J M S K
Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi
http://journal.unhas.ac.id/index.php/jmsk
Vol. 16, No. 3, 428-439, May, 2020
Doi: 10.20956/jmsk.v%vi%i.9315

p-ISSN: 1858-1382
e-ISSN: 2614-8811

Modeling Claim Frequency in Indonesia Auto Insurance Using *Generalized Poisson-Lindley* Linear Model

Pemodelan Frekuensi Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor Indonesia Menggunakan *Generalized Poisson-Lindley* Linear Model

Mardianto Karim*[1], Aceng Komarudin Mutaqin*[2]

ABSTRACT

This paper will discuss the modeling of claim frequency from Indonesian auto insurance using the generalized Poisson-Lindley linear model. This modeling method assumes that the data of claim frequency are from populations that follow generalized Poisson-Lindley distribution. Generalized Poisson-Lindley linear model is an alternative to modeling count data that contains overdispersion. The parameters in the generalized Poisson-Lindley linear model can be estimated using the maximum likelihood estimation method through Newton Raphson's iteration numerical method. The data are the secondary data took from XYZ Company for the 2013 policy which is overdispersed. The data contains policyholder partial loss claims for comprehensive motor vehicle insurance products. From the research conducted it was concluded that the data is suitable to be modeled with generalized Poisson-Lindley linear models and produce better models than ordinary Poisson linear modeling because of produced the smaller AIC value. Of the 3 predictor variables that are modeled on the frequency of claims, 2 variables influenced they are the use variable and vehicle brand variable.

Keywords: Claim Frequency Modeling of Auto Insurance, Generalized Poisson-Lindley linear model, Newton Raphson Method, AIC criteria.

ABSTRAK

Dalam makalah ini akan dibahas pemodelan frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor Indonesia menggunakan *generalized Poisson-Lindley linear model*. Metode pemodelan ini mengasumsikan bahwa data frekuensi klaim berasal dari populasi yang berdistribusi *generalized Poisson-Lindley*. *Generalized Poisson-Lindley linear model* merupakan alternatif untuk memodelkan data cacah yang mengandung overdispersi. Parameter-parameter dalam *generalized Poisson-Lindley linear model* dapat ditaksir dengan menggunakan metode penaksiran kemungkinan maksimum melalui metode numerik iterasi Newton Raphson. Data yang digunakan adalah data sekunder hasil pencatatan yang diperoleh dari Perusahaan XYZ untuk polis tahun 2013 yang bersifat overdispersi. Data tersebut berisi klaim *partial loss* pemegang polis untuk produk asuransi kendaraan bermotor *comprehensive*. Dari penelitian yang dilakukan disimpulkan bahwa data cocok dimodelkan dengan *generalized Poisson-Lindley linear model* dan menghasilkan model yang lebih baik dibandingkan pemodelan *Poisson linear model* biasa karena menghasilkan nilai AIC yang lebih kecil. Dari 3 variabel prediktor yang dimodelkan terhadap frekuensi klaim terdapat 2 variabel yang berpengaruh yaitu variabel penggunaan dan variabel merek kendaraan.

Kata kunci: Pemodelan Frekuensi Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor, *Generalized Poisson-Lindley linear model*, Metode Newton Raphson, Kriteria AIC.

1. PENDAHULUAN

Asuransi adalah perjanjian antara dua pihak, yaitu perusahaan asuransi dan pemegang polis yang menjadi dasar bagi penerimaan premi oleh perusahaan asuransi sebagai imbalan untuk memberikan penggantian atas kerugian finansial yang dialami oleh tertanggung atau

[1]*mardianto.karim.mk@gmail.com*, [2]*aceng.k.mutaqin@gmail.com*)
**Program Studi Statistika Universitas Islam Bandung*
Jl. Tamansari No 1, Kel. Tamansari, Kec. Bandung Wetan, Kota Bandung.
** Universitas Islam Bandung,*
Email: mardianto.karim.mk@gmail.com[1)], aceng.k.mutaqin@gmail.com[2)]

pemegang polis [15]. Salah satu produk asuransi yang ada di Indonesia yaitu asuransi kendaraan bermotor. Kendaraan bermotor menarik untuk
dikaji dikarenakan merupakan barang bernilai yang menunjang kegiatan sehari-hari sehingga banyak masyarakat yang menggunakan perusahaan asuransi untuk mengalihkan risiko yang terjadi pada kendaraan bermotor mereka dari kejadian yang tidak diinginkan. Berdasarkan laporan tahunan Asosiasi Asuransi Umum Indonesia (AAUI) [4], tercatat bahwa pada Tahun 2018 asuransi kendaraan bermotor mengalami pertumbuhan sebesar 7,8% didukung oleh penjualan kendaraan bermotor yang meningkat di Tahun 2018. Tak heran bahwa lini usaha asuransi kendaraan bermotor terus berkembang hingga kini.

Dalam penetapan harga asuransi umum, evaluasi frekuensi klaim yang akurat merupakan bagian penting dalam menentukan premi asuransi sesuai dengan tingkat risiko pemegang polis. Salah satu cara yang memungkinkan untuk mengidentifikasi faktor-faktor risiko dan memprediksi frekuensi klaim yaitu dengan melakukan pemodelan frekuensi klaim.

Pemilihan distribusi menjadi salah satu dasar dalam pemodelan frekuensi klaim. Data frekuensi klaim yang bersifat overdispersi harus dimodelkan dengan pemodelan yang distribusinya bersifat overdispersi pula. Overdispersi merupakan kondisi dimana nilai ragam lebih besar dari nilai rata-rata data. Umumnya distribusi Poisson campuran memiliki sifat overdispersi misalnya distribusi binomial negatif yang merupakan distribusi Poisson campuran dengan distribusi gamma.

Banyak peneliti yang telah melakukan pemodelan pada data frekuensi klaim. Pemodelan frekuensi klaim yang telah dilakukan dalam kasus asuransi kendaraan bermotor seperti pemodelan frekuensi klaim menggunakan distribusi Gomez-Deniz Et. Al [5], dan pemodelan frekuensi klaim yang dilakukan menggunakan *generalized linier model* dengan asumsi data frekuensi klaim berdistribusi binomial negatif [3]. Pemodelan frekuensi klaim lain yang telah dilakukan yaitu pemodelan frekuensi klaim menggunakan *generalized liniear model* dengan asumsi data frekuensi klaim berdistribusi Hurdle-Poisson [2] dan pemodelan frekuensi klaim menggunakan model binomial negatif dan geometrik [10].

