

Traffic Lights for a Five-Arm Intersection Using Petri Net Models

Lampu Lalu Lintas untuk Sebuah Simpang dengan Lima Lengan menggunakan Model Petri Net

Setiyo Daru Cahyono¹, Tomi Tristono^{2*}, Sukadi³, Joko Triono⁴, Seno Aji⁵,
Sudarno⁶, Mochamad Sidqon⁷

^{1,2,3,4,5,6}Universitas Merdeka Madiun, ⁷Universitas 17 Agustus 1945 Surabaya

Email: setiyodaru@unmer-madiun.ac.id, *tomitristono@unmer-madiun.ac.id,
sukadi@unmer-madiun.ac.id, jokotriono@unmer-madiun.ac.id, senoaji@unmer-madiun.ac.id,
sudarno@unmer-madiun.ac.id, sidqon@untag-sby.ac.id

**Correspondence author*

Received: 3 Pebruary 2026, revised: 6 April 2026, accepted: 13 April 2026

Abstract

This study aims to examine the traffic light model for a five-arm intersection. Two types of traffic light models were studied, namely the standard type and the modified Norwegian type. Traffic lights have a fixed phase scheduling sequence. The traffic light modeling method uses Petri nets to graphically represent the behavioral structure of mathematical modeling symbols in distributed discrete systems. The results of the study show that the Occurrence Graph of the standard traffic light and the modified Norwegian traffic light meet the Coverability Tree requirements for all possible finite states. The Coverability Tree method also includes the properties of boundedness and conservation, along with all transition sequences that fire. The Petri net model satisfies the live property because it never enters a deadlock or a state where no transition can fire. The Petri net model has also satisfied the Invariants property, which represents signal behavior that does not change over time. The Petri net model is declared correct and valid because it satisfies all required properties. The model can present the structure of traffic light behavior at a five-arm intersection.

Keywords: Traffic light model, A five-arm intersection, Petri net, Behavior structure, Discrete system.

Abstrak

Studi ini bertujuan untuk mengkaji model lampu lalu lintas untuk simpang dengan lima lengan. Dua jenis model lampu lalu lintas yang dipelajari yaitu tipe standar dan tipe Norwegia yang dimodifikasi. Lampu lalu lintas mempunyai lintasan urutan penjadwalan fase yang tetap. Metode pemodelan lampu lalu lintas menggunakan jaring Petri untuk merepresentasikan secara grafis struktur perilaku simbol pemodelan matematika dalam sistem diskrit terdistribusi. Hasil studi



JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Setiyo Daru Cahyono, Tomi Tristono, Sukadi, Joko Triono, Seno Aji, Sudarno,
Mochamad Sidqon

menyajikan tentang *Occurrence Graph* (Graf Kejadian) lampu lalu lintas standar dan lampu lalu lintas Norwegia yang dimodifikasi telah memenuhi syarat *Coverability Tree* untuk semua keadaan yang mungkin terjadi. Metode *Coverability Tree* juga mencakup batasan properti (*boundedness*), konservasi (*conservation*), dan seluruh urutan transisi yang *fire*. Model Petri net memenuhi properti *live*, karena tidak pernah mengalami *deadlock* atau keadaan tidak ada transisi yang bisa melakukan *fire*. Model Petri net juga telah memenuhi *Invariant – Invariant* yang merepresentasikan perilaku sinyal yang tidak berubah sepanjang waktu. Model Petri net dinyatakan benar dan valid karena telah memenuhi semua properti yang disyaratkan. Model mampu menyajikan struktur perilaku lampu lalu lintas untuk simpang dengan lima lengan.

Kata kunci: Model Lampu Lalu Lintas, Simpang dengan lima lengan, Petri net, Struktur perilaku, Sistem Diskrit.

1. PENDAHULUAN

Lampu lalu lintas berperan untuk mengatur jadwal perjalanan di simpang yang terdiri dari beberapa lengan agar dapat menghindari terjadinya konflik dengan pergerakan arus kendaraan yang datang dari arah yang berbeda. Sinyal pada lampu lalu lintas harus mampu melayani semua fase sinyal di lengan jalan, dan memungkinkan untuk kembali ke posisi awal agar tercipta siklus dan perulangan. Setiap fase sinyal lengan jalan mendapat alokasi waktu yang tepat sesuai dengan volume kendaraan yang melintas [1].

Studi ini bertujuan untuk mengkaji model lampu lalu lintas untuk simpang jalan dengan lima lengan. Simpang ini besar dan memerlukan interval waktu yang panjang untuk satu siklus lampu lalu lintas. Dua jenis model lampu lalu lintas yang dipelajari yaitu tipe standar dan tipe Norwegia yang dimodifikasi. Lampu lalu lintas mempunyai urutan penjadwalan fase yang tetap yaitu selatan, barat daya, barat, utara, timur, dan kemudian kembali ke awal yaitu fase selatan. Fase adalah jadwal yang mengatur pergerakan maju kendaraan pada masing – masing lengan jalan dalam satu siklus lalu lintas [4].

Lampu lalu lintas tipe standar mempunyai tiga “ruang keadaan diskrit” yaitu “sinyal” yang menyala dengan urutan yaitu hijau, kuning, merah, dan kemudian kembali ke hijau. Sinyal – sinyal tersebut masing – masing menyala dalam interval waktu tertentu secara bergantian dengan fase lengan jalan yang lain dan berulang – ulang membentuk siklus lampu lalu lintas [4]. Lampu lalu lintas menggunakan strategi waktu tetap yang didasarkan pada data empiris volume lalu lintas kendaraan melintas, sehingga durasi masing – masing sinyalnya tidak berubah sepanjang waktu [16]. Model dapat juga dilengkapi dengan penghitung waktu mundur untuk sinyal hijau [1].

