corresponding Author*

Received: 12 December 2025, revised: 29 April 2026, accepted: 4 May 2026

Abstract

Premium reserves are the minimum funds that insurance companies are required to set aside to guarantee the fulfillment of long-term contractual obligations to policyholders in the future. Good management of premium reserves is very important to maintain the financial stability of insurance companies. This study aims to determine the premium reserves for joint life term life insurance using a prospective method based on the CIR model stochastic interest rate. This study uses a literature review method, with calculations based on the 2019 Indonesian Mortality Table (TMI) and historical BI interest rate data for estimating CIR model parameters. The calculation results show that premium reserves tend to increase at the beginning of the period and decrease towards the end of the period. Compared to fixed interest rates, premium reserves using CIR model interest rates are higher in each period.

Keywords: Joint Life Term Insurance, Premium Reserves, Cox-Ingersoll-Ross, Prospective Method

Abstrak

Cadangan premi adalah dana minimal yang wajib disisihkan perusahaan asuransi untuk menjamin pemenuhan kewajiban kontrak jangka panjang kepada pemegang polis di masa depan. Pengelolaan cadangan premi yang baik, sangat penting untuk menjaga stabilitas keuangan perusahaan asuransi. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui penentuan cadangan premi asuransi jiwa berjangka *joint life* menggunakan metode prospektif berdasarkan suku bunga stokastik model CIR. Penelitian ini menggunakan metode studi literatur, dengan perhitungan



didasarkan pada Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2019 dan data historis suku bunga BI untuk estimasi parameter model CIR. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa cadangan premi cenderung meningkat di awal periode dan menurun saat mendekati akhir periode. Dibandingkan dengan suku bunga tetap, cadangan premi menggunakan suku bunga model CIR lebih besar setiap periodenya.

Kata kunci: Asuransi Jiwa Berjangka Joint Life, Cadangan Premi, Cox-Ingersoll-Ross, Metode Prospektif.

1. PENDAHULUAN

Setiap individu dalam perjalanan hidupnya pasti akan menemui berbagai risiko yang tidak terduga, termasuk risiko kematian yang berdampak pada keluarga dalam aspek finansial. Untuk menangani risiko tersebut, asuransi jiwa muncul sebagai salah satu solusi dalam menanggulangi dampak ekonomi akibat kehilangan pencari nafkah dalam sebuah keluarga. Secara umum polis asuransi jiwa diklasifikasikan menjadi asuransi jiwa seumur hidup, berjangka, dan dwiguna [18]. Asuransi jiwa berjangka merupakan asuransi dengan premi cenderung lebih murah dan terjangkau dengan menyediakan proteksi dalam periode tertentu [21]. Asuransi jiwa tidak hanya memberikan proteksi untuk satu jiwa, tetapi juga dapat beberapa jiwa atau tertanggung dalam satu polis, yang dikenal dengan asuransi jiwa gabungan (*multiple life insurance*) yang terdiri atas dua kategori, yaitu polis *last survivor* dan *joint life* [3]. Sesuai dengan ketentuan Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 40 Tahun 2014 mengenai perasuransian, premi diterima oleh perusahaan sebagai imbalan untuk memberikan pertanggung kepada pihak ketiga berdasarkan peristiwa yang tidak pasti yang dialami tertanggung dengan besamnya manfaat didasarkan pada hasil pengelolaan dana. Ketepatan dalam perhitungan cadangan premi sangat krusial untuk mengurangi risiko keuangan, serta memastikan tersedianya dana guna membayar klaim tertanggung. Cadangan premi adalah kewajiban perusahaan asuransi dalam menyediakan dana sebagai upaya memenuhi klaim pemegang polis di kemudian hari [22].

Penentuan cadangan premi sangat dipengaruhi oleh metode perhitungan yang digunakan, di mana metode perhitungan yang umum digunakan adalah metode prospektif. Besar cadangan premi sangat bergantung dengan suku bunga yang digunakan. Selama ini, banyak perusahaan asuransi masih menggunakan suku bunga tetap dalam perhitungannya karena lebih praktis dan sederhana. Namun, kenyataannya dalam asuransi jiwa yang merupakan produk jangka panjang kurang sesuai, sehingga perlu memikirkan perubahan suku bunga yang sering berubah seiring waktu. Penggunaan suku bunga stokastik merupakan pendekatan yang lebih realistis untuk digunakan yang merepresentasikan fluktuasi pasar lebih tepat. Beberapa penelitian terdahulu terkait penentuan cadangan premi dan suku bunga stokastik meliputi Sukanasih, Widana, dan Jayanegara dalam penelitiannya diperoleh cadangan premi asuransi jiwa status *joint life* menggunakan suku bunga tetap lebih besar dibandingkan dengan model Vasicek [21]. Hasriati dkk, memperoleh perhitungan cadangan premi menggunakan suku bunga model CIR pada asuransi jiwa dwiguna meningkat dari waktu ke waktu [8]. Hal serupa juga dilakukan oleh Umami pada asuransi jiwa *endowment joint life* diperoleh cadangan premi tahunan menggunakan suku bunga model CIR meningkat seiring dengan berjalannya periode [23]. Penelitian oleh Yosmar, Wijayanti Hn, dan Faisal memperoleh bahwa model CIR merupakan solusi alternatif yang lebih realistis dalam perhitungan aktuarial [24]. Silalahi dan Budiarti dalam penelitiannya menyimpulkan bahwa model CIR merupakan instrumen yang sangat baik dan reliabel dalam menentukan premi asuransi jiwa [20]. Khairani, Elfitra, dan Siregar menggunakan model CIR dalam perhitungan dana pensiun dan terbukti memberikan proyeksi yang lebih akurat dan realistis dan secara signifikan meningkatkan literasi keuangan [12]. Penelitian oleh Limbong, Rachmatin, dan Priatna menunjukkan model CIR sangat efektif dalam mengaproksimasi fluktuasi suku bunga pasar untuk penentuan iuran normal pensiun [13].