Salah satu metode pemodelan yang fleksibel digunakan untuk data overdispersi yaitu *generalized Poisson-Lindley linear model* [16]. Dalam penelitian yang dilakukan sebelumnya [16], disimpulkan bahwa pemodelan *generalized Poisson-Lindley linear model* memiliki tingkat kecocokan paling tinggi dalam memodelkan data overdispersi dibandingkan dengan pemodelan menggunakan model Poisson, model binomial negatif maupun model Poisson-weighted eksponensial.

Berdasarkan penelitian Wongrin dan Bodhisuwan [16], dalam makalah ini peneliti melakukan pemodelan terhadap data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di Indonesia menggunakan *generalized Poisson-Lindley linear model*.

2. LANDASAN TEORI

Distribusi Poisson

Distribusi Poisson pertama kali dikemukakan oleh Siemon D. Poisson pada tahun 1837 [14]. Distribusi Poisson merupakan distribusi peristiwa yang jarang terjadi dimana distribusi Poisson merupakan distribusi teoritis yang memakai variabel acak diskrit [9].

Distribusi Poisson dengan parameter λ didefinisikan dengan fungsi massa peluang sebagai berikut:

$$f(y;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{y}}{y!}; y = 0,1,2,\dots; \lambda > 0 \qquad (1)$$

Distribusi Poisson-Lindley

Distribusi Poisson-Lindley pertama kali dikemukakan oleh Sankaran [12]. Distribusi Poisson-Lindley diturunkan dari distribusi campuran antara distribusi Poisson dengan parameter distribusi Poisson (λ) yang mengikuti distribusi Lindley. Secara teoritis dan empiris, data yang berdistribusi Poisson-Lindley memiliki sifat overdispersi dimana nilai ragam data lebih besar dari nilai rata-rata data sehingga distribusi ini cocok digunakan dalam pemodelan data overdispersi [13].

Distribusi Poisson-Lindley dengan parameter θ didefinisikan dengan fungsi massa peluang sebagai berikut:

$$f(y;\theta)=\frac{\theta^2(\theta+2+y)}{(\theta+1)^{y+3}};y>0,\theta>0 \tag{2}$$

Misalkan $Y_1,Y_2,\dots,Y_n$ adalah suatu sampel acak berukuran n dari distribusi Poisson-Lindley dengan parameter θ, dengan nilai dari sampel acak tersebut adalah $y_1,y_2,\dots,y_n$. Paramater θ untuk distribusi Poisson-Lindley ditaksir menggunakan metode momen sebagai berikut:

$$\hat{\theta}=\frac{-(\bar{y}-1)+\sqrt{(\bar{y}-1)^2+8\bar{y}}}{2\bar{y}} \tag{3}$$

Distribusi *Generalized Poisson-Lindley*

Distribusi *generalized Poisson-Lindley* pertama kali dikemukakan oleh Mahmoudi dan Zakerzadeh [8]. Distribusi *generalized Poisson-Lindley* diturunkan dari distribusi campuran antara distribusi Poisson dengan parameter distribusi Poisson (λ) yang mengikuti distribusi *generalized Lindley*. Distribusi *generalized Poisson-Lindley* cocok dan fleksibel dalam memodelkan berbagai macam data cacah yang memiliki sifat overdispersi [8].

Distribusi *generalized Poisson-Lindley* dengan parameter θ didefinisikan dengan fungsi massa peluang sebagai berikut:

$$f(y;\alpha,\theta)=\frac{\Gamma(y+\alpha)}{y!\,\Gamma(\alpha+1)}\frac{\theta^{\alpha+1}}{(\theta+1)^{y+\alpha+1}}\left(\alpha+\frac{y+\alpha}{\theta+1}\right);y=0,1,2,\dots,\alpha,\theta>0 \tag{4}$$

Terlihat jika $\alpha=1$, fungsi massa peluang distribusi *generalized Poisson-Lindley* akan sama dengan fungsi massa peluang distribusi Poisson-Lindley. Rata-rata dan ragam dari distribusi *generalized Poisson-Lindley* masing-masing adalah:

$$E(Y)=\frac{\alpha(\theta+1)+1}{(1+\theta)\theta} \tag{5}$$

$$Var(Y)=\frac{\alpha(\theta+1)^3+\theta^2+3\theta+1}{(1+\theta)^2\theta^2} \tag{6}$$

Misalkan $Y_1,Y_2,\dots,Y_n$ adalah suatu sampel acak berukuran n dari distribusi *generalized Poisson-Lindley* dengan Paramater α dan θ, dengan nilai dari sampel acak tersebut adalah $y_1,y_2,\dots,y_n$. Berdasarkan Persamaan (4) dapat dirumuskan taksiran parameter dari distribusi *generalized Poisson-Lindley* menggunakan metode kemungkinan maksimum. Fungsi *likelihood* untuk distribusi *generalized Poisson-Lindley* adalah:

$$L(\alpha,\theta)=\prod_{i=1}^{n}\frac{\Gamma(y_i+\alpha)}{y_i!\,\Gamma(\alpha+1)}\frac{\theta^{\alpha+1}}{(\theta+1)^{y_i+\alpha+1}}\left(\alpha+\frac{y_i+\alpha}{\theta+1}\right) \tag{7}$$

Fungsi *log-likelihood* untuk distribusi *generalized Poisson-Lindley* adalah:

$$\begin{aligned}l(\alpha,\theta)=n(\alpha+1)ln\left(\frac{\theta}{\theta+1}\right)+\sum_{i=1}^{n}[\ln\Gamma(y_i+\alpha)-\ln\Gamma(\alpha+1)]+\sum_{i=1}^{n}\left(\alpha+\left(\frac{y_i+\alpha}{\theta+1}\right)\right)\\-\sum_{i=1}^{n}(\ln y_i!)-\sum_{i=1}^{n}(y_i\ln(\theta+1))\end{aligned} \tag{8}$$