Lampu lalu lintas tipe Norwegia tidaklah sama dengan tipe standar. Pada tipe Norwegia terdapat ruang keadaan dimana sinyal kuning dan merah menyala secara bersama – sama sebelum sinyal hijau menyala kembali [3]. Pada lampu lalu lintas tipe Norwegia yang dimodifikasi mengubah sinyal merah – kuning tersebut menjadi satu sinyal yaitu kuning saja. Pada satu siklus lampu lalu lintas tipe Norwegia yang dimodifikasi, sinyal kuning menyala dua kali yaitu ketika sinyal hijau usai dan sinyal merah hendak menyala atau ketika sinyal merah usai dan sinyal hijau akan diaktifkan kembali [3],[15].

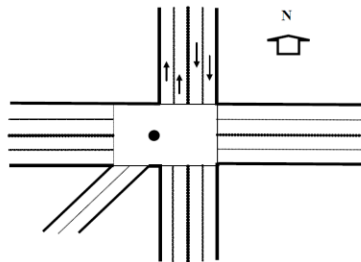
Maksud sinyal kuning kedua untuk menuju hijau pada lampu lalu lintas tipe Norwegia yang dimodifikasi adalah untuk menurunkan tundaan perjalanan, namun juga tidak menyebabkan konflik arus kendaraan dengan arus kendaraan yang datang dari arah yang berbeda. Bila sinyal kuning kedua menyala, maka kendaraan yang telah lama terhenti karena sinyal merah bisa mempersiapkan diri untuk memulai perjalanannya kembali [3].

Pada studi kali ini, untuk pemodelan lampu lalu lintas digunakan Petri net. Manifestasi simbol – simbol pada Petri net merupakan salah satu sarana pemodelan matematika secara grafis tentang

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Setiyo Daru Cahyono, Tomi Tristono, Sukadi, Joko Triono, Seno Aji, Sudarno,
Mochamad Sidqon

struktur perilaku sebuah sistem diskrit yang terdistribusi [13]. Petri net memiliki empat elemen dasar yaitu *place* (P/bundaran), transisi (T/persegi panjang), busurberarah, serta token/ dot. *Place* (P) adalah representasi ruang keadaan yang diskrit. *Fire* transisi (T) yang *enable* digunakan sebagai pemicu untuk transformasi sebuah keadaan awal menjadi keadaan berikutnya sesuai dengan arah busurnya. Eksistensi token menandakan bahwa sebuah keadaan yang terkait dengan *place* yang bersangkutan sedang terjadi atau dapat juga dimaknai dengan sinyal yang terkait sedang menyala [14]. Sebuah model harus benar dan valid. Adapun properti yang digunakan untuk validasi beserta verifikasi model, diantaranya yaitu properti keterbatasan (*boundedness*) dan konservasi (*conservation*) keadaan yang terjadi. Analisanya dapat dilengkapi menggunakan metode *coverability tree* yang mengulas tentang urutan ruang keadaan yang terjadi dan transisi yang *fire* pada semua keadaan [1]. Uji validasi dan verifikasi model juga menggunakan *Place-Invariant* dan simulasi [13].



Gambar 1. Simpang dengan lima lengan dengan arus masuk dan arusnya

Berikut beberapa studi yang telah menganalisa struktur perilaku lampu lalu lintas dan Petri net. Pengenalan tentang Petri net yang banyak digunakan untuk pemodelan, desain, dan untuk menganalisis sistem komputasi paralel, termasuk yang diimplementasikan pada *Field-Programmable Gate Array* (FPGA) [6].

Peneliti terdahulu juga telah mengkaji Modifikasi *Binary* Petri net (MBPNs) untuk membangun desain model lampu lalu lintas [17]. Penelitian tentang validitas model dan analisa lampu lalu lintas dengan properti Petri net [13]. Studi model Petri net lampu lalu lintas dan simulasinya [1]. Berikutnya, studi yang mengembangkan system kontrol berbasis *Timed Petri Net* (TPN) untuk mengurangi kemacetan lalu lintas yang disebabkan oleh adanya kecelakaan. Studi menunjukkan bahwa perubahan sinyal lampu lalu lintas adaptif secara *real-time* lebih efektif daripada cara tradisional [10]. Studi tentang model Petri net untuk mensimulasikan sistem pengendalian lalu lintas menggunakan *Algoritma Additive Increase Multiplicative Decrease* (AIMD). Model dievaluasi dengan menganalisis *Reachability Graph* yang dihasilkan oleh *Algoritma Depth First Search* (DFS) dan *Back Tracking* [8]. Studi tentang sistem pengalihan rute lalu lintas berbasis Petri net dengan mengadopsi lampu lalu lintas dan papan pesan dinamis [9]. Studi tentang pendekatan untuk kontrol modular jaringan jalan menggunakan pemodelan Petri net [5]. Studi tentang pemodelan sistem manajemen lalu lintas, khususnya untuk pengendalian lalu lintas di persimpangan. Penelitian ini menggunakan Petri net kontinu untuk mensimulasikan peristiwa yang terjadi [12].

Terdapat pula studi tentang model sebuah sistem antrean *multichannel* dengan Petri net [7]. Modifikasi struktur lampu lalu lintas menggunakan model Petri net untuk mereduksi *delay* namun tidak menyebabkan konflik [3]. Studi tentang *Place-Invariant* pada Petri net untuk uji validitas model lampu lalu lintas [14]. Terdapat pula analisa struktur dari sebuah proses bisnis yang harus bebas *deadlock* yang juga menggunakan model Petri net [2].