Selanjutnya ada penelitian oleh Andres diperoleh bahwa model suku bunga seperti CIR banyak digunakan dalam pengembangan *economic scenario generator* untuk perusahaan asuransi karena memiliki kemampuan menggambarkan pergerakan suku bunga secara lebih realistis serta menjamin nilai suku bunga tetap positif [2]. Kemudian penelitian oleh Nishi menggunakan metode prospektif diperoleh cadangan premi meningkat seiring berjalannya periode [16]. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan mengimplementasikan tingkat suku bunga stokastik model CIR agar memberikan hasil yang lebih baik. Model *Cox-Ingersoll-Ross* merupakan pengembangan dari model Vasicek namun berbeda dalam hal volatilitasnya [10]. Menggunakan model CIR, suku bunga dipastikan akan selalu bernilai positif dan suku bunga akan cenderung bergerak menuju rata-rata suku bunga jangka panjangnya karena memiliki sifat *mean reversion* [24]. Penelitian ini bertujuan pada penentuan cadangan premi asuransi jiwa berjangka *joint life* menggunakan metode prospektif berdasarkan suku bunga stokastik yang dimodelkan dengan pendekatan *Cox-Ingersoll-Ross*.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan melalui studi literatur yang mencakup berbagai buku dan artikel jurnal yang berkaitan dengan topik penelitian. Pengertian studi literatur merupakan proses mengumpulkan dan menganalisis literatur atau dokumen-dokumen tertulis yang relevan untuk mengembangkan argumen atau kasus yang mendukung tesis penelitian [14]. Adapun tahapan yang dilakukan untuk mencapai tujuan penelitian adalah sebagai berikut:

1. Mempelajari dan mengkaji literatur yang akan digunakan.
2. Menyusun persamaan untuk probabilitas hidup dan meninggal status *joint life* untuk 2 (dua) orang tertanggung dalam bentuk l_x, l_y, d_x dan d_y sebagai dasar pembentukan persamaan nilai aktuarial *joint life* dalam bentuk simbol komutasi yang belum dijabarkan secara eksplisit.
3. Menentukan solusi penyelesaian model *Cox-Ingersoll-Ross* menggunakan formula Itô.
4. Menentukan formulasi numerik untuk menghitung suku bunga stokastik model *Cox-Ingersoll-Ross* dengan menerapkan skema Euler-Maruyama.
5. Menyusun anuitas berjangka awal, nilai sekarang, premi dan cadangan premi asuransi jiwa berjangka status *joint life* dalam bentuk simbol komutasi dengan suku bunga stokastik dengan pendekatan model CIR.
6. Mengimplementasikan penentuan cadangan premi asuransi jiwa berjangka *joint life* untuk metode prospektif dengan tingkat suku bunga stokastik model CIR. Langkah-langkah perhitungannya adalah sebagai berikut:
 - a. Menentukan kontrak asuransi.
 - b. Menentukan nilai estimasi parameter model CIR untuk menghitung suku bunga stokastik r_{k+1} berdasarkan data historis suku bunga Bank Indonesia.
 - c. Menghitung suku bunga stokastik model CIR dengan simulasi Monte Carlo.
 - d. Menghitung jumlah pasangan x dan y yang masih hidup dan meninggal berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2019.
 - e. Penyusunan tabel komutasi berdasarkan suku bunga pendekatan model CIR yang sudah diperoleh sebelumnya.
 - f. Menghitung besar nilai premi dan cadangan premi untuk produk asuransi jiwa berjangka dengan status *joint life*.
7. Menarik kesimpulan.

2.1 Tabel Mortalitas

Menurut [19], tabel mortalitas atau *life table* merupakan perangkat dasar yang digunakan di bidang asuransi jiwa oleh aktuaris untuk memprediksi pola atau kemungkinan kematian yang akan ditunjukkan oleh sekelompok individu. Misalkan l_{x_0} adalah bilangan positif atau jumlah individu

yang hidup pada usia awal (dalam tabel mortalitas disebut radiks) dan, untuk $0 \leq k \leq \omega - x_0$, berlaku [5]:

$$l_{x_0+k} = l_{x_0} {}_k p_{x_0} \quad (2.1)$$

dengan ω adalah usia maksimum dan ${}_k p_{x_0}$ adalah probabilitas individu akan bertahan hidup sampai usia $x_0 + k$. Berdasarkan Persamaan (2.1) tersebut diperoleh jumlah individu yang hidup pada usia $x + k$ yaitu:

$$l_{x+k} = l_x {}_k p_x \quad (2.2)$$

Sehingga probabilitas individu berusia x dapat bertahan hidup hingga usia $x + k$ yaitu:

$${}_k p_x = \frac{l_{x+k}}{l_x} \quad (2.3)$$

Jumlah individu yang meninggal pada usia x atau nilai d_x yaitu:

$$d_x = l_x - l_{x+1} \quad (2.4)$$

dan probabilitas individu berusia x akan mengalami kematian sebelum mencapai usia $x + k$ yaitu:

$${}_k q_x = \frac{l_x - l_{x+k}}{l_x} \quad (2.5)$$

2.2 Model Joint Life

Status *joint life* merupakan status yang tetap ada atau berlangsung selama semua individu dari sebuah kelompok masih bertahan hidup dan akan gagal pada kematian pertama dari salah satu individu kelompok tersebut [3]. Misalkan dua individu x dan y berada dalam status *joint life* di mana akan gagal pada kematian pertama. Probabilitas kedua individu x dan y akan bertahan hidup selama k tahun adalah sebagai berikut [19]:

$${}_k p_{xy} = {}_k p_x {}_k p_y \quad (2.6)$$

dan probabilitas minimal satu dari x dan y akan meninggal dalam k tahun, yaitu:

$${}_k q_{xy} = 1 - {}_k p_{xy} \quad (2.7)$$

dan probabilitas minimal satu dari x dan y akan meninggal dalam $k + 1$ tahun, yaitu:

$${}_{k+1} q_{xy} = {}_k p_{xy} - {}_{k+1} p_{xy} \quad (2.8)$$

2.3 Simbol Komutasi

Fungsi komutasi merupakan alat perhitungan yang mempermudah proses perhitungan dengan memanfaatkan tabel mortalitas, khususnya dalam menentukan nilai asuransi seperti anuitas, premi dan lainnya [17]. Fungsi komutasi untuk status kehidupan bersama, didefinisikan secara analogi mengikuti prinsip yang sama pada fungsi komutasi kehidupan tunggal, dengan demikian diperoleh simbol komutasi untuk status *joint life* adalah sebagai berikut [11]:

$$D_{x,y} = v \frac{x+y}{m} l_{xy} \quad (2.9)$$

$$\min(\omega-x, \omega-y)$$

$$N_{x,y} = \sum_{k=0}^{\min(\omega-x, \omega-y)} D_{x+k, y+k} \quad (2.10)$$

$$C_{x,y} = v \frac{x+y}{m} + 1 d_{xy} \quad (2.11)$$

$$M_{x,y} = \sum_{k=0}^{\min(\omega-x, \omega-y)} C_{x+k, y+k} \quad (2.12)$$

l_{xy} dapat dihitung dengan menggunakan persamaan [12]:

$$l_{xy} = t \cdot l_x \cdot l_y \quad (2.13)$$

di mana t adalah konstanta proporsionalita. Nilai t dihitung menggunakan persamaan:

$$t = (l_{x_0})^{1-m} \quad (2.14)$$

dengan m adalah jumlah individu yang terlibat dalam status *joint life*. Kemudian diperoleh:

$$d_{xy} = l_{xy} - l_{x+1, y+1} \quad (2.15)$$

2.4 Model Cox-Ingersoll-Ross (CIR)

Model *Cox-Ingersoll-Ross* (CIR) adalah salah satu pendekatan ekuilibrium umum yang dikembangkan Cox, Ingersoll, dan Ross pada tahun 1985 sebagai bentuk pengembangan dari model Vasicek (1977). Pada model CIR ditambahkan rumus “akar persegi” dalam rumus volatilitasnya yang membuat tingkat suku bunga dengan model CIR tidak mungkin negatif, berbeda dengan model Vasicek yang masih ada kemungkinan [4]. Persamaan differensial stokastik model *Cox-Ingersoll-Ross* (CIR) dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan umum sebagai berikut:

$$dr_k = c(\theta - r_k)dk + \sigma\sqrt{r_k}dW_k, \quad r(0) = r_0 \quad (2.16)$$

di mana r_0, c, θ , dan σ adalah konstanta positif dengan $2c\theta > \sigma^2$ dan W_k merupakan proses Wiener.

Menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS) diperoleh estimasi parameter dari model CIR, adalah sebagai berikut [12]:

$$\hat{c} = \frac{n^2 - 2n + 1 + \sum_{k=1}^{n-1} r_{k+1} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{r_k} - \sum_{k=1}^{n-1} r_k \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{r_k} - (n-1) \sum_{k=1}^{n-1} \frac{r_{k+1}}{r_k}}{\left(n^2 - 2n + 1 - \sum_{k=1}^{n-1} r_k \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{r_k}\right) \Delta k} \quad (2.17)$$

$$\hat{\theta} = \frac{(n-1) \sum_{k=1}^{n-1} r_{k+1} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{r_{k+1}}{r_k} \sum_{k=1}^{n-1} r_k}{n^2 - 2n + 1 + \sum_{k=1}^{n-1} r_{k+1} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{r_k} - \sum_{k=1}^{n-1} r_k \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{r_k} - (n-1) \sum_{k=1}^{n-1} \frac{r_{k+1}}{r_k}} \quad (2.18)$$

dan diperoleh untuk $\hat{\sigma}$:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{(r_{k+1} - r_k)}{\sqrt{r_k}} - \frac{\hat{\theta}}{\sqrt{r_k}} + \hat{c} \sqrt{r_k} \right)^2} \quad (2.19)$$

2.5 Formula Itô dan Simulasi Monte Carlo

Formula Itô adalah perluasan dari aturan rantai yang digunakan untuk diferensial dalam konteks stokastik. Bentuk umum aturan rantai untuk persamaan diferensial stokastik dari $f(X_k, k)$ yang juga merupakan proses stokastik adalah sebagai berikut [4]:

$$df(X_k, k) = \frac{\partial f}{\partial k} dk + \frac{\partial f}{\partial X} dX_k + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial X^2} (dX_k)^2 \quad (2.20)$$

Simulasi Monte Carlo dapat didefinisikan sebagai metode numerik yang menggunakan *sampling* acak untuk memperkirakan solusi masalah kuantitatif [9]. Dalam memperkirakan nilai suatu variabel menggunakan Monte Carlo, dapat dilakukan banyak simulasi dan mengambil rata-rata hasilnya untuk mendapatkan estimasi nilai ekspektasi. Rata-rata hasil simulasi dapat dituliskan sebagai berikut [7]:

$$\bar{p} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L p^{(j)} \quad (2.21)$$

dengan L adalah banyaknya lintasan dan $p^{(j)}$ adalah hasil simulasi ke- j .