Turunan pertama fungsi *log-likelihood* terhadap parameter θ adalah:

$$\frac{\partial\, l(\alpha,\theta)}{\partial\theta}=\frac{n(\alpha+1)}{\theta(\theta+1)}-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i+\alpha}{\alpha(\theta+1)^2+(y_i+\alpha)(\theta+1)}\right)-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i}{\theta+1}\right)=0 \tag{9}$$

Turunan pertama fungsi *log-likelihood* terhadap parameter α adalah:

$$\frac{\partial\, l(\alpha,\theta)}{\partial\alpha}=n\ln\frac{\theta}{\theta+1}+\sum_{i=1}^{n}\big(\psi(y_i+\alpha)-\psi(\alpha+1)\big)+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\theta+2}{\alpha(\theta+2)+y_i}\right)=0 \tag{10}$$

dimana $\psi(t)=\frac{\Gamma'(t)}{\Gamma(t)}$ merupakan fungsi digamma.

Tidak terdapat solusi analitik untuk memperoleh taksiran parameter α dan θ dari distribusi *generalized Poisson-Lindley* menggunakan metode kemungkinan maksimum. Metode numerik dapat digunakan untuk memperoleh taksiran parameter α dan θ. Salah satu metode numerik yang dapat digunakan yaitu metode iterasi Newton Raphson. Nilai awal iterasi $\alpha^{(0)}$ didasarkan pada distribusi Poisson-Lindley yaitu $\alpha^{(0)}=1$ dan $\theta^{(0)}$ didasarkan pada penaksir metode momen dari parameter distribusi Poisson-Lindley, $\hat{\theta}$, yang terdapat pada Persamaan (3). Proses iterasi dihentikan ketika nilai taksiran yang diperoleh sudah konvergen atau $\sqrt{(\alpha_k-\alpha_{k-1})^2+(\theta_k-\theta_{k-1})^2}<\varepsilon$, dimana nilai ε merupakan toleransi kesalahan (misal $\varepsilon=10^{-6}$).

Generalized Poisson-Lindley Linear Model

Generalized Poisson-Lindley linear model pertama kali dikemukakan oleh Wongrin dan Bodhisuwan [16]. *Generalized Poisson-Lindley linear model* merupakan bentuk penerapan distribusi *generalized Poisson-Lindley* dalam generalized linier model (GLM). *Generalized Poisson-Lindley linear model* dapat menjadi alternatif lain dalam pemodelan data cacah yang bersifat overdispersi selain pemodelan binomial negatif [16].

Jika variabel respon *Y* mengikuti distribusi *generalized Poisson-Lindley*, dengan fungsi massa peluang mengikuti Persamaan (4) dengan nilai rata-rata dari Y yaitu $E(Y|\alpha,\theta)=\frac{\alpha(\theta+1)+1}{(1+\theta)\theta}$ maka, kovariat (variabel prediktor *X*) dapat dihubungan dengan rata-rata variabel respon *Y* melalui fungsi penghubung *log*, yang ditunjukkan oleh:

$$E(Y_i|\boldsymbol{x}_i^T)=\frac{\alpha_i(\theta+1)+1}{(1+\theta)\theta}=\mu_i=\exp(\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta})\,;\, i=1,2,\dots,n \tag{11}$$

dimana $\boldsymbol{x}_i^T=(1,x_{i1},x_{i2},\dots,x_{ik})$ merupakan vektor dari kovariat dan $\boldsymbol{\beta}=(\beta_0,\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_k)^T$ merupakan vektor dari koefisien regresi yang tidak diketahui.

Dilakukan parameterisasi ulang $\alpha_i=\frac{(\exp(\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta})(1+\theta)\theta)-1}{(\theta+1)}$ menggantikan nilai α_i pada Persamaan (4) diperoleh fungsi massa peluang untuk distribusi *generalized Poisson-Lindley* baru sebagai berikut:

$$f(y_i|\boldsymbol{x}_i^T;\boldsymbol{\tau})=\frac{\Gamma\left(y_i+\frac{\left(e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}(1+\theta)\theta\right)-1}{(\theta+1)}\right)}{y_i!\,\Gamma\left(\frac{e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}(1+\theta)\theta)-1}{(\theta+1)}+1\right)}\cdot\frac{\theta^{\frac{\left(e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}(1+\theta)\theta\right)-1}{(\theta+1)}+1}}{(\theta+1)^{y_i+\frac{\left(e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}(1+\theta)\theta\right)-1}{(\theta+1)}+1}}\left(\frac{y_i+\left(\left(e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}(1+\theta)\theta\right)-1\right)\left(\frac{1}{(\theta+1)}+1\right)}{\theta+1}\right) \tag{12}$$

dimana $\boldsymbol{\tau}=(\beta^T,\theta)^T$.

Dalam bagian ini parameter *generalized Poisson-Lindley linear model* akan ditaksir menggunakan metode kemungkinan maksimum. Fungsi likelihood untuk *generalized Poisson-Lindley linear model* adalah:

$$L(\boldsymbol{\tau}) = \prod_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{\left(e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}(1+\theta)\theta\right)-1}{(\theta+1)}\right)}{y_i!\,\Gamma\left(\frac{(\exp(\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta})\,(1+\theta)\theta)-1}{(\theta+1)}+1\right)} \;. \right. \quad (13)$$

$$\left. \frac{y_i + \left(\left(e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}(1+\theta)\theta\right)-1\right)\left(\frac{1}{(\theta+1)}+1\right)}{\theta+1} . \frac{\theta^{\frac{\left(e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}(1+\theta)\theta\right)-1}{(\theta+1)}+1}}{(\theta+1)^{y_i+\frac{\left(e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}(1+\theta)\theta\right)-1}{(\theta+1)}+1}} \right\}$$