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Setiyo Daru Cahyono, Tomi Tristono, Sukadi, Joko Triono, Seno Aji, Sudarno,
Mochamad Sidqon

Berikut ini tentang definisi Petri net, Properti Petri net, dan *Invariant*. Simulasi Petri net menggunakan Petri net Simulator 2.0.

Definisi 1.1. *Petri net klasik mempunyai empat elemen yaitu $N(P, T, A, w)$ [1].*

Elemen P adalah himpunan berhingga *place* $P = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}$. Himpunan berhingga transisi T yaitu $T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ dengan m dan n adalah bilangan bulat positif. Elemen A adalah himpunan dari *arc*/busur berarah yang merupakan relasi *place* ke transisi dan sebaliknya yakni dari transisi ke *place*. Symbol *Arc* ditulis dengan $A \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$. Elemen w (*weight*) adalah fungsi bobot dari sebuah busur dengan w yaitu $A \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$ [1]. Bobot busur pada model ditulis bila bernilai lebih besar dari satu, dan jika sama dengan satu, maka cukup disajikan dengan garis berarah saja. *Marking*/ penandaan menggunakan token pada sebuah *place* dari Petri net secara matematis ditulis $M(P_i) = N$ dengan i dan $N =$ bilangan bulat positif.

Adapun property Petri net yang digunakan untuk uji validasi dan verifikasi model diantaranya yaitu properti keterbatasan (*boundedness*), konservasi (*conservation*) ruang keadaan yang terjadi dan metode *coverability tree* yang mencakup semua urutan ruang keadaan dan transisi yang *fire*.

Definisi 1.2. *Keterbatasan (*boundedness*) pada Petri net bermakna bahwa jumlah keadaan yang dapat dicapai (*reachable*) dari keadaan initial adalah berhingga [1].*

Sistem dikatakan stabil jika setiap *Place* terbatas (*bounded*) yaitu *place* memiliki jumlah token kurang dari atau sama dengan bilangan integer positif tertentu.

Definisi 1.3. *Petri net bersifat konservasi jika jumlah token pada semua place setelah dikalikan dengan bobot busur masing-masing bernilai konstan untuk setiap keadaan yang mungkin terjadi [1].*

Definisi 1.4. *Petri net memenuhi properti live [1].*

Pada model Petri net juga tidak boleh terjadi *deadlock*, yaitu keadaan dimana tidak ada transisi yang *enabled*. Bila model tidak pernah mengalami *deadlock* disebut *live*. Model Petri net tidak mengalami *deadlock* dapat dikatakan telah memenuhi property konservasi.

Definisi 1.5. *Properti coverability tree yaitu alur memuat semua keadaan yang mungkin terjadi pada Model [1].*

Coverability tree merupakan teknik analisis pada Sistem Event Diskrit (SED) untuk analisa keterbatasan (*boundedness*), konservasi (*conservation*) dan *coverability* keadaan. *Coverability tree* juga disebut *reachability tree* karena memuat semua keadaan yang mungkin terjadi [1].

Definisi 1.6. *Invariant (Place-Invariant) yaitu sistem linier dinamika Marking/ Penandaan pada place menggunakan token bernilai konstan [1].*

Invariant termasuk sebagai property yang dapat digunakan untuk validasi dan verifikasi bahwa sebuah model adalah benar. *Invariant* bermakna *Place-Invariant* yaitu sistem *Linear Time Invariant* (LTI) pada *place* yang berdinamika, namun *Marking*/ Penandaannya menggunakan token yang tidak berubah sepanjang waktu [1]. *Invariant* adalah properti konservasi yang berlaku untuk model, namun secara parsial. Terdapat pula *Invariant* pada transisi, namun tidak dibahas di studi kali ini.

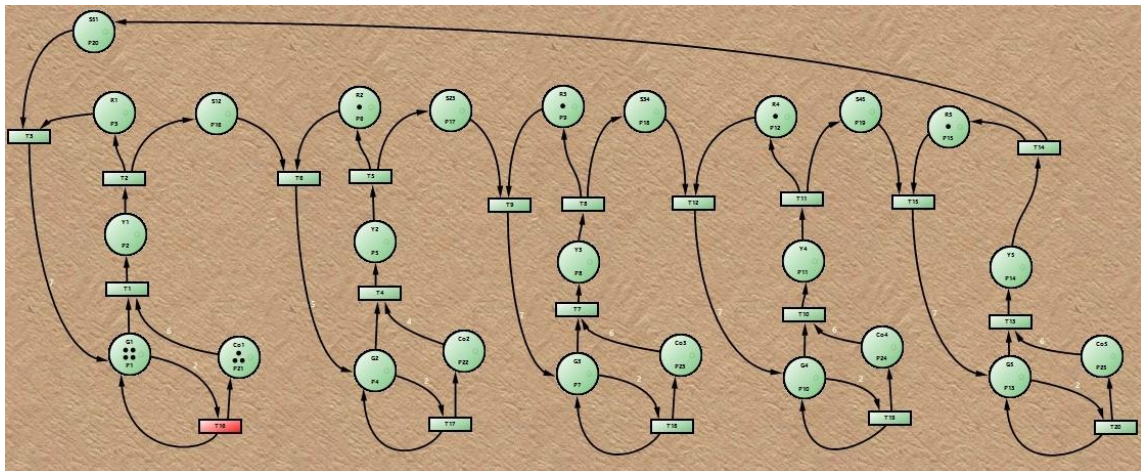
JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Setiyo Daru Cahyono, Tomi Tristono, Sukadi, Joko Triono, Seno Aji, Sudarno,
Mochamad Sidqon

2. HASIL STUDI

Berikut ini hasil studi berupa model lampu lalu lintas dengan lima fase yang menggunakan tipe standar dan tipe Norwegia yang dimodifikasi. Hasil studi juga menampilkan *coverability tree* yang telah mencakup analisa keterbatasan (*boundedness*), konservasi (*conservation*) dan *coverability* keadaan. Beberapa *Invariant* yang tidak berubah sepanjang waktu juga dituliskan untuk membuktikan bahwa model Petri net adalah benar dan valid. Demikian pula hasil simulasi sistem lampu lalu lintas lima fase tipe standar dan tipe Norwegia yang dimodifikasi, juga ditampilkan pada bagian ini.