2.6 Skema Euler-Maruyama

Skema Euler merupakan salah satu metode diskretisasi pada persamaan diferensial stokastik untuk mensimulasikan lintasan ketika solusi analitisnya tidak dapat ditemukan secara eksplisit [4]. Menurut [7], skema Euler-Maruyama adalah metode numerik yang digunakan untuk mendekati solusi dari persamaan diferensial stokastik dengan bentuk umum:

$$dX_k = \beta(X_k)dt + \sigma(X_k)dW_k \quad (2.22)$$

Menggunakan metode Euler-Maruyama, dengan mendiskretkan waktu dengan langkah h , sehingga diperoleh aproksimasi dari persamaan diferensial stokastik yaitu:

$$\hat{X}_{k+1} = \hat{X}_k + \beta(\hat{X}_k)h + \sigma(\hat{X}_k)\sqrt{h}Z_{k+1} \quad (2.23)$$

dengan Z_{k+1} adalah variabel acak normal standar.

2.7 Anuitas Awal Asuransi Jiwa Berjangka *Joint Life*

Anuitas hidup dapat didefinisikan sebagai perjanjian yang dibuat oleh perusahaan asuransi sebagai penanggung dengan nasabah sebagai tertanggung, di mana tertanggung akan menerima pembayaran dari penanggung dengan jumlah dan waktu tertentu yang disebut dengan manfaat anuitas selama ia masih hidup [18]. Anuitas berjangka merupakan anuitas yang pembayarannya diberikan secara berkala dan dibatasi selama jangka waktu n . Anuitas awal berjangka n tahun dengan status *joint life* untuk dua orang tertanggung x dan y dirumuskan sebagai berikut [6]:

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k P_{xy} \quad (2.24)$$

2.8 Nilai Sekarang Asuransi Jiwa Berjangka Diskret Status *Joint Life*

Menurut [3], asuransi diskret adalah asuransi yang besaran dan waktu pembayaran manfaat kematian ditentukan pada jumlah tahun penuh yang dijalani oleh tertanggung, terhitung dari penetapan polis hingga saat kematian. Nilai sekarang aktuarial asuransi jiwa berjangka n tahun untuk dua orang tertanggung x dan y yang dibayarkan pada akhir tahun kematian diformulasikan dalam persamaan berikut [7]:

$$A_{xy:\overline{n}|}^1 = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k|q_{xy} \quad (2.25)$$

dengan ketentuan bahwa,

$${}_k|q_{xy} = {}_k p_{xy} - {}_{k+1} p_{xy} \quad (2.26)$$

2.9 Premi Asuransi Jiwa Berjangka Status *Joint Life*

Premi asuransi adalah kewajiban dari peserta asuransi sebagai tertanggung untuk membayar sejumlah biaya dalam jangka waktu tertentu yang umumnya dibayarkan setiap bulan tergantung polis asuransi yang sudah disepakati [2]. Premi tahunan asuransi jiwa jangka waktu n tahun pada kondisi *joint life* untuk tertanggung x dan y dirumuskan sebagai berikut [11]:

$$P_{xy:\overline{n}}^1 = \frac{A_{xy:\overline{n}}^1}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}}} B \quad (2.27)$$

2.10 Cadangan Premi Metode Prospektif Status *Joint Life*

Cadangan premi cadangan premi adalah dana minimal yang wajib disisihkan oleh perusahaan asuransi untuk memenuhi kewajiban kontrak jangka panjang kepada pemegang polis di masa depan, termasuk klaim kematian, nilai tunai, dan klaim jatuh tempo [18]. Metode prospektif adalah salah satu metode perhitungan cadangan premi asuransi jiwa. Metode ini menentukan cadangan dengan menghitung selisih antara nilai sekarang dari manfaat asuransi yang dijanjikan dikurangi dengan nilai sekarang dari premi yang akan datang. Nilai cadangan premi asuransi jiwa berjangka yang dibayarkan pada akhir tahun kematian pada kondisi *joint life* untuk tertanggung x dan y adalah sebagai berikut [6]:

$${}_k V_{xy:\overline{n}}^1 = A_{x+k:y+k:\overline{n-k}}^1 B - P_{xy:\overline{n}}^1 \ddot{a}_{x+k:y+k:\overline{n-k}} \quad (2.28)$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Probabilitas Hidup dan Probabilitas Meninggal Status *Joint Life*