Fungsi *log-likelihood* untuk *generalized Poisson-Lindley linear model* adalah:

$$\begin{aligned} l(\boldsymbol{\tau}) &= n\ln\left(\frac{\theta}{\theta+1}\right) - \sum_{i=1}^{n} ln\, y_i! - \sum_{i=1}^{n}[(y_i+1)\ln(\theta+1)] \\ &+ \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}\theta(\theta+1)-1}{\theta+1}\, ln\left(\frac{\theta}{\theta+1}\right)\right] \\ &+ \sum_{i=1}^{n}\left[ln\,\Gamma\left(y_i + \frac{e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}\theta(\theta+1)-1}{\theta+1}\right) - ln\,\Gamma\left(1+\frac{e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}\theta(\theta+1)-1}{\theta+1}\right)\right] \\ &+ \sum_{i=1}^{n} ln\left(\left(e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}\theta(\theta+1)\right) - 1 + y_i + \left(\frac{e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}\theta(\theta+1)-1}{\theta+1}\right)\right) \end{aligned} \quad (14)$$

Turunan pertama fungsi *log-likelihood* terhadap parameter β_0 adalah:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\, l(\boldsymbol{\tau})}{\partial\beta_0} &= \sum_{i=1}^{n}\theta e^{x_i^T\beta}\left[\psi\left(y_i + \frac{e^{x_i^T\beta}\theta(\theta+1)-1}{\theta+1}\right) + \ln\left(\frac{\theta}{\theta+1}\right)\right. \\ &\left. + \frac{\theta+2}{e^{x_i^T\beta}\theta(+1) - 1 + y_i + \frac{e^{x_i^T\beta}\theta(\theta+1)-1}{\theta+1}} - \psi\left(1 + \frac{e^{x_i^T\beta}\theta(\theta+1)-1}{\theta+1}\right)\right] \end{aligned} \quad (15)$$

Turunan pertama fungsi log-likelihood terhadap parameter β_j dimana $j = 1,2,\dots,k$ adalah:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\, l(\boldsymbol{\tau})}{\partial\beta_j} &= \sum_{i=1}^{n} x_{ij}\theta e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}\left[\psi\left(y_i + \frac{e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}\theta(\theta+1)-1}{\theta+1}\right) + \ln\left(\frac{\theta}{\theta+1}\right)\right. \\ &\left. + \frac{\theta+2}{e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}\theta(+1) - 1 + y_i + \frac{e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}\theta(\theta+1)-1}{\theta+1}} - \psi\left(1 + \frac{e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}\theta(\theta+1)-1}{\theta+1}\right)\right] \end{aligned} \quad (16)$$

Turunan pertama fungsi *log-likelihood* terhadap parameter θ adalah:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\, l(\boldsymbol{\tau})}{\partial\theta} &= \frac{n}{\theta(\theta+1)} + \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\left((\theta+1)^2 e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}+1\right)\psi\left(y_i + \frac{e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}\theta(\theta+1)-1}{\theta+1}\right)}{(\theta+1)^2} - \frac{y_i+1}{\theta+1}\right. \\ &+ \frac{(\theta+1)\theta e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}} + \frac{\theta\ln\frac{\theta}{\theta+1}\left((\theta+1)^2 e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}+1\right)}{\theta+1} - 1}{\theta(\theta+1)^2} \\ &- \frac{\left((\theta+1)^2 e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}+1\right)\psi\left(\frac{\theta(e^{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}(\theta+1)+1}{\theta+1}\right)}{(\theta+1)^2} \end{aligned} \quad (17)$$

$$+\frac{2e^{x_i^T\beta}(\theta+1)+(\theta+1)^{-2}}{e^{x_i^T\beta}\theta(\theta+1)-1+y_i+\frac{e^{x_i^T\beta}\theta(\theta+1)-1}{\theta+1}}\Bigg]$$

dimana $\psi(t)=\frac{\Gamma\prime(t)}{\Gamma(t)}$ merupakan fungsi digamma.

Tidak terdapat solusi analitik untuk memperoleh taksiran parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan θ dari *generalized Poisson-Lindley linear model* menggunakan metode kemungkinan maksimum. Metode numerik dapat digunakan untuk memperoleh taksiran parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan θ. Salah satu metode numerik yang dapat digunakan yaitu metode iterasi Newton Raphson. Nilai awal iterasi $\boldsymbol{\beta}$ didasarkan pada asumsi tidak terdapat pengaruh kovariat terhadap variabel repson yang artinya $\boldsymbol{\beta}^{(0)}=0$ dan $\theta^{(0)}$ didasarkan pada penaksir kemungkinan maksimum dari parameter distribusi *generalized Poisson-Lindley*, $\hat{\theta}$. Proses iterasi dihentikan ketika nilai taksiran yang diperoleh sudah konvergen atau

$$\sqrt{\left(\beta_0^{(t)}-\beta_0^{(t-1)}\right)^2+\left(\beta_1^{(t)}-\beta_1^{(t-1)}\right)^2+\left(\beta_k^{(t)}-\beta_k^{(t-1)}\right)^2+(\theta^{(t)}-\theta^{(t-1)})^2}<\varepsilon$$

dimana nilai ε merupakan toleransi kesalahan (misal $\varepsilon=10^{-6}$).

Uji Keberartian Parameter Model

Uji keberartian parameter model yang digunakan yaitu uji t. Jika π merupakan suatu parameter yang ditaksir oleh $\hat{\pi}$ maka hipotesis pengujian yang dapat digunakan dalam uji keberartian parameter tersebut sebagai berikut:

$H_0: \pi=0.$
$H_1: \pi\neq 0.$

Statistik uji t dirumuskan sebagai berikut:

$$t=\frac{\hat{\pi}}{S_{\hat{\pi}}} \tag{18}$$

dimana $S_{\hat{\pi}}$ merupakan *standard error* dari $\hat{\pi}$.

Nilai kritis pengujian diperoleh dari distribusi *t* dengan derajat bebas $n-p$, dimana *n* banyaknya data, p banyaknya parameter yang ditaksir dalam model. Kriteria uji dalam uji *t* yaitu terima hipotesis nol (H_0) jika nilai mutlak statistik uji lebih kecil dari nilai kuantil distribusi *t* pada taraf signifikan α dan derajat bebas $n-p$, $|t|<t_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right);n-p}$ atau jika nilai *p-value* lebih besar dari taraf signifikansi α.