2.1. Model Lampu Lalu Lintas Tipe Standar

Mengacu pada Gambar 2., sinyal untuk lengan pertama/ selatan model Petri net lampu lalu lintas standar yaitu G1, Y1, R1, Co1, dan S51. Masing – masing sinyal tersebut secara berurutan adalah *Green1* untuk sinyal hijau, *Yellow1* untuk sinyal kuning, *Red1* untuk sinyal merah, *CounterDown1* (Co1) untuk penghitung waktu mundur, dan Sistem Intermediasi/ perantara pergantian fase dari sinyal 5 ke sinyal 1 yaitu S51.



Gambar 2. Model Petri net lampu lalu lintas tipe standar untuk simpang jalan lima lengan.

Table 1. Jadwal Lima Fase Lampu Lalu Lintas Tipe Standar

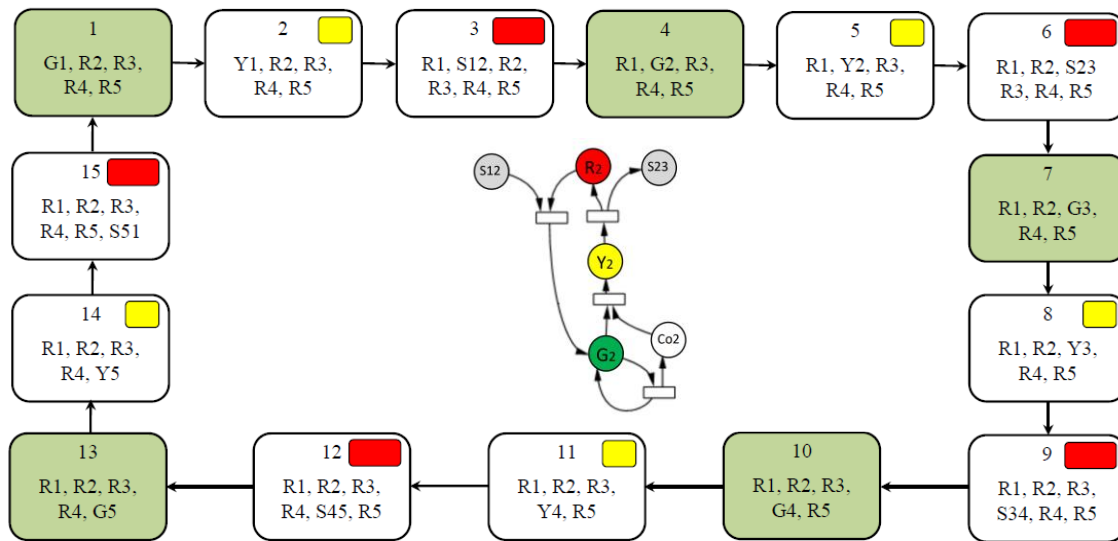
Fase	Hijau	Inter Green		Merah	Siklus
		Kuning	All Red		
Detik					
Selatan	21	3	3	105	129
Barat Daya	15	3	3	111	129
Barat	21	3	3	105	129
Utara	21	3	3	105	129
Timur	21	3	3	105	129

Transisi pada lengan pertama/ selatan model Petri net lampu lalu lintas tipe standar yaitu T1, T2, T3, dan T10. Fungsi T1 adalah untuk *fire* sinyal hijau menjadi sinyal kuning. T2 untuk *fire* sinyal kuning menjadi sinyal merah dan mentransfer token ke S12. Sedangkan transisi T3 berperan

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Setiyo Daru Cahyono, Tomi Tristono, Sukadi, Joko Triono, Seno Aji, Sudarno,
Mochamad Sidqon

untuk *fire* sinyal merah menjadi hijau. T10 adalah transisi untuk penghitung mundur waktu interval sinyal hijau yang tersisa.

Sinyal hijau pada *Occurrence Graph* (Graf Kejadian) untuk lampu lalu lintas standar dinyatakan dengan *on/* menyala atau *off/* padam saja. Perhitungan waktu mundurnya tidak disertakan. Matriks kejadian dengan secara parsial disajikan dalam bentuk transposenya yaitu $O = [O_1 \ O_2 \ O_3 \ O_4 \ O_5 \ S]^T$ dan $O_i = [G_i \ Y_i \ R_i]^T$ serta $S = [S_{51} \ S_{12} \ S_{23} \ S_{34} \ S_{45}]^T$ dengan $i = 1, 2, 3, 4, 5$.



Gambar 3. (Gambar Tengah) Model Petri net lampu lalu lintas standar pada lengan kedua dengan penghitung waktu mundur untuk sinyal hijau, dan (Gambar Tepi) *Occurrence Graph* yang memuat 15 kejadian yang berbeda keadaan lampu lalu lintas.