Probabilitas bertahan hidup dan probabilitas meninggal peserta x dan y diasumsikan saling bebas. Probabilitas individu x dan y akan bertahan hidup selama k tahun yang dinyatakan dalam bentuk l_x dan l_y berdasarkan Persamaan (2.3) dan (2.6) adalah sebagai berikut:

$${}_k p_{xy} = \frac{l_{x+k} \cdot l_{y+k}}{l_x \cdot l_y} \quad (3.1)$$

dengan menggunakan Persamaan (3.1) diperoleh probabilitas minimal satu x dan y akan mengalami kematian selama k tahun berdasarkan Persamaan (2.7) adalah sebagai berikut:

$${}_k q_{xy} = \frac{l_x \cdot l_y - l_{x+k} \cdot l_{y+k}}{l_x \cdot l_y} \quad (3.2)$$

3.2 Suku Bunga Model *Cox-Ingersoll-Ross (CIR)*

Simbol i menyatakan suku bunga tetap pada asuransi dan v adalah faktor diskonto dengan $v = \frac{1}{1+i}$. Pada suku bunga stokastik, suku bunga tahunan disimbolkan dengan r_k di mana k adalah periodenya. Oleh karena itu, faktor diskonto untuk model CIR dinyatakan sebagai:

$$v_s = \frac{1}{1+r_k} = (1+r_k)^{-1} \quad (3.3)$$

dengan simbol s menunjukkan model CIR.

Suku bunga stokastik pada setiap periode dihitung berdasarkan model CIR pada Persamaan (2.16). Menggunakan formula Itô, solusi penyelesaian dari bentuk umum persamaan model CIR pada Persamaan (2.16) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$r_{k+1} = e^{-c\Delta k} r_k + \theta(1 - e^{-c\Delta k}) + \int_k^{k+1} \sigma e^{-c(k+1-u)} \sqrt{r_u} dW_u \quad (3.4)$$

dengan $\Delta k = k - (k + 1)$. Pada dasarnya, suku bunga stokastik model CIR bersifat stokastik karena memuat komponen proses Wiener yang merepresentasikan ketidakpastian secara acak. Maka, untuk mencari suku bunga model CIR, Persamaan (3.4) yang merupakan solusi penyelesaian

model CIR akan didiskretisasi secara numerik agar dapat dihitung dengan metode komputasi. Menggunakan skema Euler-Maruyama, diperoleh formulasi numerik dari Persamaan (3.4) yaitu:

$$r_{k+1} = e^{-c\Delta k} r_k + \theta(1 - e^{-c\Delta k}) + \sum_{k=0}^{m-1} \sigma e^{-c(k+1-u_i)} \sqrt{r_{u_i}} \sqrt{\Delta u} Z \quad (3.5)$$

dengan $Z \sim N(0,1)$.

3.3 Cadangan Premi Metode Prospektif Status *Joint Life* Suku Bunga Model CIR

Pada penelitian ini akan ditentukan model matematis cadangan premi metode prospektif untuk asuransi jiwa berjangka *joint life 2* (dua) orang tertanggung berdasarkan suku bunga model CIR dalam bentuk simbol komutasi. Berikut adalah nilai anuitas awal asuransi jiwa berjangkan dalam bentuk simbol komutasi berdasarkan Persamaan (3.1):

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} &= \sum_{k=0}^{n-1} v_s^k \cdot {}_k p_{xy} \\ &= \frac{N_{x,y} - N_{x+n,y+n}}{D_{x,y}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Kemudian diperoleh nilai sekarang manfaat asuransi jiwa berjangka n status *joint life* yang dibayarkan pada akhir tahun kematian dalam bentuk simbol komutasi berdasarkan Persamaan (3.2), yaitu:

$$\begin{aligned} A_{xy:\overline{n}|}^1 &= \sum_{k=0}^{n-1} v_s^{k+1} \cdot {}_k q_{xy} \\ &= \frac{M_{x,y} - M_{x+n,y+n}}{D_{x,y}} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Berdasarkan Persamaan (3.6) dan (3.7), maka diperoleh nilai premi tahunan asuransi jiwa berjangka n tahun dengan status *joint life* dalam bentuk simbol komutasi, yaitu:

$$\begin{aligned} P_{xy:\overline{n}|}^1 &= \frac{A_{xy:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}} B \\ &= \frac{M_{x,y} - M_{x+n,y+n}}{N_{x,y} - N_{x+n,y+n}} \cdot B \end{aligned} \quad (3.8)$$

Sehingga diperoleh persamaan untuk menghitung besaran cadangan premi asuransi jiwa berjangka dengan menggunakan metode prospektif pada kondisi *joint life* untuk peserta x dan y dalam bentuk simbol komutasi adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_k V_{xy:\overline{n}|}^1 &= A_{x+k:y+k:\overline{n-k}|}^1 B - P_{xy:\overline{n}|}^1 \ddot{a}_{x+k:y+k:\overline{n-k}|} \\ &= \left[\frac{M_{x+k,y+k} - M_{x+n,y+n}}{D_{x+k,y+k}} - \frac{M_{x,y} - M_{x+n,y+n}}{N_{x,y} - N_{x+n,y+n}} \cdot \frac{N_{x+k,y+k} - N_{x+n,y+n}}{D_{x+k,y+k}} \right] B \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.4 Contoh Implementasi Cadangan Premi Metode Prospektif *joint life* Suku Bunga CIR