Akaike's Information Criterion (AIC)

Seleksi model merupakan suatu tahapan penting dalam memutuskan model terbaik. Akaike's Information Criterion (AIC) pertama kali dikemukan oleh Akaike [1]. Seleksi model menggunakan AIC cocok digunakan dalam permodelan data asuransi [6]. Misalkan $y_1,y_2,\dots,y_n$ merupakan nilai dari sampel acak $Y_1,Y_2,\dots,Y_n$ yang berasal dari sebuah distribusi g dengan parameter π yang tidak diketahui dan $\hat{\pi}$ merupakan penaksir kemungkinan maksimum yang diberikan oleh fungsi *likelihood* $L(\pi)$. *Akaike's Information Criterion* dirumuskan sebagai berikut:

$$AIC=-2\log L(\pi)+2p \tag{19}$$

dimana p merupakan banyaknya parameter yang ditaksir dalam model.
Model yang dibandingkan menggunakan AIC harus berasal dari satu set data yang sama. Model dengan nilai AIC terkecil merupakan model terbaik.

3. DATA

Data yang digunakan adalah data sekunder hasil pencatatan yang diperoleh dari Perusahaan XYZ untuk polis tahun 2013. Data tersebut berisi informasi polis asuransi kendaraan bermotor dan juga informasi klaim dari setiap polis. Data yang akan dipakai dalam keperluan aplikasi adalah data pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 4 (uang pertanggungan > Rp. 400.000.000,00 s.d. Rp. 800.000.000,00) yang terdapat pada wilayah 1 (Sumatera dan Kepulauan di sekitarnya) dimana klaim yang diajukannya adalah *partial loss*. Variabel yang terdapat dalam data yaitu kode_perusahaan, kode_polis, nomor_rangka, nomor_mesin, frekuensi klaim, usia_kendaraan, merek_kendaraan, dan penggunaan. variabel yang digunakan dalam pemodelan yaitu frekuensi klaim sebagai variabel respon dan variabel usia_kendaraan, merek_kendaraan dan penggunaan sebagai variabel prediktor.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Deskripsi Data

Deskripsi data frekuensi klaim dan usia kendaraan asuransi kendaraan bermotor disajikan dalam Tabel 1, deskripsi data penggunaan kendaraan asuransi kendaraan bermotor disajikan dalam Tabel 2 dan deskripsi data merek kendaraan asuransi kendaraan bermotor disajikan dalam Tabel 3.

Dari Tabel 1 terlihat bahwa untuk frekuensi klaim nilai minimum yang muncul yaitu 0 yang artinya terdapat polis yang tidak mengajukan klaim, nilai maksimum yang muncul yaitu 7 yang artinya terdapat polis yang melakukan klaim hingga 7 kali, dan nilai modus yaitu 0 yang artinya dominan polis tidak melakukan klaim daripada melakukan klaim. Nilai rata-rata frekuensi klaim yaitu 0,4655 dan nilai ragamnya yaitu 0,8990. Nilai rata-rata frekuensi klaim yaitu 0,4655 memiliki arti bahwa dari 10.000 kendaraan yang terdaftar dalam asuransi kendaraan bermotor *comprehensive* terdapat 4.655 klaim *partial loss*. Nilai ragam yang lebih besar dari nilai rata-ratanya menjadi indikasi bahwa data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor bersifat overdispersi sehingga dapat dimodelkan dengan pemodelan *generalized Poisson-Lindley linear model*.

Tabel 1. Deskripsi Data Frekuensi Klaim dan Usia Kendaraan Asuransi Kendaraan Bermotor Kategori 4 Wilayah 1 Polis Tahun 2013.

Variabel	**Minimum**	**Maksimum**	**Modus**	**Rata-rata**	**Ragam**
Frekuensi Klaim	0	7	0	0,4655	0,8890
Usia Kendaraan	0,0361	15,3417	2	2,9690	3,4309

Dari Tabel 1 juga terlihat bahwa untuk usia kendaraan nilai minimum yang muncul yaitu 0,0361 tahun yang artinya kendaraan bermotor yang terdaftar dalam asuransi kendaraan bermotor paling muda berusia 0,0361 tahun, nilai maksimum yang muncul yaitu 15,3417 tahun yang artinya kendaraan bermotor yang terdaftar dalam asuransi kendaraan bermotor paling tua berusia 15,3417 tahun dan nilai modus yaitu 2 tahun yang artinya dominan kendaraan bermotor yang berusia 2 tahun yang terdaftar dalam asuransi kendaraan bermotor. Rata-rata usia kendaraan yaitu 2,9686 tahun dan nilai ragamnya yaitu 3,4309 atau simpangan bakunya yaitu 1,8523 tahun.

Tabel 2. Deskripsi Data Penggunaan Kendaraan Asuransi Kendaraan Bermotor Kategori 4 Wilayah 1 Polis Tahun 2013.

Variabel Penggunaan	**Jumlah**
Angkutan Penumpang - Mobil Pribadi	5.797
Angkutan Penumpang - Dinas atau Mobil Kantor	306
Angkutan Penumpang – Sewa	90
Angkutan Barang	56
Angkutan Penumpang Umum - Reguler (rute tetap)	16

Angkutan Penumpang Umum - Non Regular (rute tidak tetap)	3
Total	6.268

Dari Tabel 2 terlihat bahwa kendaraan yang terdaftar dalam asuransi kendaraan bermotor paling banyak digunakan sebagai Angkutan Penumpang-Mobil Pribadi yaitu sebanyak 5.797 kendaraan dan paling sedikit digunakan sebagai Angkutan Penumpang Umum-Non Regular yaitu sebanyak 3 kendaraan.

Tabel 3. Deskripsi Data Merek Kendaraan Asuransi Kendaraan Bermotor Kategori 4 Wilayah 1 Polis Tahun 2013.