Sebuah token pada G1 dan Co1 mewakili tiga detik, sehingga interval waktu sinyal hijaunya merupakan total jumlah pada kedua *place* tersebut yaitu 21 detik. Interval waktu untuk sinyal kuning 3 detik. Interval waktu sinyal merah merupakan sinkronisasi yang bergantung pada durasi sinyal hijau, kuning, dan *All red* semua lengan yang lain. Interval waktu sinyal merah tidak perlu diberi durasi khusus tersendiri. Eksistensi sebuah token pada R1 bukan berarti sinyal menyala selama tiga detik saja. Hal serupa berlaku juga untuk sinyal pada fase lengan yang lain. Hasil sinkronisasi sinyal hijau, kuning, dan merah berupa jadwal lampu lalu lintas secara keseluruhan tampak pada Tabel 1.

All Red adalah keadaan semua sinyal menyala merah pada semua lengan selama tiga detik. Interval waktu jeda ini digunakan untuk mengosongkan simpang dari kendaraan yang belum usai melintas. Hal ini merupakan jaminan keamanan arus lalu lintas kendaraan agar bebas dari konflik dengan kendaraan yang datang dari arah lengan yang berbeda. *All Red* menyala setiap pergantian fase lampu lalu lintas.

Tabel 2. *Occurrence Graph* (Graf Kejadian) untuk Lampu Lalu Lintas Standar

Kejadian	Marking	Marking pada S
----------	---------	----------------

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Setiyo Daru Cahyono, Tomi Tristono, Sukadi, Joko Triono, Seno Aji, Sudarno,
Mochamad Sidqon

	Perubahan	Tetap		Transisi yang <i>fire</i> berikutnya
1	$O1 = [1 \ 0 \ 0]^T$	$O2 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T1
2	$O1 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O2 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T2
3	$O1 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$O2 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T6
4	$O2 = [1 \ 0 \ 0]^T$	$O1 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T4
5	$O2 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O1 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T5
6	$O2 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$O1 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$	T9
7	$O3 = [1 \ 0 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T7
8	$O3 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T8
9	$O3 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$O1 = O2 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$	T12
10	$O4 = [1 \ 0 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O3 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T10
11	$O4 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O3 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T11
12	$O4 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$O1 = O2 = O3 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$	T15
13	$O5 = [1 \ 0 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O3 = O4 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T13
14	$O5 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O3 = O4 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T14
15	$O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$O1 = O2 = O3 = O4 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$S = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T3



Gambar 4. Hasil Simulasi Lampu Lalu Lintas Standar

Berikut ini adalah *Invariant* yang memiliki komponen yang senantiasa tidak berubah meskipun terjadi pergantian waktu. *Invariant* ini berlaku pada model Petri net lampu lalu lintas tipe standar untuk simpang dengan lima lengan. Nilai *Marking* mengacu pada jumlah token yang ada pada *place* yang bersangkutan dan bukan pada durasi sinyal.

Invariant 1 berlaku untuk fase lengan i , dengan $i = 1, 3, 4, 5$. Hanya satu sinyal lampu lalu lintas pada sebuah lengan simpang yang menyala yaitu hijau, atau kuning, atau merah. Sinyal dengan warna berbeda tidak diperkenankan aktif secara bersamaan dan tidak diijinkan pula yaitu semua sinyal padam. Hal yang serupa pada *Invariant* 2 yang berlaku untuk fase 2.

$$M(Gi) + M(Coi) + 7M(Yi) + 7M(Ri) = 7 \quad \text{dengan } i = 1, 3, 4, 5 \quad \text{Invariant (1)}$$

$$M(G2) + M(Co2) + 5M(Y2) + 5M(R2) = 5 \quad \text{Invariant (2)}$$

Invariant (3) sampai dengan *Invariant* (8) merupakan jaminan keselamatan perjalanan. Lalu – lintas kendaraan yang datang dari arah lengan tertentu yang tidak diperkenankan berkonflik dengan arus lain yang datang dari lengan simpang yang berbeda. Secara umum, *Invariant* (3) dan *Invariant*

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Setiyo Daru Cahyono, Tomi Triston, Sukadi, Joko Triono, Seno Aji, Sudarno,
Mochamad Sidqon

(5) menyatakan bahwa sinyal pada lengan pertama/ selatan diperkenankan menyala hijau, kuning atau merah bila lengan yang lain telah menyala merah.

$$M(G1) + M(Co1) + 7M(Y1) + 7M(R1) = 7M(R2) \text{ ketika } M(R2) = 1 \quad \text{Invariant (3)}$$

$$M(G2) + M(Co2) + 5M(Y2) + 5M(R2) = 5M(R1) \text{ ketika } M(R1) = 1 \quad \text{Invariant (4)}$$

$$M(G1) + M(Co1) + 7M(Y1) + 7M(R1) = 7M(Ri) \text{ ketika } M(Ri) = 1 \text{ dengan } i = 3,4,5 \quad \text{Invariant (5)}$$

$$M(G2) + M(Co2) + 5M(Y2) + 5M(R2) = 5M(Ri) \text{ ketika } M(Ri) = 1 \text{ dengan } i = 3,4,5 \quad \text{Invariant (6)}$$

$$M(Gi) + M(Coi) + 7M(Yi) + 7M(Ri) = 7M(R1) \text{ ketika } M(R1) = 1 \text{ dengan } i = 3,4,5 \quad \text{Invariant (7)}$$

$$M(Gi) + M(Coi) + 5M(Yi) + 5M(Ri) = 5M(R2) \text{ ketika } M(R2) = 1 \text{ dengan } i = 3,4,5 \quad \text{Invariant (8)}$$