Sebuah perusahaan asuransi menawarkan produk asuransi jiwa berjangka *joint life* kepada tiga pasangan suami istri. Usia mereka saat ikut kepersertaan yaitu pasangan pertama suami (x) 45 tahun dan istri (y) 40 tahun, pasangan kedua suami (x) 40 tahun dan istri (y) 40 tahun, dan pasangan ketiga suami (x) 40 tahun dan istri (y) 40 tahun. Masa pertanggungans asuransi (n) yaitu 20 tahun dengan mewajibkan premi tahunan dan menjanjikan manfaat kematian sebesar Rp100.000.000 yang dibayarkan pada akhir tahun kematian. Perhitungan cadangan premi dilakukan dengan menerapkan suku bunga stokastik model CIR yang didasarkan pada data historis BI Rate pada periode April 2016-Mei 2025.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Prihatin Sihotang, Siska Yosmar, Septri Damayanti

Menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS) dan data historis suku bunga Bank Indonesia, diperoleh nilai estimasi parameter model CIR, yaitu adalah 0,99010 untuk nilai c , 0,04871 untuk nilai θ , dan 0,21788 untuk nilai σ . Selanjutnya menggunakan nilai masing-masing parameter, akan dihitung nilai suku bunga r_{k+1} menggunakan simulasi Monte Carlo 1000 lintasan. Berdasarkan Persamaan (3.5) dengan mengasumsikan $m = 100$ dengan bantuan program R, diperoleh suku bunga untuk setiap periode sebagai berikut:

Tabel 3.1. Hasil suku bunga model CIR

No	r_k	Suku Bunga Stokastik
1	0	0,05500
2	1	0,05266
3	2	0,05211
4	3	0,04891
5	4	0,04861
6	5	0,04966
7	6	0,04952
8	7	0,04919
9	8	0,04851
10	9	0,05215
11	10	0,05231
12	11	0,04957
13	12	0,04955
14	13	0,04927
15	14	0,04908
16	15	0,04803
17	16	0,04802
18	17	0,04835
19	18	0,04765
20	19	0,04916

hasil suku bunga di atas menunjukkan sifat model CIR yang cenderung untuk kembali ke rata-rata.

Selanjutnya berdasarkan TMI 2019 dengan mengasumsikan radiks atau l_0 sebesar 100.000, dilakukan perhitungan jumlah pasangan yang hidup dan meninggal untuk masing-masing pasangan menggunakan Persamaan (2.13) dan (2.15) dengan $t = 0,00001$. Sebagai contoh, diperoleh hasil dari 100.000 pasangan awal yang hidup, sebanyak 94.474 pasangan yang masih hidup dan 396 pasangan yang meninggal pada saat usia $x = 45$ dan $y = 40$. Berdasarkan hasil suku bunga stokastik yang diperoleh pada setiap periode dan jumlah pasangan yang hidup dan meninggal, dapat dihitung nilai simbol komutasi untuk masing-masing pasangan pada setiap suku bunga menggunakan Persamaan (2.9), (2.10), (2.11), dan (2.12). Misalnya untuk pasangan pertama pada saat usia $x = 45$ dan $y = 40$ pada saat suku bunga $r_0 = 0,05500$ diperoleh:

$$\begin{aligned}
 D_{45,40} &= v^{\frac{45+40}{2}} \cdot l_{45,40} \\
 D_{45,40} &= 9706,97671 \\
 N_{45,40} &= D_{45,40} + D_{46,41} + \dots + D_{65,60} \\
 N_{45,40} &= 118229,97671 \\
 C_{45,40} &= v^{\frac{45+40}{2}+1} \cdot d_{45,40}
 \end{aligned}$$

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Prihatin Sihotang, Siska Yosmar, Septri Damayanti

$$\begin{aligned} C_{45,40} &= 38,61110 \\ M_{45,40} &= C_{45,40} + C_{46,41} + \dots + C_{65,60} \\ M_{45,40} &= 1039,77785 \end{aligned}$$

Berdasarkan nilai simbol komutasi, diperoleh nilai premi tahunan dengan menggunakan suku bunga awal yaitu $r_0 = 0,05500$ dan santunan Rp 100.000.000 menggunakan Persamaan (3.8), adalah sebagai berikut:

Tabel 3.2. Nilai premi tahunan masing-masing pasangan

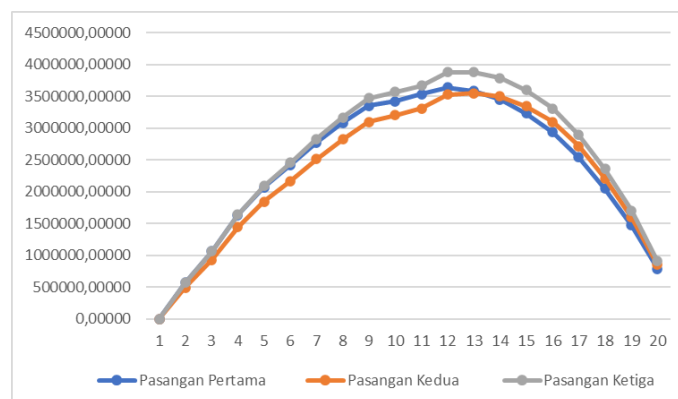
	Premi Tahunan (Rp)
Pasangan Pertama	860.003,63023
Pasangan Kedua	672.088,68102
Pasangan Ketiga	798.394,70332

Sehingga berdasarkan nilai premi tahunan masing-masing pasangan dan nilai simbol komutasi yang diperoleh pada setiap suku bunga, diperoleh nilai cadangan premi pada setiap periode dengan suku bunga stokastik Model CIR menggunakan persamaan (3.9) adalah sebagai berikut:

Tabel 3.3. Nilai cadangan premi suku bunga stokastik model CIR

k	Pasangan Pertama			Pasangan Kedua			Pasangan Ketiga		
	x	y	Cadangan (Rp)	x	y	Cadangan (Rp)	x	y	Cadangan (Rp)
0	45	40	0,00000	40	40	0,00000	45	40	0,00000
1	46	41	571.835,16680	41	41	495.316,67308	46	41	568.825,06399
2	47	42	1.066.439,20818	42	42	929.498,15560	47	42	1.062.320,42584
3	48	43	1.638.184,49200	43	43	1.445.809,63956	48	43	1.644.080,20253
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
19	64	59	791.771,01246	59	59	853.724,32003	64	59	913.364,03410
20	65	60	0,00000	60	60	0,00000	65	60	0,00000

Berikut disajikan kurva yang menunjukkan pola pergerakan besaran cadangan premi produk asuransi jiwa berjangka dengan status *joint life* menggunakan metode prospektif berdasarkan suku bunga stokastik model CIR.



Gambar 4.1. Pola pergerakan cadangan premi suku bunga model CIR

Suku bunga yang dipakai setiap periode, dari periode pertama hingga periode kedua puluh berbeda-beda dan mencerminkan fluktuasi pasar. Pada periode pertama cadangan premi yang diperoleh adalah Rp0 dan periode berikutnya mengalami peningkatan yang tidak konsisten dan menurun saat

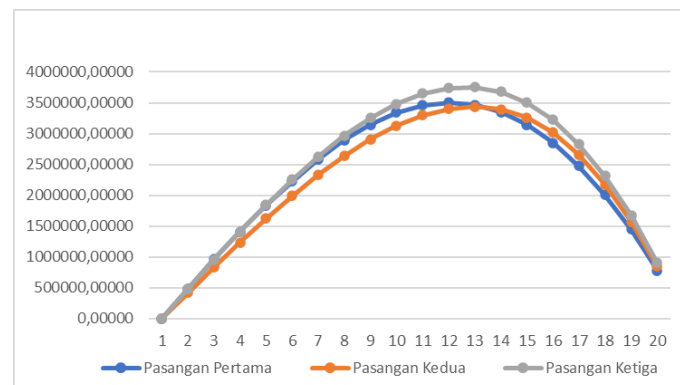
mendekati akhir periode. Cadangan premi mengalami fluktuasi, naik turun seiring dengan pergerakan suku bunga stokastik yang tidak stabil. Pola pergerakan cadangan premi menggunakan suku bunga model CIR menghasilkan kurva yang tidak mulus karena faktor suku bunga yang digunakan berubah setiap periode.

Sebagai perbandingan dengan suku bunga model CIR, pada penelitian ini dilakukan perhitungan nilai cadangan premi menggunakan suku bunga tetap. Berdasarkan nilai premi tahunan yang diperoleh, diperoleh nilai cadangan premi menggunakan suku bunga tetap $r_0 = 0,05500$ adalah:

Tabel 4.4. Nilai cadangan premi suku bunga tetap

k	Pasangan Pertama			Pasangan Kedua			Pasangan Ketiga		
	x	y	Cadangan (Rp)	x	y	Cadangan (Rp)	x	y	Cadangan (Rp)
0	45	40	0,00000	40	40	0,00000	45	40	0,00000
1	46	41	489.715,24879	41	41	419.477,52174	46	41	484.372,09455
2	47	42	962.868,86050	42	42	833.522,93339	47	42	955.559,83786
3	48	43	1.412.973,74075	43	43	1.236.134,04697	48	43	1.411.205,80799
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
19	64	59	782.630,07593	59	59	845.280,45642	64	59	903.891,14502
20	65	60	0,00000	60	60	0,00000	65	60	0,00000

Berikut disajikan kurva yang menunjukkan pola pergerakan nilai cadangan premi menggunakan suku bunga tetap.



Gambar 4.2 Pola pergerakan cadangan premi suku bunga tetap

Pola perkembangan cadangan premi dengan suku bunga tetap memiliki pola yang halus karena perhitungannya tidak dapat dipengaruhi oleh fluktuasi pasar sehingga nilai cadangan premi lebih konsisten.

5. KESIMPULAN

Penentuan cadangan premi produk asuransi jiwa berjangka *joint life* menggunakan metode prospektif dapat dihitung berdasarkan probabilitas hidup dan meninggal menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2019. Penggunaan suku bunga stokastik model CIR, efektif dan memungkinkan perhitungan cadangan premi yang lebih realistis karena memasukkan ketidakpastian suku bunga sesuai fluktuasi pasar. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa nilai cadangan berubah seiring waktu mengikuti pola perubahan nilai sekarang manfaat asuransi dan nilai sekarang premi masa depan. Cadangan premi menunjukkan peningkatan di awal periode tapi