Variabel Merek Kendaraan	Jumlah	Variabel Merek Kendaraan	Jumlah
TOYOTA	2.810	CHRYSLER	44
MITSUBISHI	1.100	CHEVROLET	30
HONDA	1.088	BMW	29
MAZDA	282	HYUNDAI	24
LAIN-LAIN	207	AUDI	19
SUZUKI	179	MINI	13
MERCEDEZ BENZ	122	SUBARU	12
DAIHATSU	100	KIA	9
LEXUS	78	ISUZU	8
FORD	50	FOTON	6
NISSAN	47	VOLKSWAGEN	6
Total			6.268

Dari Tabel 3 terlihat bahwa kendaraan yang terdaftar dalam asuransi kendaraan bermotor paling banyak bermerek TOYOTA yaitu berjumlah 2.810 kendaraan, kemudian MITSUBISHI berjumlah 1.100, HONDA berjumlah 1.088, MAZDA berjumlah 282, dan LAIN-LAIN berjumlah 207 dari total 6.268 kendaraan. Kendaraan dengan merek LANDROVER, FOTON dan VOLKSWAGEN paling sedikit terdaftar dalam asuransi kendaraan bermotor dengan masing-masing berjumlah 5, 6, dan 6 kendaraan.

Penaksiran Parameter Distribusi *Generalized Poisson-Lindley*

Dalam bagian ini akan dilakukan penaksiran parameter distribusi *generalized Poisson-Lindley* yaitu α dan θ untuk data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 4 pada wilayah 1 untuk polis Tahun 2013 di Indonesia menggunakan metode penaksir kemungkinan maksimum. Dikarenakan tidak terdapat solusi analitik untuk penaksir parameter menggunakan metode kemungkinan maksimum, maka digunakan metode numerik Newton Raphson untuk memperoleh taksiran parameter α dan θ.

Nilai awal iterasi $\alpha^{(0)}$ didasarkan pada distribusi *Poisson-Lindley* yaitu $\alpha^{(0)} = 1$ dan $\theta^{(0)}$ didasarkan pada penaksir metode momen dari parameter distribusi *Poisson-Lindley*, $\hat{\theta}$, yang terdapat pada Persamaan (3) yaitu

$$\theta^{(0)} = \hat{\theta} = \frac{-(0{,}4655-1)+\sqrt{(0{,}4655-1)^2+8(0{,}4655)}}{2(0{,}4655)} = 2{,}7247.$$

Dengan bantuan *software* R *package maxLik* diperoleh nilai taksiran untuk α dan θ dengan tingkat kesalahan di bawah 10^{-6} yaitu $\hat{\alpha} = 0{,}2617$ dan $\hat{\theta} = 1{,}4415$.

Penaksiran Parameter *Generalized Poisson-Lindley Linear Model*

Dalam bagian ini akan dilakukan penaksiran parameter *generalized Poisson-Lindley linear model* yaitu $\boldsymbol{\beta}$ dan θ untuk data asuransi kendaraan bermotor kategori 4 pada wilayah 1 untuk polis Tahun 2013 di Indonesia menggunakan metode penaksir kemungkinan maksimum. Dikarenakan tidak terdapat solusi analitik untuk penaksir parameter menggunakan metode kemungkinan maksimum, maka digunakan metode numerik Newton Raphson untuk memperoleh taksiran parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan θ.

Nilai awal iterasi $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$ didasarkan pada asumsi bahwa kovariat tidak mempengaruhi variabel respon yaitu $\boldsymbol{\beta}^{(0)} = 0$ dan $\theta^{(0)}$ didasarkan pada penaksir kemungkinan maksimum dari parameter distribusi *generalized Poisson-Lindley*, $\hat{\theta}$, yang diperoleh dari proses iterasi Newton Raphson yaitu $\theta^{(0)} = 1{,}4415$.

Dengan bantuan *software* R *package maxLik* diperoleh nilai taksiran untuk $\boldsymbol{\beta}$ dengan tingkat kesalahan di bawah 10^{-6} yang disajikan dalam Tabel 4.

Uji Keberartian Parameter Kovariat *Generalized Poisson-Lindley Linear Model*

Uji keberartian parameter dengan tara signifikansi, $\alpha = 5\%$ untuk parameter β_i akan menggunakan hipotesis pengujian sebagai berikut:

H_0: Parameter β_i tidak berarti.

H_1: Parameter β_i berarti.

Dengan bantuan *software* R *package maxLik* diperoleh nilai statistik uji t dan nilai *p-value* untuk semua parameter β yang disajikan dalam Tabel 4. Dari Tabel 4 terlihat bahwa pada parameter $\beta_{2(1)}$, $\beta_{(2)2}$, $\beta_{(2)3}$, $\beta_{(3)1}$, $\beta_{(3)4}$, $\beta_{(3)7}$, $\beta_{(3)16}$, $\beta_{(3)17}$, $\beta_{(3)20}$, dan $\beta_{(3)22}$ memiliki nilai $p - value < \alpha = 0{,}05$ sehingga disimpulkan bahwa parameter tersebut signifikan.

Dari uji keberartian parameter kovariat yang telah dilakukan diperoleh hasil bahwa konstanta dan variabel usia kendaraan tidak mempengaruhi rata-rata frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 4 pada wilayah 1 untuk polis Tahun 2013 di Indonesia. Rata-rata frekuensi klaim yang dihasilkan oleh kendaraan dengan penggunaan Angkutan Penumpang-Dinas atau Mobil Kantor, Angkutan Penumpang-Mobil Pribadi dan Angkutan Penumpang-Sewa berbeda dengan rata-rata frekuensi klaim yang dihasilkan oleh kendaraan dengan penggunaan Angkutan Barang. Rata-rata frekuensi klaim yang dihasilkan oleh kendaraan dengan merek_kendaraan BMW, DAIHATSU, HONDA, MITSUBISHI, NISSAN, TOYOTA dan LAIN-LAIN berbeda dengan rata-rata frekuensi klaim yang dihasilkan oleh kendaraan dengan merek_kendaraan AUDI.

Tabel 4 Taksiran Parameter *Generalized Poisson-Lindley Linear Model* untuk Data Asuransi Kendaraan Bermotor Kategori 4 Wilayah 1 Polis Tahun 2013.