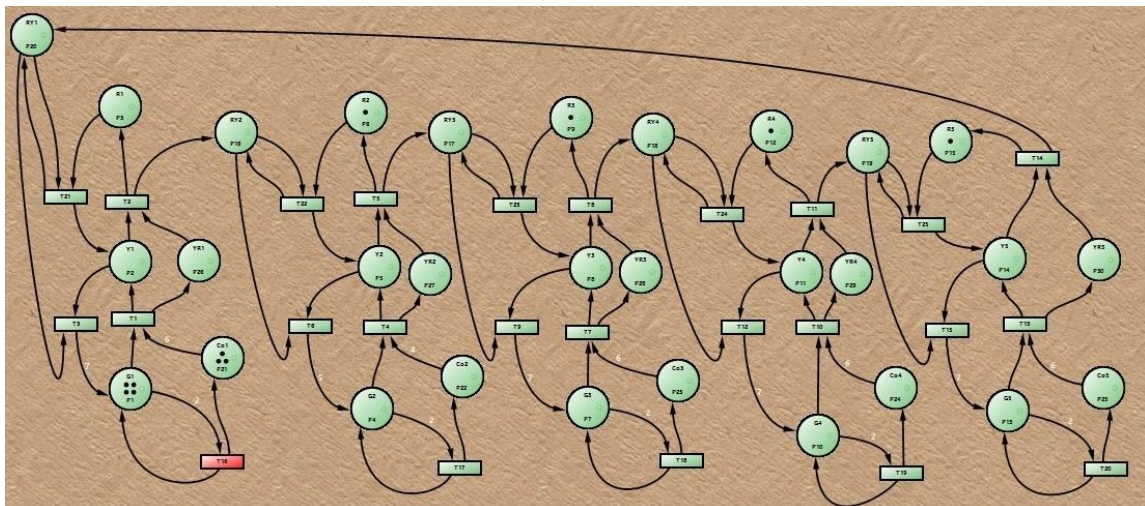
Invariant (9) menggambarkan sinkronisasi untuk semua lengan jalan pada simpang untuk berbagi waktu jadwal perjalanan. $M(S12)$, $M(S23)$, $M(S34)$, $M(S45)$, dan $M(S51)$ adalah *place* intermediasi untuk mengkonstruksi jadwal pergantian fase dalam satu siklus lampu lalu lintas.

$$5\{M(G1) + M(Co1)\} + 35M(Y1) + 7\{M(G2) + M(Co2)\} + 35M(Y2) + 5\{M(Gi) + M(Coi)\} + 35M(Yi) + 35\{M(S12) + M(S23) + M(S34) + M(S45) + M(S51)\} = 35 \text{ dengan } i = 3,4,5 \quad \text{Invariant (9)}$$

Model Petri net lampu lalu lintas dengan lima fase tipe standar telah memenuhi *Invariant (1)* hingga *Invariant (9)*.

2.2. Model Lampu Lalu Lintas Tipe Norwegia yang Dimodifikasi.

Pada Gambar 5., adalah model lampu lalu lintas lima fase yang menggunakan tipe Norwegia yang dimodifikasi. Implementasi lampu lalu lintas Norwegia yang dimodifikasi diyakini dapat mengurangi tundaan perjalanan arus kendaraan dari setiap lengan simpang.



Gambar 5. Model Petri net lampu lalu lintas Norwegia yang dimodifikasi untuk simpang jalan dengan lima lengan.

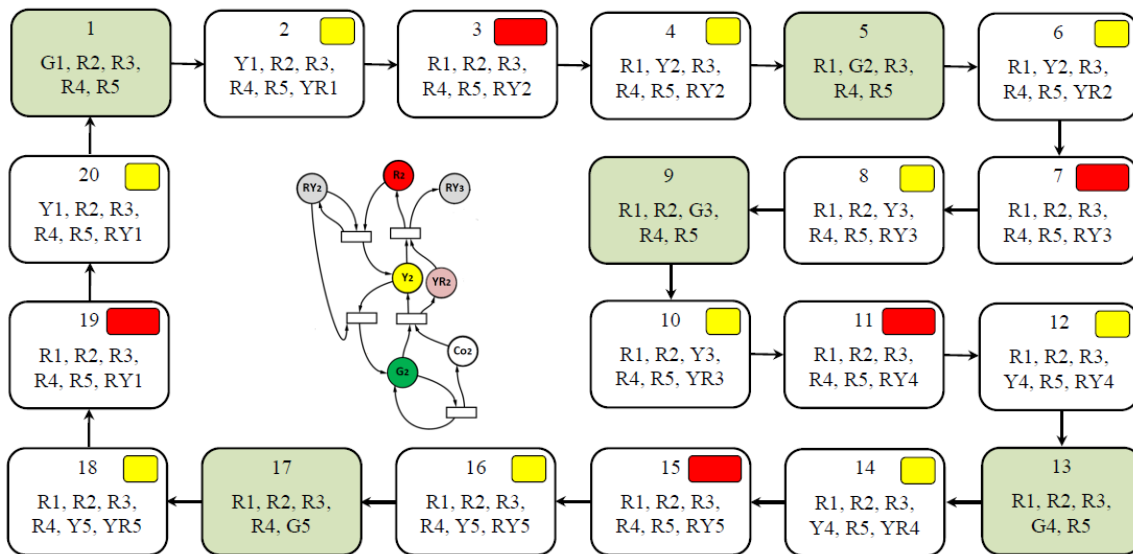
Sinyal untuk lengan pertama/ selatan model Petri net lampu lalu lintas tipe Norwegia yang dimodifikasi yaitu $G1$, $Y1$, $R1$, $RY1$, $YR1$, dan $Co1$. *Place* $RY1$ adalah sistem kontrol Intermediasi/ perantara pergantian fase dari sinyal 5 ke sinyal 1 dan pergantian sinyal merah ke kuning sebelum

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Setiyo Daru Cahyono, Tomi Tristono, Sukadi, Joko Triono, Seno Aji, Sudarno,
Mochamad Sidqon

sinyal hijau menyala pada fase selatan. *Place* YR1 adalah sistem kontrol perantara pergantian sinyal hijau ke sinyal kuning sebelum merah menyala. Hasil sinkronisasinya berupa jadwal lampu lalu lintas tipe Norwegia yang dimodifikasi secara keseluruhan tampak pada Tabel 3. Hal serupa berlaku juga untuk sinyal pada fase lengan yang lain.