kenaikannya tidak konsisten dan mulai menurun saat mendekati akhir periode. Pola pergerakan cadangan premi suku bunga tetap menghasilkan kurva lebih mulus dibandingkan dengan model CIR. Hal ini mengindikasikan bahwa suku bunga stokastik lebih mencerminkan fluktuasi pasar, sedangkan suku bunga tetap memberikan hasil yang stabil dan mudah diprediksi. Hasil cadangan premi menggunakan suku bunga CIR lebih besar pada setiap periodenya dibandingkan dengan suku bunga tetap.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Andres, H., 2025. Modelling and Validation of Real-World Economic Scenarios in Insurance: Taking Pathwise Properties Into Account. HAL Open Science. <https://pastel.hal.science/tel-05045343>.
- [2] Arta, I. P. S., Satriawan, D. G., Bagiana, I. K., Loppies SP, Y., Shavab, F. A., Mala, C. M. F., Sayuti, A. M., Safitri, D. A., Berlianty, T., Julike, W., Wicaksono, G., Marietza, F., Kartawinata, B. R. & Utami, F., 2021. *Manajemen Risiko*. Widina Bhakti Persada, Bandung.
- [3] Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A. & Nesbitt, J. C., 1997. *Actuarial Mathematics*. Society of Actuaries.
- [4] Brigo, D. & Mercurio, D., 2006. *Interest Rate Models – Theory and Practice*. Springer.
- [5] Dickson, D. C. M., Hardy, M. R. & Waters, H. R., 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Cambridge University Press.
- [6] Futami, T., 1994. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II* (diterjemahkan oleh: Herliyanto, G). Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Terjemahan Dari: Seime Hoken Sugaku Gekan.
- [7] Glasserman, P., 2003. *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Springer, New York.
- [8] Hasriati., Hasbiyati, I., Kirana, A. & Prabowo, A., 2022. Cadangan Zillmer dengan Distribusi Pareto dan Tingkat Suku Bunga Cox-Ingersoll-Ross. *Jurnal Matematika, Sains, dan Teknologi*, Vol. 23, No. 2, 80-92.
- [9] Hasugian, I. A., Muhyi, K. & Firlidany, N., 2022. Simulasi Monte Carlo dalam Memprediksi Jumlah Pengiriman dan Total Pendapatan. *Buletin Utama Teknik*, Vol. 17, No. 2, 133-138.
- [10] Hull, J. C., 2015, *Options, Futures, and Other Derivatives*, Ninth Edition. Pearson Education, Amerika Serikat.
- [11] Jordan, C. W., 1991. *Life Contingencies*. The Society of Actuaries.
- [12] Khairani, N., Elfitra. & Siregar, T. M., 2025. Building an E-Learning System Calculating Pension Funds Using the Cox Ingersoll Ross Interest Rate Model. *Jurnal Penelitian Pendidikan IPA*, Vol.11, No.2, 742-751.
- [13] Limbong, M. M. Y., Rachmatin, D. & Priatna, B. A., 2022. Penerapan Model Tingkat Suku Bunga Cox Ingersoll Ross (CIR) dalam Menentukan Iuran Normal Pensiun. *Jurnal EurekaMatika*, Vol. 10, No. 2, 111-120.
- [14] Machi, L. A. & Mc-Evoy, B. T., 2016. *The Literature Review: Six Steps to Success*, Third Edition. Corwin A Sage Publishing Company.
- [15] Mariana, E., Apriliani, E. & Surjanto, S. D., 2015. Estimasi Parameter pada Model Suku Bunga Cox-Ingersoll-Ross (CIR) Menggunakan Kalman Filter untuk Menentukam Harga Zero Coupon Bond. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol. 4, No. 2, 2337-3520.

- [16] Nishi, T. S. D., 2024. Perhitungan Cadangan Premi Prospektif Asuransij Iwa Berjangka Joint Life Dengan Hukum Mortalitas Gompertz. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Brawijaya, Malang.
- [17] Pangestu, I. W. D. & Mahrani, D., 2023. Analisis Besar Iuran Normal Metode Frozen Initial Liability dan Metode Entry Age Normal Menggunakan Tingkat Suku Bunga Cox -Ingersoll-Ross (CIR). *Indonesian Journal of Applied Mathematics*, Vol. 3, No. 2, 29-39.
- [18] Promislow, S. D., 2015. *Fundamentals of Actuarial Mathematics*. John Wiley & Sons Ltd, Canada.
- [19] Saragih, A. Y., Chandra, M., Hutabarat, R, FM., Manullang, S. & Farhana, N. A., 2024. Analisis Perbandingan Cadangan Premi Asuransi Jiwa Berjangka Menggunakan Metode Zillmer dan Fackler. *Journal of Social Science Research*, Vol. 4, No. 6, 902-911.
- [20] Silalahi, R. B. & Budiarto, R., 2022. Nilai Premi Asuransi Jiwa Berjangka Single Life Model Cox-Ingersoll-Ross (CIR). *Jurnal Statistika dan Matematika*, Vol. 4, No. 1, 1-8.
- [21] Sukanasih, NK., Widana, IN. & Jayanegara, K., 2018. Cadangan Premi Asuransi Joint Life dengan Suku Bunga Tetap dan Berubah Secara Stokastik. *Jurnal Matematika*, Vol. 7, No. 2, 79-87.
- [22] Sulistyawati, Y. & Kartikasari, M. D., 2024. Implementasi Metode New Jersey dalam Perhitungan Cadangan Premi dengan Suku Bunga Stokastik dan Konstan. *Jambura Journal of Mathematics*, Vol. 6, No. 2, 131-139.
- [23] Umami, R. L., 2023. Penentuan Premi Tahunan dan Cadangan Premi dengan Metode New Jersey Asuransi Endowment Status Joint Life Menggunakan Suku Bunga Stokastik. Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Walisongo, Semarang.
- [24] Yosmar, S., Hn Wijay anti, S. & Faisal, F., 2019. Penentuan Premi Asuransi Jiwa Berjangka dengan Bunga CIR dan Hukum Mortalita Weibull. *Seminar Nasional Statistika*, Vol. 8, 20-25.