Kovariat	$\boldsymbol{\beta_i}$	**Nilai Taksiran (*Standard Error*)**	**Statistik uji *t***	***P-value***
Konstanta	β_0	0,2215 (0,1942)	1,1400	0,2541
Usia Kendaraan	β_1	0,0072 (0,0133)	0,5440	0,5861
DPengg1 (Angkutan Penumpang-Mobil Kantor)	$\beta_{(2)1}$	-0,5065 (0,2529)	-2,002	0,0453
DPengg2 (Angkutan Penumpang-Mobil Pribadi)	$\beta_{(2)2}$	-0,6728 (0,2288)	-2,9400	0,0033
DPengg3 (Angkutan Penumpang-Sewa)	$\beta_{(2)3}$	-0,9942 (0,3202)	-3,1060	0,0019
DPengg4 (Angkutan Penumpang Umum-Non Regular (rute tidak tetap))	$\beta_{(2)4}$	0,6685 (0,7107)	0,9410	0,3469
DPengg5 (Angkutan Penumpang Umum-Reguler (rute tetap))	$\beta_{(2)5}$	-1,1637 (1,0181)	-1,1430	0,2530
DMerk1 (BMW)	$\beta_{(3)1}$	-0,9413 (0,4559)	-2,0650	0,0390
DMerk2 (CHEVROLET)	$\beta_{(3)2}$	-0,1818 (0,3508)	-0,5180	0,6042
DMerk3 (CHRYSLER)	$\beta_{(3)3}$	-0,1595 (0,2522)	-0,6320	0,5273
DMerk4 (DAIHATSU)	$\beta_{(3)4}$	-0,7484	-2,8720	0,0041

		(0,2606)		
DMerk5 (FORD)	$\beta_{(3)5}$	-0,5338 (0,3011)	-1,7730	0,0763
DMerk6 (FOTON)	$\beta_{(3)6}$	-0,5153 (1,0346)	-0,4980	0,6184
DMerk7 (HONDA)	$\beta_{(3)7}$	-0,4285 (0,1658)	-2,5840	0,0098
DMerk8 (HYUNDAI)	$\beta_{(3)8}$	-0,4561 (0,3921)	-1,1630	0,2447
DMerk9 (ISUZU)	$\beta_{(3)9}$	-0,3765 (0,7643)	-0,4930	0,6223
DMerk10 (KIA)	$\beta_{(3)10}$	-0,1000 (0,5618)	-0,1780	0,8587
DMerk11 (LANDROVER)	$\beta_{(3)11}$	-0,7184 (1,1711)	-0,6130	0,5396
DMerk12 (LEXUS)	$\beta_{(3)12}$	-0,1314 (0,2390)	-0,5500	0,5825
DMerk13 (MAZDA)	$\beta_{(3)13}$	-0,2365 (0,1879)	-1,2590	0,2082
DMerk14 (MERCEDEZ BENZ)	$\beta_{(3)14}$	-0,0694 (0,2130)	-0,3260	0,7446
DMerk15 (MINI)	$\beta_{(3)15}$	-0,5925 (0,6285)	-0,9430	0,3458
DMerk16 (MITSUBISHI)	$\beta_{(3)16}$	-0,3603 (0,1588)	-2,2690	0,0232
DMerk17 (NISSAN)	$\beta_{(3)17}$	-0,5874 (0,2969)	-1,9790	0,0478
DMerk18 (SUBARU)	$\beta_{(3)18}$	-0,9358 (0,7031)	-1,3310	0,1832
DMerk19 (SUZUKI)	$\beta_{(3)19}$	-0,3724 (0,2053)	-1,8140	0,0697
DMerk20 (TOYOTA)	$\beta_{(3)20}$	-0,4386 (0,1637)	-2,6790	0,0074
DMerk21 (VOLKSWAGEN)	$\beta_{(3)21}$	0,1753 (0,5716)	0,3070	0,7590
DMerk22 (LAIN-LAIN)	$\beta_{(3)22}$	-0,4777 (0,1921)	-2,4870	0,0129

Seleksi Model Terbaik antara Generalized Poisson-Lindley Linear Model dengan *Negative Binomial Linear Model*

Perbandingan dilakukan menggunakan kriteria AIC dan nilai $-2\ log\ likelihood$ dari pemodelan menggunakan *generalized Poisson-Lindley linear model* dan *Negative Binomial linear model*. Dengan bantuan *software* R *package maxLik* diperoleh nilai AIC dan $-2\ log\ likelihood$ untuk kedua model yang disajikan dalam Tabel 5.

Pada Tabel 5 terlihat bahwa nilai AIC dan $-2\ log\ likelihood$ yang dihasilkan oleh pemodelan menggunakan *generalized Poisson-Lindley linear model* lebih kecil dibandingkan nilai AIC dan $-2\ log\ likelihood$ yang dihasilkan oleh pemodelan menggunakan *Negative Binomial linear model*. Sejalan dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Wongrin dan Bodhisuwan [16], hal ini menunjukkan bahwa *generalized Poisson-Lindley linear model* lebih cocok dan lebih baik dalam memodelkan frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 4 pada wilayah 1 untuk polis Tahun 2013 di Indonesia yang mengandung overdispersi dibandingkan dengan *Nnegative Binomial linear model*.

Tabel 5. Nilai AIC dan -2 $Log\ likelihood$ untuk *Generalized Poisson-Lindley Linear Model* dan *Negative Binomial Linear Model.*

Indikator	***Generalized Poisson-Lindley linear model***	***Negative Binomial Linear Model***
$-2\ log\ likelihood$	11.400,5300	11.629,5200
AIC	11.460,5300	11.693,5200

Model Frekuensi Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor

Setelah dilakukan pemodelan menggunakan *generalized Poisson-Lindley linear model*, diperoleh model fekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 4 pada wilayah 1 untuk polis Tahun 2013 yaitu

$$\widehat{\mu_i} = \exp(0{,}2215 + 0{,}0072(usia\_kendaraan_i) - 0{,}5065(DPengg1_i) - 0{,}6728(DPengg2_i) - 0{,}9942(DPengg3_i) + 0{,}6685(DPengg4_i) - 1{,}1637(DPengg5_i) - 0{,}9413(DMerk1_i) - 0{,}1818(DMerk2_i) - 0{,}1594(DMerk3_i) - 0{,}7484(DMerk4_i) - 0{,}5338(DMerk5_i) - 0{,}5153(DMerk6_i) - 0{,}4285(DMerk7_i) - 0{,}4561(DMerk8_i) - 0{,}3765(DMerk9_i) - 0{,}1000(DMerk10_i) - 0{,}7184(DMerk11_i) - 0{,}1314(DMerk12_i) - 0{,}2365(DMerk13_i) - 0{,}0694(DMerk14_i) - 0{,}5925(DMerk15_i) - 0{,}3603(DMerk16_i) - 0{,}5874(DMerk17_i) - 0{,}9358(DMerk18_i) - 0{,}3724(DMerk19_i) - 0{,}4386(DMerk20_i) + 0{,}1753(DMerk21_i) - 0{,}4777(DMerk22_i))$$