Tabel 3. Jadwal Lima Fase Lampu Lalu Lintas Norwegia yang Dimodifikasi

Fase	<i>Inter Green</i>				Merah	Siklus
	Hijau	Kuning I	Kuning II	<i>All red</i>		
	detik					
Selatan	18	3	3	3	105	129
Barat Daya	12	3	3	3	111	129
Barat	18	3	3	3	105	129
Utara	18	3	3	3	105	129
Timur	18	3	3	3	105	129



Gambar 3. Model Petri Net Lampu Lalu Lintas Norwegia yang Dimodifikasi untuk Lengan Kedua dengan Penghitung Waktu Mundur untuk Sinyal Hijau (Gambar Tengah) dan *Occurrence Graph* yang memuat 20 kejadian yang berbeda keadaan lampu lalu lintas.

Invariant (1) sampai dengan *Invariant* (8) masih berlaku pada model Petri net lampu lalu lintas Norwegia yang dimodifikasi, sedangkan *Invariant* (9) tidak berlaku. Pada perhitungan kali ini *Marking* pada *place* YR_{*i*} dengan *i* = 1,2,3,4,5 tidak disertakan. Demikian pula pada Tabel 4, tentang *Occurrence Graph* (Graf Kejadian) Lampu Lalu Lintas Norwegia yang dimodifikasi *place* YR_{*i*} juga tidak disertakan. Tambahan berlaku pada model Petri net lampu lalu lintas Norwegia yang dimodifikasi yaitu *Invariant* (10) untuk menggambarkan sinkronisasi sinyal semua lengan jalan.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Setiyo Daru Cahyono, Tomi Tristono, Sukadi, Joko Triono, Seno Aji, Sudarno,
Mochamad Sidqon

$$5\{M(G1) + M(Co1)\} + 35M(Y1) + 7\{M(G2) + M(Co2)\} + 35M(Y2) + 5\{M(Gi) + M(Coi)\} \quad \text{Invariant (10)}$$

$$+ 35M(Yi) + 35\{M(RY1) + M(RY2) + M(RY3) + M(RY4) + M(RY5)\} = 35 \quad \text{dengan } i = 3,4,5$$

Tabel 4. *Occurrence Graph* (Graf Kejadian) Lampu Lalu Lintas Norwegia yang dimodifikasi

Kejadian	Marking		Marking pada RY	Transisi yang fire berikutnya
	Perubahan	Tetap		
1	$O1 = [1 \ 0 \ 0]^T$	$O2 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T1
2	$O1 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O2 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T2
3	$O1 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$O2 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T22
4	$O2 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O1 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T6
5	$O2 = [1 \ 0 \ 0]^T$	$O1 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T4
6	$O2 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O1 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T5
7	$O2 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$O1 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$	T23
8	$O3 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$	T9
9	$O3 = [1 \ 0 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T7
10	$O3 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T8
11	$O3 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$O1 = O2 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$	T24
12	$O4 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O3 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$	T12
13	$O4 = [1 \ 0 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O3 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T10
14	$O4 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O3 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T11
15	$O4 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$O1 = O2 = O3 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$	T25
16	$O5 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O3 = O4 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$	T15
17	$O5 = [1 \ 0 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O3 = O4 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T13
18	$O5 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O1 = O2 = O3 = O4 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T14
19	$O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$O1 = O2 = O3 = O4 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T21
20	$O1 = [0 \ 1 \ 0]^T$	$O2 = O3 = O4 = O5 = [0 \ 0 \ 1]^T$	$RY = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	T3

Occurrence Graph (Graf Kejadian) lampu lalu lintas standard dan lampu lalu lintas Norwegia yang dimodifikasi telah memenuhi *Coverability Tree* dan dapat memuat semua keadaan berhingga yang mungkin terjadi. Demikian pula pada property keterbatasan (*boundedness*) dan konservasi (*conservation*) juga telah terpenuhi. Kedua model Petri net mampu kembali lagi ke keadaan *initial* yaitu sinyal hijau menyala pada lengan selatan. Pada model Petri net juga tidak terjadi *deadlock*. Sistem juga telah stabil karena setiap *Place* terbatas (*bounded*) yaitu *place* memiliki jumlah token kurang dari atau sama dengan nilai tertentu. Property konservasi (*conservation*) secara parsial telah ditunjukkan menggunakan *Invariant*. Property konservasi (*conservation*) secara keseluruhan implisit telah tercermin pada *Coverability Tree*.

Metode *Coverability Tree* yang mencakup semua urutan transisi yang *fire* ditunjukkan pada Tabel 2. Tentang *Occurrence Graph* (Graf Kejadian) untuk Lampu Lalu Lintas Standar dan Tabel

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Setiyo Daru Cahyono, Tomi Tristono, Sukadi, Joko Triono, Seno Aji, Sudarno,
Mochamad Sidqon

4. tentang *Occurrence Graph* (Graf Kejadian) Lampu Lalu Lintas Norwegia yang dimodifikasi. Kedua model Petri net memenuhi properti *live*, karena Transisi tidak pernah mengalami *deadlock*. Setiap transisi melakukan satu kali *fire* dalam satu siklus lampu lalu lintas.