Misal terdapat polis dengan usia kendaraan 2,9690 tahun, bermerek BMW dan digunakan sebagai Angkutan Penumpang-Mobil Pribadi maka rata-rata frekuensi klaim untuk polis tersebut yaitu 0,2538 diperoleh dari perhitungan sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \exp(0{,}2215 + 0{,}0072(2{,}9690) - 0{,}5065(0) - 0{,}6728(1) - 0{,}9942(0) + 0{,}6685(0) - 1{,}1637(0) - 0{,}9413(1) - 0{,}1818(0) - 0{,}1594(0) - 0{,}7484(0) - 0{,}5338(0) - 0{,}5153(0) - 0{,}4285(0) - 0{,}4561(0) - 0{,}3765(0) - 0{,}1000(0) - 0{,}7184(0) - 0{,}1314(0) - 0{,}2365(0) - 0{,}0694(0) - 0{,}5925(0) - 0{,}3603(0) - 0{,}5874(0) - 0{,}9358(0) - 0{,}3724(0) - 0{,}4386(0) + 0{,}1753(0) - 0{,}4777(0)) = \exp(0{,}2215 + 0{,}0214 - 0{,}6728 - 0{,}9413) = 0{,}2538.$$

Nilai 0,2538 memiliki arti bahwa dari 10.000 polis kendaraan berusia 2,9690 tahun bermerek BMW dan digunakan sebagai Angkutan Penumpang-Mobil Pribadi yang terdaftar dalam asuransi comprehensive akan terdapat 2.538 klaim *partial loss*.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa sebaran data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 4 pada wilayah 1 untuk polis Tahun 2013 di Indonesia bersifat overdispersi dikarenakan ragam data lebih besar dari rata-rata data. Data asuransi kendaraan bermotor kategori 4 pada wilayah 1 untuk polis Tahun 2013 di Indonesia cocok dimodelkan dengan *generalized Poisson-Lindley linear model*. Dari hasil uji keberartian parameter disimpulkan bahwa variabel penggunaan dan merek kendaraan mempengaruhi frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 4 pada wilayah 1 untuk polis Tahun 2013 di Indonesia. Untuk perusahaan asuransi kendaran bermotor, disarankan dapat mempertimbangkan faktor penggunaan dan merek kendaraan dalam menghitung atau menetapkan premi asuransi kendaraan bermotor kategori 4 pada wilayah 1 yang mana selama ini hanya mempertimbangkan wilayah dan kategori kendaraan saja [11]. Untuk Peneliti lain disarankan dapat menambah variabel prediktor lain jika melakukan pemodelan frekuensi klaim dengan *generalized Poisson-Lindley linear model*. Hal ini untuk mengetahui faktor risiko lainnya yang mempengaruhi frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Akaike, H., 1974. A New Look at the Statistical Model Identification. *IEEE Transactions on Automatic Control* 19(6): 716-723.

[2] Boucher, J-P., Denuit, M. & Montserrat, G., 2007. Risk Classification for Claim Counts. *North American Actuarial Journal*, 11(4), 110-131.

[3] David, M & Jemna, D-V., 2015. Modeling The Frequency of Auto Insurance Claims by Means of Poisson and Negative Binomial Models. *De Gruyter*, 62(2), 151-168.

[4] General Insurance Association of Indonesia. 2019. *Laporan Statistik & Perkembangan Pasar Industri Asuransi Umum & Reasuransi Tahun 2018*. Laporan Tahunan. Jakarta: AAUI.

[5] Izharulhaq, H. I., Mutaqin, A. K. & Suliadi. 2016. *Pemodelan Data Frekuensi Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor di Indonesia Menggunakan Distribusi Gomez-Deniz Et. Al*. Skripsi tidak dipublikasi. Bandung: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung.

[6] Jong, P. D. & Heller, G. Z. 2008. *Generalized Linear Models for Insurance Data*. Newyork: Cambridge University Press.

[7] Kementeri Keuangan. 2007. *Peraturan Menteri Keuangan Nomor 74/PMK.010/2007: Tentang Penyelenggaraan Pertanggungan Asuransi pada Lini Usaha Asuransi Kendaraan Bemotor*. Jakarta: Kemenkeu.

[8] Mahmoudi, E. & Zakerzadeh, H., 2010. *Generalized Poisson-Lindley* Distribution. *Communications in Statistics – Theory and Methods* 39(10): 1785-1798.

[9] Manfaat, B. 2016. *Pengantar Teori Probabilitas*. Cirebon: Eduvision.

[10] Omari, C. O., Nyambura, S. G. & Mwangi, J. M. W., 2018. Modeling The Frequency and Severity of Auto Insurance Claims Using Statistical Distributions. Journal of Mathematical Finance 8: 137-160.

[11] Otoritas Jasa Keuangan. 2017. *Surat Edaran Otoritas Jasa Keuangan Nomor 6/SEOJK.05/2017: Tentang Penetapan Tarif Premi atau Kontribusi pada Lini Usaha Asuransi Harta Benda dan Asuransi Kendaraan Bermotor tahun 2017*. Jakarta: OJK.

[12] Sankaran, M., 1970. The Discrete Poisson-Lindley Distribution. *Biometrics* 26(1): 145-149.

[13] Shanker, R. & Fesshaye, H., 2015. On Poisson-Lindley Distribution and Its Applications to Biological Sciences. *Biometrics & Biostatistics International Journal* 2(4): 0036.

[14] Sudjana. 1996. *Metode Statistika*. Bandung: Tarsito.

[15] Undang-Undang Republik Indonesia. 2014. *UU RI. Nomor 40 Tahun 2014: Tentang Perasuransian*. Jakarta.

[16] Wongrin, W. & Bodhisuwan, W., 2016. Generalized Poisson-Lindley Linear Model for Count Data. *Journal of Applied Statistics* 44(15): 2659-2671.