Gambar 4. Hasil Simulasi Lampu Lalu Lintas Norwegia yang dimodifikasi.

Uji juga telah dilakukan secara simulasi menggunakan Petri net Simulator 2.0. Kedua model Petri net lampu lalu lintas dinyatakan benar dan valid karena telah memenuhi semua property yang disyaratkan. Model dinyatakan mampu menyajikan struktur perilaku lampu lalu lintas untuk simpang jalan dengan lima lengan.

3. KESIMPULAN

Hasil studi menyatakan bahwa *Occurrence Graph* (Graf Kejadian) lampu lalu lintas standar dan lampu lalu lintas Norwegia yang dimodifikasi telah memenuhi syarat *Coverability Tree* dan dapat memuat semua keadaan berhingga yang mungkin terjadi. *Coverability Tree* telah mencakup property keterbatasan (*boundedness*), konservasi (*conservation*), dan semua urutan transisi yang *fire*. Model Petri net memenuhi properti *live*, karena tidak pernah mengalami *deadlock* atau keadaan tidak ada Transisi dapat melakukan *fire*. Model Petri net juga memenuhi *Invariant – Invariant* yang merepresentasikan perilaku sinyal yang tidak berubah sepanjang waktu. Model Petri net dinyatakan benar dan valid karena telah memenuhi semua property yang disyaratkan. Hal ini bermakna bahwa model telah mampu menyajikan struktur perilaku lampu lalu lintas untuk simpang jalan dengan lima lengan.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan kepada LPPM – Universitas Merdeka Madiun atas dukungan berupa pendanaan penelitian.

KONFLIK INTEREST

Para penulis menyatakan bahwa pada penelitian ini tidak ada konflik *interest*

REFERENSI

- [1]. Adzkiya, D., 2008. Building a Petri Net Model of Traffic Lights and Its Simulation. ITS Surabaya.
- [2]. Anggrainingsih, R., Yohanes, S.P., Salamah, U., 2014. Analisis Dan Verifikasi Workflow Menggunakan Petri Net. In: UDINUS, Semarang, Semantik. p. 150–6.
- [3]. Cahyono, S.D., Tristono, T., Sutomo, Utomo, P., 2019. Model of demand order method of traffic lights phases. J Phys Conf Ser. 1211(1): 0–9.
- [4]. MKJI., 1997. “Manual Kapasitas Jalan Indonesia.” Jakarta: Direktorat Jenderal Bina Marga Direktorat Bina Jalan Kota, Jakarta.

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI
Setiyo Daru Cahyono, Tomi Tristono, Sukadi, Joko Triono, Seno Aji, Sudarno,
Mochamad Sidqon

- [5]. Mohammadi, M., Dideban, A., Moshiri, B., 2023. A Novel Approach to Modular Control of Highway and Arterial Networks using Petri Nets Modeling. *Int J Eng.* 36(08):1578–88.
- [6]. Muraviev, N.D., Kulagin, V.P., Zhukov, D.O., 2025. Software Tool for the Synthesis of Petri Net Models of Parallel Computing Systems., *Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF)*. St. Petersburg, Russian Federation.
- [7]. Pramesthi, SRPW., 2018. Model Petri Net Sistem Jaringan Antrean Multichannel Tak-Siklik 5 Server. *J Transform - Univ PGRI Banyuwangi.* 2(2):40–50.
- [8]. Prasanna, S., Gulati, A.S., C, A.H., Prabhu, A., Das, M., Mohan, B.R., 2024. Petri Net-Based Verification of Adaptive Traffic Light Control with AIMD Algorithm., *IEEE IATMSI*. Gwalior, India.
- [9]. Qi, L., Luan, W., Liu, G., Lu, X.S., Guo, X., 2020. A Petri Net-based Traffic Rerouting System by Adopting Traffic Lights and Dynamic Message Signs., *IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC)*.
- [10]. Row, T.C., Lee, S.C., Cheng, J.F., 2024. Designing Traffic Light Signals to Ease Congestion Caused by Traffic Accidents Using Timed Petri Net. *Appl Sci.* 14(23).
- [11]. Safitri, N.D., 2019. Karakteristik Domain Waktu dan Frekuensi pada Sistem Linear Time Invariant (LTI), Time Domain Characteristics and Frequency in Linear Time Invariant (LTI) Systems. *UIN Sunan Kalijaga - Yogyakarta*.
- [12]. Shajkin, A., Rudakovskaya, E., Savitskaya, T., Lebedeva, M., Osipchik, V., 2021. Modelling of Traffic Systems and Simulation of Their Control Using Petri Nets. In: *21st International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2021*.
- [13]. Soares, M.D.S., 2010. Architecture-Driven Integration of Modeling Languages for the Design of Software-Intensive Systems. *TU Delft*.
- [14]. Tristono, T., Cahyono, S.D., Utomo, P., 2021. “Place-Invariant” Pada Model Petri Net Lampu Lalu Lintas. In: *Prosiding Sendika, UMPwr*. p. 173–8.
- [15]. Tristono, T., Cahyono, S.D., Utomo, P., Sidqon, M., Prabowo, D.W.S., Susilo, H., 2024. Three – Phase Traffic Light Petri Net Model Using The Modified Norwegian System. *J Stat.* 17(2):75, 1–9.
- [16]. Tristono, T., Sidqon, M., Aji, S., 2023. Model Lampu Lalu Lintas dengan Tiga Fase Menggunakan Petri Net. In: *SENDIKMAD 2023*. Yogyakarta: UAD. p. 8–15.
- [17]. Yaqub, O., Li, L., 2013. Modeling and analysis of connected traffic intersections based on modified binary petri nets. *Int J Veh Technol*.